

1. Вычисление первого дифференциала

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите первую производную и первый дифференциал функции (1) $f(x) = 2x - 5$, (2) $f(x) = x^2 - 6x + 5$, (3) $f(x) = x^3$, (4) $f(x) = \ln x$, (5) $f(x) = xe^{-x}$, (6) $f(x) = \sin x$, (7) $f(x) = \sin x$, (8) $f(x) = x \cos x$, (9) $f(x) = \sin(x^2)$, (10) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, (11) $f(x) = \arcsin \sqrt{x}$, (12) $f(x) = \ln(e^x)$.

Д Обязательное задание на дом.

2. Найдите первую производную и первый дифференциал функции (1) $f(x) = 3x - 2$, (2) $f(x) = x^3$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, (4) $f(x) = e^{-x}$, (5) $f(x) = \cos x$, (6) $f(x) = x \sin x$, (7) $f(x) = \cos(x^2)$, (8) $f(x) = \arcsin x$, (9) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$, (10) $f(x) = e^{\ln x}$.

2. Применение первого дифференциала

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

3. Найдите (а) df , (б) $f(x) + df$, (в) $f(x + dx)$, сравните значения (б) и (в) с помощью калькулятора, если (1) $f(x) = 2x - 3$, $x = 3$, $dx = 2$, (2) $f(x) = x^3$, $x = 9$, $dx = 2$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 100$, $dx = 21$, (4) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x = 8$, $dx = 19$, (5) $f(x) = \sin x$, $x = \frac{\pi}{6}$, $dx = \frac{\pi}{6}$, (6) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x = 0$, $dx = 1$, (7) $f(x) = \arcsin x$, $x = \frac{1}{2}$, $dx = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

4. Найдите (а) df , (б) $f(x) + df$, (в) $f(x + dx)$, сравните значения (б) и (в) с помощью калькулятора, если (1) $f(x) = 3x - 2$, $x = 5$, $dx = -3$, (2) $f(x) = x^2$, $x = 9$, $dx = 2$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 4$, $dx = 5$, (4) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x = 1$, $dx = 0,331$, (5) $f(x) = \cos x$, $x = 0$, $dx = \frac{\pi}{6}$, (6) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x = 1$, $dx = \sqrt{3} - 1$, (7) $f(x) = \arcsin x$, $x = -\frac{1}{2}$, $dx = 1$.

3. Вычисление второго дифференциала

С Для обязательного разбора на семинаре.

5. Найдите вторую производную и второй дифференциал функции (1) $f(x) = 2x - 3$, (2) $f(x) = x^2 - 6x + 5$, (3) $f(x) = \ln x$, (4) $f(x) = xe^{-x}$, (5) $f(x) = \sin x$, (6) $f(x) = x \sin x$, (7) $f(x) = \sin(x^2)$, (8) $f(x) = \arcsin x$, (9) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

Д Обязательное задание на дом.

6. Найдите вторую производную и второй дифференциал функции (1) $f(x) = 4x - 3$, (2) $f(x) = x^3$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, (4) $f(x) = e^{-x}$, (5) $f(x) = \cos x$, (6) $f(x) = x \cos x$, (7) $f(x) = \cos(x^2)$, (8) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, (9) $f(x) = \arcsin \sqrt{x}$.

4. Применение второго дифференциала

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

7. Вычислите (а) df , (б) d^2f , (в) $f(x) + df + \frac{1}{2}d^2f$, (г) $f(x + dx)$, сравните значения (в) и (г) с помощью калькулятора, если (1) $f(x) = 2x + 3$, $x = 2$, $dx = 3$, (2) $f(x) = x^3$, $x = 1$, $dx = 1$, (3) $f(x) = \ln x$, $x = 1$, $dx = 1$, (4) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 100$, $dx = 21$, (5) $f(x) = \sin x$, $x = 0$, $dx = 1$, (6) $f(x) = \arcsin x$, $x = 0$, $dx = \frac{1}{2}$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

8. Вычислите (а) df , (б) d^2f , (в) $f(x) + df + \frac{1}{2}d^2f$, (г) $f(x + dx)$, сравните значения (в) и (г) с помощью калькулятора, если (1) $f(x) = x$, $x = 2$, $dx = 3$, (2) $f(x) = x^2$, $x = 1$, $dx = 9$, (3) $f(x) = e^x$, $x = 0$, $dx = 1$, (4) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 4$, $dx = 5$, (5) $f(x) = \cos x$, $x = 0$, $dx = 1$, (6) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x = 0$, $dx = 1$.

5. Вычисление производных

С Для обязательного разбора на семинаре.

9. Найдите $f^{(n)}(x)$, если (1) $f(x) = x^3$, $n = 2$, (2) $f(x) = x^3$, $n = 3$, (3) $f(x) = \arcsin x$, $n = 2$, (4) $f(x) = x \arcsin x$, $n = 2$, $x = 0$.

Д Обязательное задание на дом.

10. Найдите $f^{(n)}(x)$, если (1) $f(x) = x^4$, $n = 3$, (2) $f(x) = x^4$, $n = 4$, (3) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $n = 2$, (4) $f(x) = x \operatorname{arctg} x$, $n = 2$, $x = 0$.

