

2008-2009 Курс 1, семестр 2, семинар 12

Тема: Графики-2

Исследование точек перегиба

1. Степенные функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции, (1) $f(x) = 3x^2 - 2x^3$, (2) $f(x) = 2x^6 - 3x^4$, (3) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$, (4) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, (5) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, (6) $f(x) = x(4 - x)^3$, (7) $f(x) = x^2(5 - x)^3$, (8) $f(x) = (x - 2)^3(10 - x)^5$, (9) $f(x) = x(x - 1)(x + 1)$, (10) $f(x) = (4 - x)\sqrt[3]{x}$, (11) $f(x) = (3 - x)\sqrt{x}$.

Д Обязательное задание на дом.

2. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции, (1) $f(x) = 6x^5 - 5x^6$, (2) $f(x) = x^4 - 2x^2$, (3) $f(x) = x^3 - 3x$, (4) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, (5) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$, (6) $f(x) = x(6 - x)^2$, (7) $f(x) = x^2(4 - x)^2$, (8) $f(x) = x(x - 3)(x + 2)$, (9) $f(x) = (6 - x)\sqrt[5]{x}$, (10) $f(x) = x\sqrt{3 - x}$.

2. Иррациональные функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

3. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции, (1) $f(x) = \sqrt{x(2 - x)}$, (2) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{2 - x}$, (3) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{6 - x}$.

Д Обязательное задание на дом.

4. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции, (1) $f(x) = \sqrt{x(4 - x)}$, (2) $f(x) = \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[3]{64 - x}$, (3) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{12 - x}$.

3. Показательные функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

5. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1) $f(x) = x^2e^{-x}$, (2) $f(x) = \sqrt{x}e^{-x}$,

Д Обязательное задание на дом.

6. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1) $f(x) = xe^{-x}$, (2) $f(x) = \sqrt[3]{x}e^{-x}$.

4. Тригонометрические функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

7. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции, (1) $f(x) = \sin x$, (2) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, (3) $f(x) = \operatorname{tg} x$,

Д Обязательное задание на дом.

8. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции, (1) $f(x) = \cos x$, (2) $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$, (3) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$,

5. Показательные и логарифмические функции с модулем

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

9. Найдите первую и вторую производные, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума и перегиба, нарисуйте эскиз графика,

$$(1) f(x) = x \ln x, g(x) = \begin{cases} x \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases} \quad (2) f(x) = x^2 \ln x, f(x) = \begin{cases} x|x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$$

$$(3) f(x) = \frac{x}{\ln x}, f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$$

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

10. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, (1) $f(x) = x \ln(-x)$, $f(x) = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ (2) $f(x) = x^2 \ln x$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases} \quad (3) f(x) = \frac{x}{\ln x}, f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$$

6. Функции с особенными точками

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

11. Найдите координаты точек перегиба, нарисуйте эскиз графика, (1) $f(x) = \sin \sqrt[3]{x}$,

$$(2) f(x) = \sqrt[3]{\ln x},$$

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

12. Найдите координаты точек перегиба, нарисуйте эскиз графика, (1) $f(x) = \sqrt[3]{x(x^2 - 1)}$,

$$(2) f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}.$$