

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Физический факультет

Кафедра математики

Факультативный курс «Элементы теории катастроф»

Цель курса. Ознакомить слушателей с элементами теории катастроф, которая является активно развивающимся разделом современной математики и имеет широкое поле практического применения.

Объем учебной нагрузки. Число лекций: 5 (10 часов), самостоятельная работа: 10 часов.

Форма контроля. Экзамен (2 часа).

Аннотация. Теория катастроф изучает теорию особенностей дифференцируемых отображений и эффекты, возникающие в особых точках отображений (т.е. преобразований одной области многомерного пространства на другую область). Типичная катастрофа (в математическом смысле) возникает, например, при приложении некоторого силового воздействия в выпуклой оболочке, находящейся в равновесии. При постепенном увеличении нагрузки сверху на выпуклую крышу стадиона в некоторый момент возникает эффект потери устойчивости, при котором увеличение прогиба сопровождается уменьшением возвращающей силы, что ведет к практически мгновенному разрушению. После некоторых преобразований эта и многие другие практически важные задачи сводятся к исследованию видимой формы некоторой поверхности, причем критически важным является расположение множества лучей, касающихся данной поверхности. Приложения теории катастроф описывают образование галактик после Большого Взрыва, устойчивость плотин, погодные аномалии и т.п. Для данного курса отобраны задачи теории катастроф, которые сводятся к исследованию функций нескольких переменных в рамках программы второго семестра обучения на первом курсе физического факультета МГУ.

Данный факультативный курс знакомит слушателей с основами теории катастроф. Отличием данного курса является широкое использование компьютерного моделирования и визуализации. По каждой теме излагается физическая постановка задачи, математические модели, основные аналитические результаты, численные алгоритмы, методика кодирования для математического инструмента. Предлагается набор задач для самостоятельного решения.

Учебный план.

Лекция 1. Теория Уитни.

Тема 1. Классификация Уитни. Складки и сборки.

Тема 2. Машина катастроф.

Тема 3. Моделирование задачи о равновесии с параметром.

Лекция 2. Бифуркация положения равновесия.

Тема 4. Пересечение поверхностей. Бифуркации и устойчивость.

Тема 5. Катастрофа в Аквапарке.

Тема 6. Равновесные и автоколебательные режимы.

Лекция 3. Каустики и волновые фронты.

Тема 7. Понятие каустики и понятие волнового фронта.

Тема 8. Распределение вещества во вселенной. Ударные волны.

Тема 9. Учения Дона Хуана.

Лекция 4. Гладкие поверхности.

Тема 10. Бифуркация функции максимума.

Тема 11. Гиперболические, параболические, эллиптические точки. Перегибы.

Лекция 5. Задачи об обходе препятствия.

Тема 12. Понятие достижимости. Особенности границы достижимости.

Тема 13. Задачи оптимального управления.

Лекция 6. Экзамен.

Основная литература: В.И.Арнольд, Теория катастроф. Москва, Наука, 1990, 128с. илл.