

2008-2009 Курс 1, семестр 2, семинар 09

Тема: Правило Лопиталю

1. Вычисление предела

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите, используя правило Лопиталю, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \sin 3x)}{\sin(3 \sin 2x)}$; (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$,
 (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{x}$; (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x}{\sin 3x + \sin 2x}$.
 2. Найдите, используя правило Лопиталю, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 2 \cos 2x + \cos x}{x^2}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 5x - 5 \sin 3x}{x^3}$;
 (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 5x + 5 \sin 3x - \sin 30x}{x^3}$; (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \sin x - \sin 2x}{x^3}$.

Д Обязательное задание на дом.

3. Найдите, используя правило Лопиталю, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{x^2}$; (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{\operatorname{tg} 3x}$,
 (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(12x^2)}{\operatorname{tg}(3x^2)}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 2x}{x}$, (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 3x}$.
 4. Найдите, используя правило Лопиталю, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \cos 4x - \cos x - \cos 3x}{x^2}$,
 (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 2x + 2 \sin 3x - 12x \cos x}{x^3}$; (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} x - \sin x - \sin 2x}{x^3}$; (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$.

С Для обязательного разбора на семинаре.

5. Найдите $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 12x + 35}$.
 6. Найдите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$.
 7. Найдите $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{3x+19} - 7}{x - 10}$.
 8. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt[2]{1+3x}}{x}$.
 9. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(12x) \sin(9x)}{\sin^2(6x)}$.
 10. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$, (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^{0,1}}$, (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^{2008}}{x}$; (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{0,001}}{1,001^x}$;
 (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2008}}{2^x}$.
 11. Найдите, используя правило Лопиталю. (1) $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x$, (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$; (3) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{1/x}$,
 (4) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{\arcsin x - \frac{\pi}{2}}{\sqrt{1-x}}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$.
 12. Найдите, используя правило Лопиталю, $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6\sqrt{x+3} - x - 12}{(x-6)^2}$
 13. Найдите, используя правило Лопиталю, $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^{ex} - x e^2}{(x-e)^2}$

Д Обязательное задание на дом.

14. Найдите $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 9x + 18}{x^2 - 11x + 30}$.
 15. Найдите $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[2]{x} - 1}{\sqrt[2]{x} - 1}$.
 16. Найдите $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x - 11}{\sqrt{4x+5} - 7}$.
 17. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} \cdot \sqrt[2]{1+3x} - 1}{x}$.
 18. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(18x) \sin(12x)}{\sin^2(3x)}$.
 19. Найдите (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{x}$; (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^{123}}{x^{123}}$; (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{2^x}$;
 (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x}{x}$.
 20. Найдите, используя правило Лопиталю. (1) $\lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln x$, (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$; (3) $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$,
 (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2} \right)$, (5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - x^2}{x - 4}$.
 21. Найдите, используя правило Лопиталю, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x} - e}{x^2}$
 22. Найдите, используя правило Лопиталю, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4\sqrt{x+1} - x - 5}{(x-3)^2}$

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

23. Найдите, используя правило Лопиталья, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3x) - 3 \arcsin x}{\operatorname{tg}(2x) - 2 \operatorname{tg} x}$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

24. Найдите, используя правило Лопиталья, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(3x) - 3 \operatorname{arctg} x}{\sin(2x) - 2 \sin x}$.

25. Найдите, используя правило Лопиталья, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1+2x}}{x}$,

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$.

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

26. Найдите, используя правило Лопиталья, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \arcsin x - 2x}{x^5}$;

27. Найдите, используя правило Лопиталья, (1) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^x - x^e}{x - e}$, (2) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e^{2x} - x^{2e}}{(x - e)^2}$,

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{e^2 x} - (ex)^{e^2}}{(x-1)^2}$. (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x} - e}{x^2}$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

28. Найдите, используя правило Лопиталья, (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{arctg} x - 2x}{x^5}$.

29. Найдите, используя правило Лопиталья, (1) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{e - x}{e^x - x^e}$, (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{ex} - (ex)^e}{(x-1)^2}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^4}$, (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}$, (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1 - x}{x^2}$,