27.7. ЕГЭ-s-17(2010), Отрезки и углы в кубе

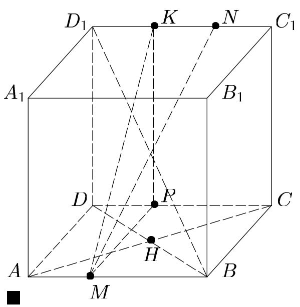
ДЗ 17, Стереометрия

27.7.0.3. *Длины отрезков внутри куба – 1*

s17-1. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 1. Точка M делит ребро AB в отношении 1 : 2, считая от точки A. Точка N делит ребро D_1C_1 в отношении 2 : 1, считая от точки D_1. Найдите длину отрезка MN.

♦ $\sqrt{19/9}$.

Решение.



■

s17-2. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 1. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми A_1C_1 и BD_1.

s17-3. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 1. Найдите расстояние от точки B_1 до прямой AD_1.

s17-4. Найдите расстояние между серединами двух скрещивающихся ребер куба, ребро которого равно 1.

♦ $\sqrt{3/2}$.

s17-5. Найдите расстояние между серединами двух ребер куба, имеющих общую вершину, если ребро куба равно 1.

♦ $\sqrt{3/2}$.

s17-6. Найдите наибольшее возможное расстояние между серединами двух ребер куба, ребро которого равно 1.

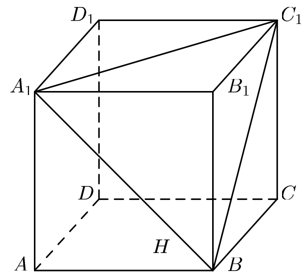
♦ $\sqrt{3/2}$.

27.7.0.4. *Углы между отрезками внутри куба – 1*

s17-7. Найдите угол между диагоналями двух граней куба, имеющих общее ребро, если известно, что эти две диагонали имеют общую точку.

♦ 60°.

Решение.



■

s17-8. Найдите угол между диагоналями двух граней куба, имеющих общее ребро, если известно, что эти две диагонали не имеют общих точек.

s17-9. Найдите угол между отрезками AC_1 и A_1C в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

s17-10. Найдите угол между отрезками AC и AD_1 в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

♦ 60°.

s17-11. Найдите угол между отрезками AC и A_1D_1 в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

♦ 45°.

s17-12. Вершина D_1 верхнего основания куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соединена отрезками с вершинами нижнего основания $ABCD$. Найдите углы между всеми отрезками.

Указание. Решите самостоятельно, используя рис. 34a.

s17-13. Середина O_1 верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$ куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соединена отрезками с серединами всех четырех ребер нижнего основания $ABCD$. Найдите углы между всеми отрезками.

27.7.1. Сечение куба – 1

s17-14. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 1. Найдите площадь сечения, проведенного через диагональ AC грани $ABCD$ параллельно прямой BO_1, где O_1 – центр грани $A_1B_1C_1D_1$.

♦ $\sqrt{3}/2$.

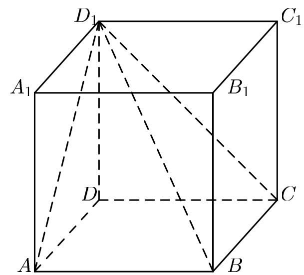
Решение. Пусть H — центр основания $ABCD$. Так как $B_1O_1 = O_1D_1$, $BH = HD$, рис. 35a, то $\triangle BB_1O_1 = \triangle HO_1D_1$, равны и гипотенузы этих прямоугольных треугольников, $BO_1 = HD_1$, так что фигура BO_1D_1H, лежащая в плоскости BB_1D_1D, является параллелограммом. Следовательно, $BO_1 \parallel HD_1$. Таким образом, плоскость сечения содержит отрезки AC и HD_1, сечение — треугольник ACD_1. Его основание $AC = \sqrt{2}$ (теорема Пифагора в применении к треугольнику ABC). Заметим, что HD является проекцией HD_1 на плоскость $ABCD$ и $HD \perp AC$. По теореме о трех перпендикулярах, $HD_1 \perp AC$, так что отрезок HD_1 является высотой $\triangle ACD_1$, длина высоты
$HD_1 = \sqrt{HD^2 + DD_1^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$, площадь
$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Это ответ. ■

s17-15. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 1. Найдите площадь сечения, проведенного через диагональ AC грани $ABCD$ параллельно прямой BD_1.

Указание. Решите самостоятельно, используя рис. 35b.

s17-16. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 1. Найдите площадь сечения, параллельного прямой BD_1 и содержащего отрезок AM, где M — середина ребра DC.

Указание. Решите самостоятельно, используя рис. 34b.



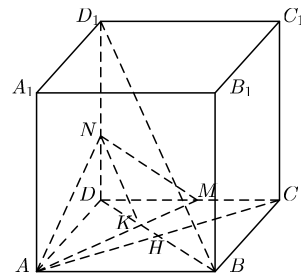


Рис. 34. |5316у|Куб-1

x