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

11. Найдите $f^{(n)}(x)$, если (1) $f(x) = x^m$, $m > n$, $m, n \in \mathcal{N}$, (2) $f(x) = e^{2x}$, (3) $f(x) = \cos x$, (4) $f(x) = \sin 3x$, (5) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, (6) $f(x) = \ln x$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

12. Найдите $f^{(n)}(x)$, если (1) $f(x) = x^m$, $m < n$, $m, n \in \mathcal{N}$, (2) $f(x) = x^m$, $m = n$, $m, n \in \mathcal{N}$, (3) $f(x) = e^{-3x}$,
 (4) $f(x) = \sin x$, (5) $f(x) = \frac{1}{x}$,

6. Вычисление и применение дифференциала n-го порядка

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

13. Найдите $d^n f$, если (1) $f(x) = x^n$, (2) $f(x) = \ln x$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, (4) $f(x) = x^2 e^x$, (5) $f(x) = \sin x$, $n = 4k + 2$,
 (6) $f(x) = x \cos x$, $n = 4k + 3$.

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

14. Найдите $d^n f$, если (1) $f(x) = x^{n+1}$, (2) $f(x) = \frac{1}{x}$, (3) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, (4) $f(x) = x \ln x$, (5) $f(x) = x^2 e^{-x}$,
 (6) $f(x) = \cos x$, $n = 4k + 3$, (7) $f(x) = x \sin x$, $n = 4k + 3$.

7. Асимптотические формулы (повторение темы)

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

15. Является ли верным утверждение: (1) $x + x^2 = o(\sqrt[3]{x})$ при $x \rightarrow 0$, (2) $x + x^2 = o(x^3)$ при $x \rightarrow +\infty$,
 (3) $x + x^2 = o(1)$ при $x \rightarrow 0$, (4) $x \sin x = o(1)$ при $x \rightarrow 0$, (5) $x \sin x = o(x)$ при $x \rightarrow 0$, (6) $x \sin x = x^2 + o(x^2)$ при
 $x \rightarrow 0$, (7) $x \sin x = x^2 - \frac{x^4}{6} + o(x^5)$ при $x \rightarrow 0$, (8) $\frac{2}{2-x} = 1 + o(1)$ при $x \rightarrow 0$, (9) $\frac{1}{1-2x} = 1 + 2x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$,
 (10) $\frac{x}{1-3x} = x + 9x^2 + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

16. Является ли верным утверждение: (1) $x + x^2 = o(1)$ при $x \rightarrow 0$, (2) $x^2 + x^3 = o(x)$ при $x \rightarrow 0$,
 (3) $x + x^2 = o(1)$ при $x \rightarrow +\infty$, (4) $x \sin \frac{1}{x} = o(1)$ при $x \rightarrow 0$, (5) $\sin(x^2) = o(x)$ при $x \rightarrow 0$,
 (6) $x \sin(x^2) = x^3 + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$, (7) $x \sin x = x^2 - \frac{x^4}{6} + o(x^4)$ при $x \rightarrow 0$, (8) $\frac{4}{1-x} = 4 + o(1)$ при $x \rightarrow 0$,
 (9) $\frac{1}{1-x^2} = 1 + x^2 + o(x^3)$ при $x \rightarrow 0$, (10) $\frac{x}{1-4x} = x + 4x^2 + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$,

8. Асимптотические формулы для сложной функции (повторение темы)

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

17. Пусть $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$. Найдите такие значения коэффициентов a_k, b_k, c_k , что
 (a) $f(g(x)) = \sum_{k=0}^6 a_k x^k + o(x^6)$, (b) $g(f(x)) = \sum_{k=0}^6 b_k x^k + o(x^6)$, (c) $f(x)g(x) = \sum_{k=0}^6 c_k x^k + o(x^6)$ при $x \rightarrow 0$.
 18. Пусть $f(x) = x + x^2 + x^3 + o(x^3)$, $g(x) = x^2$. Найдите такие значения коэффициентов a_k, b_k, c_k , что
 (a) $f(g(x)) = \sum_{k=0}^6 a_k x^k + o(x^6)$, (b) $g(f(x)) = \sum_{k=0}^4 b_k x^k + o(x^4)$, (c) $f(x)g(x) = \sum_{k=0}^5 c_k x^k + o(x^5)$ при $x \rightarrow 0$.

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

19. Пусть $f(x) = \operatorname{tg} x$, $g(x) = x^3$. Найдите такие значения коэффициентов a_k, b_k, c_k , что
 (a) $f(g(x)) = \sum_{k=0}^9 a_k x^k + o(x^9)$, (b) $g(f(x)) = \sum_{k=0}^9 b_k x^k + o(x^9)$, (c) $f(x)g(x) = \sum_{k=0}^9 c_k x^k + o(x^9)$ при $x \rightarrow 0$.
 20. Пусть $f(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + o(x^4)$, $g(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + o(x^4)$. Найдите такие значения
 коэффициентов a_k, b_k, c_k , что
 (a) $f(g(x)) = \sum_{k=0}^4 a_k x^k + o(x^4)$, (b) $g(f(x)) = \sum_{k=0}^4 b_k x^k + o(x^4)$. при $x \rightarrow 0$.