

## 2008-2009 Курс 1, семестр 2, семинар 23

## Тема: Неопределенный интеграл

## 1. Табличное интегрирование

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите (1)  $\int x^7 dx$ , (2)  $\int \frac{dx}{x}$ , (3)  $\int \sqrt[3]{x} dx$ , (4)  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ , (5)  $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ , (6)  $\int \frac{dx}{\sin x}$ , (7)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Найдите (1)  $\int x dx$ , (2)  $\int \frac{dx}{x^2}$ , (3)  $\int \sqrt{x} dx$ , (4)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$ , (5)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ , (6)  $\int \frac{dx}{\cos x}$ , (7)  $\int \frac{xdx}{4+x^2}$ .

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

3. Найдите (1)  $\int e^x dx$ , (2)  $\int 2^x dx$ , (3)  $\int e^{-x} dx$ , (4)  $\int e^{3x} dx$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

4. Найдите (1)  $\int e^{2x} dx$ , (2)  $\int (\frac{1}{3})^x dx$ , (3)  $\int e^{-4x} dx$ , (4)  $\int e^{\pi x} dx$ ,

## 2. Интеграл от рациональной функции

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

5. Найдите (1)  $\int \frac{dx}{x(x-1)}$ , (2)  $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$ , (3)  $\int \frac{x^2 dx}{x^2-5x+6}$ , (4)  $\int \frac{dx}{x^2(x-2)}$ , (5)  $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ , (6)  $\int \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$ , (7)  $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}-2e^x}$ , (8)  $\int \frac{dx}{e^{2x}-2e^x}$ .

**Д** Обязательное задание на дом.

6. Найдите (1)  $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$ , (2)  $\int \frac{dx}{x^2+2x+1}$ , (3)  $\int \frac{x^3 dx}{x^2-5x+6}$ , (4)  $\int \frac{dx}{x(x-1)^2}$ , (5)  $\int \frac{dx}{(x^2+2x+2)^2}$ , (6)  $\int \frac{xdx}{(x^2+2x+2)^2}$ , (7)  $\int \frac{e^x dx}{e^{3x}-e^{2x}}$ , (8)  $\int \frac{dx}{e^{3x}-e^{2x}}$ .

## 2008-2009 Курс 1, семестр 2, семинар 24

## Тема: Методы интегрирования

## 1. Интегрирование методом замены переменной

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите, используя метод замены переменной, (1)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ , (2)  $\int \frac{xdx}{1+x^2}$ , (3)  $\int \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ , (4)  $\int \sqrt{1+x^7} x^6 dx$ , (5)  $\int \sqrt{1+x^7+x^{11}}(7x^6+11x^{10})dx$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Найдите, используя метод замены переменной, (1)  $\int \frac{xdx}{1-x^2}$ , (2)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$ , (3)  $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ , (4)  $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{1+x^5}}$ , (5)  $\int \frac{7x^6+11x^{10}}{\sqrt{1+x^7+x^{11}}} dx$ ,

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

3. Найдите, используя метод замены переменной, (1)  $\int \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ , (2)  $\int \frac{(\arctg x)^3}{1+x^2} dx$ , (3)  $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$ , (4)  $\int x \cos(x^2) dx$ , (5)  $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$ , (6)  $\int \frac{\sin(\arctg x)}{1+x^2} dx$ , (7)  $\int \frac{\ln x}{x} dx$ , (8)  $\int x e^{-x^2} dx$ , (9)  $\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

4. Найдите, используя метод замены переменной, (1)  $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$ , (2)  $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$ , (3)  $\int \frac{\cos^2(\arctg x)}{1+x^2} dx$ , (4)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$ , (5)  $\int x^2 e^{-x^3} dx$ , (6)  $\int \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$ .

## 2. Неопределенное интегрирование по частям

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

5. Найдите, интегрируя по частям, (1)  $\int x^3(1-x)^7 dx$ , (2)  $\int xe^{-x} dx$ , (3)  $\int x^2e^x dx$ , (4)  $\int x \sin x dx$ , (5)  $\int x^2 \cos x dx$ , (6)  $\int x \ln x dx$ , (7)  $\int \operatorname{arctg} x dx$ , (8)  $\int x \arcsin x dx$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

6. Найдите, интегрируя по частям, (1)  $\int x^4(1-x)^6 dx$ , (2)  $\int xe^{-2x} dx$ , (3)  $\int x \cos x dx$ , (4)  $\int x^2 \sin x dx$ , (5)  $\int \ln x dx$ , (6)  $\int \arcsin x dx$ , (7)  $\int x \operatorname{arctg} x dx$ ,

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

7. (1) Интегрируя по частям  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$ , найдите  $\int \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$ .

(2) Интегрируя по частям  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ , найдите  $\int \frac{1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} dx$ .

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

8. (1) Интегрируя по частям  $\int \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$ , найдите  $\int \frac{1}{(1+x^2)^3} dx$ .

(2) Интегрируя по частям  $\int \frac{1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} dx$ , найдите  $\int \frac{1}{(1-x^2)^2\sqrt{1-x^2}} dx$ .

**С** Сложные задачи для разбора на семинаре.

9. Найдите, интегрируя по частям два раза,

(1)  $\int e^x \sin x dx$ , (2)  $\int e^{2x} \sin 3x dx$ , (3)  $\int \sin(\ln x) dx$ , (4)  $\int x \cos(\ln x) dx$ .

**Д** Сложные задачи для самостоятельного решения.

10. Найдите, интегрируя по частям два раза,

(1)  $\int e^x \cos x dx$ , (2)  $\int e^{-3x} \cos 2x dx$ , (3)  $\int \cos(\ln x) dx$ . (4)  $\int x \sin(\ln x) dx$ ,

**С** Сложные задачи для разбора на семинаре.

11. Найдите (1)  $\int e^{-x} \sin x dx$ , (2)  $\int e^{-x} \cos x dx$ , интегрируя по частям один раз одновременно эти два интеграла.

**Д** Сложные задачи для самостоятельного решения.

12. Найдите одновременно (1)  $\int e^{-2x} \sin 3x dx$ , (2)  $\int e^{-2x} \cos 3x dx$ , интегрируя по частям один раз одновременно эти два интеграла.