

2008-2009 Курс 1, семестр 1, семинар 08

Тема: Экстремум дифференцируемой функции

Исследование монотонности, точки локального экстремума

1. Степенные функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

- (1) $f(x) = 3x^2 - 2x^3$, (2) $f(x) = 2x^6 - 3x^4$, (3) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$, (4) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$,
 (5) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, (6) $f(x) = x^6 - 39x^4 + 216x^2$, (7) $f(x) = x(4 - x)^3$, (8) $f(x) = x^2(5 - x)^3$,
 (9) $f(x) = (x - 2)^3(10 - x)^5$, (10) $f(x) = x(x - 1)(x + 1)$, (11) $f(x) = (3 - x)\sqrt{x}$.

Д Обязательное задание на дом.

2. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

- (1) $f(x) = 6x^5 - 5x^6$, (2) $f(x) = x^4 - 2x^2$, (3) $f(x) = x^3 - 3x$, (4) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$,
 (5) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$, (6) $f(x) = x^6 - 6x^4 + 9x^2$, (7) $f(x) = x(6 - x)^2$, (8) $f(x) = x^2(4 - x)^2$,
 (9) $f(x) = (x - 3)^3(10 - x)^4$, (10) $f(x) = (4 - x)\sqrt[3]{x}$, (11) $f(x) = x(x - 3)(x + 2)$.

2. Дробно-степенные функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

3. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

- (1) $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$, (2) $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$, (3) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, (4) $f(x) = \frac{1}{x^2-8x+15}$, (5) $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$, (6) $f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$,
 (7) $f(x) = \frac{3}{x^2+x+1}$.

Д Обязательное задание на дом.

4. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

- (1) $f(x) = 25x + \frac{36}{x}$, (2) $f(x) = \frac{2}{x^4+1}$, (3) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+36}$, (4) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$, (5) $f(x) = \frac{x}{x^2-5x+4}$, (6) $f(x) = \frac{x^3}{1-x^3}$,
 (7) $f(x) = \frac{3}{x^2-x+1}$.

3. Показательные и логарифмические функции

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

5. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума,

- (1) $f(x) = x^2 \ln x$, (2) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$, (3) $f(x) = xe^{-x}$, (4) $f(x) = x^2 e^{-x}$, (5) $f(x) = x^3 e^{-x}$, (6) $f(x) = \sqrt[3]{x} e^{-x}$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

6. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума,

- (1) $f(x) = x \ln x$, (2) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, (3) $f(x) = xe^x$, (4) $f(x) = x^2 e^x$, (5) $f(x) = x^3 e^x$, (6) $f(x) = \sqrt{x} e^{-x}$.

4. Тригонометрические функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

7. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума,

- (1) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, (2) $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$, (3) $f(x) = 4 \sin^3 x - 3 \sin x$,

Д Обязательное задание на дом.

8. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума,

- (1) $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$, (2) $f(x) = \sin^5 x + \cos^5 x$, (3) $f(x) = 2 \cos^3 x - 3 \cos x$,

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

9. Найдите значение выражения $x \operatorname{tg} x$ в наименьшей положительной точке локального экстремума функции

$$f(x) = x^2 \cos x.$$

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

10. Найдите значение выражения $x \operatorname{tg} x$ в наименьшей положительной точке локального экстремума функции

$$f(x) = x^5 \cos x.$$

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

11. Не пользуясь компьютером, найдите наименьшую положительную точку локального экстремума функции

$$f(x) = x^{0,01} \cos x \text{ с точностью не хуже } 10^{-6}.$$

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

12. Не пользуясь компьютером, найдите наименьшую положительную точку локального экстремума функции

$$f(x) = x^{0,0001} \cos x \text{ с точностью не хуже } 10^{-8}.$$