

Оглавление

e14-2011-v225-C1...C6	2
e14-2011-v226-C1...C6	3
e14-2011-v227-C1...C6	4
e14-2011-v228-C1...C6	5
e14-2011-v229-C1...C6	6
e14-2011-v230-C1...C6	7
Ответы e14-2011-v225-C1...C6	8
Ответы e14-2011-v226-C1...C6	9
Ответы e14-2011-v227-C1...C6	10
Ответы e14-2011-v228-C1...C6	11
Ответы e14-2011-v229-C1...C6	12
Ответы e14-2011-v230-C1...C6	13

e14-2011-v225-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$\frac{9^{\cos x} - 3^{\sqrt{2}}}{\sqrt{-23 \operatorname{tg} x}} = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой C_1F_1 .

C3 Решите неравенство

$$\frac{14^{\log_2(x+1)}}{7\left(\lg(x-3)^2\right)^4 \log_{0,6}(x+2)} \geq \frac{(4 \cdot (x+1))^{\log_2(x+1)}}{4\left(\lg(x-3)^2\right)^4 \log_{0,6}(x+2)}.$$

C4 Дан ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 80$ и $BD = 18$. Проведена окружность радиусом $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ с центром в точке пересечения диагоналей ромба. Прямая, проходящая через вершину B , касается этой окружности и пересекает прямую CD в точке M . Найдите CM .C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $f(x) = |3a + 5|\sqrt[3]{x}$ имеет 4 решения, где f — чётная периодическая функция с периодом $T = \frac{16}{3}$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = (3a + 1)x^2$, если $0 \leq x \leq \frac{8}{3}$.C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны члены последовательности $a_n = dn^n + 21$ (d — целое). В результате получается рациональное число. Найдите это число.

e14-2011-v226-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(2\cos^2 x - 7\cos x + 3)\log_{41}(-\sin x) = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной пирамиде $SAB CDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите угол между прямыми SB и CD .

C3 Решите неравенство

$$\frac{14^{1+\lg x}}{7\lg^2(100x)\lg(0,1x)} \leq \frac{(4 \cdot 2^{\lg(10x)})^{1+\lg x}}{4\lg^2(100x)\lg(0,1x)}.$$

C4 Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояния 6 и 8. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S .

C5 Найти все пары (x, y) , $x \leq 0$, $y \geq 0$, удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} \frac{2}{f(x)-3} + \frac{10}{f(y)-2} = 3 \\ (f(y)-2)(f(x)-3) = f(y)-2, \end{cases}$$

где f — периодическая функция с периодом $T=2$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = 4|x|$ при $-1 \leq x \leq 1$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит ноль. После запятой подряд выписаны все целые неотрицательные степени некоторого однозначного натурального числа p . В результате получается рациональное число. Найдите это число.

e14-2011-v227-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(2\sin^2 x - 7\sin x + 3)\log_{14}(-\cos x) = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 4, а боковые ребра равны $3\sqrt{6}$, найдите угол между прямыми BG и AD , где G — точка на ребре SC , причём $SG:GC=1:2$.

C3 Решите неравенство

$$\frac{14^{\log_2(4x)}}{7\log_2^2(32x)\log_2(0,25x)} \geq \frac{(4 \cdot 2^{\log_2(4x)})^{\log_2(4x)}}{4\log_2^2(32x)\log_2(0,25x)}.$$

C4 Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояния 14 и 48. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S .

C5 Найти все пары (x, y) , $x \geq 0$, $y \leq 0$, удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} \frac{6}{f(x)-4} + \frac{1}{f(y)-1} = 2, \\ (f(y)-1)(f(x)-4) = 6f(y)-6, \end{cases}$$

где f — периодическая функция с периодом $T=2$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x)=10|x|$ при $-1 \leq x < 1$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны по порядку последние цифры всех последовательных натуральных степеней некоторого натурального числа. В результате получается рациональное число, которое представимо несократимой дробью $\frac{a^2}{b}$, где a натуральное, $b > 100$. Найдите a .

e14-2011-v228-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(4\cos^2 x - 8\cos x - 5)\log_{51}(-\sin x) = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите синус угла между прямыми BM и DE , где M — середина ребра SC .

C3 Решите неравенство

$$\frac{14^{\log_2(0,4x)}}{7\log_5^2(0,2x)\log_8(0,125x)} \leq \frac{(1,6x)^{\log_2(0,4x)}}{4\log_5^2(0,2x)\log_8(0,125x)}.$$

C4 Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояния 16 и 30. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S .C5 Найти все пары (x, y) , $x \geq 0$, $y \geq 0$, удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} \frac{5}{f(x)-3} + \frac{3}{f(2x+3y)-2} = 6 \\ (f(2x+3y)-2)(f(x)-3) = 3f(x)-9, \end{cases}$$

где f — периодическая функция с периодом $T=2$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x)=5|x|$ при $-1 \leq x < 1$.

C6 Первый набор чисел является геометрической прогрессией 2, 4, 8, ... 2^{10} . Вторым набором является геометрической прогрессией 3, 9, 27, ... 3^{10} . Числа разбили на пары. В каждой паре на первом месте число из первого набора, а на втором — какое-то число из второго. Внутри пар числа умножили и полученные произведения сложили. Найдите наибольшее возможное значение полученной суммы.

e14-2011-v229-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(4\sin^2 x - 8\sin x - 5)\log_{15}(-\cos x) = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые рёбра равны 2, найдите угол между прямыми SF и BM , где M — середина ребра SC .

C3 Решите неравенство

$$\frac{14^{1+\log_7 x}}{7 \log_{17}^2(17x) \log_1(49x)} \leq \frac{(4 \cdot 2^{1+\log_7 x})^{1+\log_7 x}}{4 \log_{17}^2(17x) \log_1(49x)}.$$

C4 Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояния 40 и 42. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S .

C5 Найти все пары (x, y) , $x > 0$, $y > 0$, удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} \frac{4(f(x)-1) - 2f(y)+3}{f(x)-2} + \frac{2f(y)+3}{f(y)-2} = 6, \\ (f(y)-2)(f(x)-2) = f(y)-2, \end{cases}$$

где f — периодическая функция с периодом $T=2$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = 3|x|$ при $-1 \leq x < 1$.

C6 Первый набор чисел состоит из чисел 2, 4, 8, ... 2^{10} . Второй набор состоит из чисел 3, 9, 27, ... 3^{10} . Числа разбили на пары. В каждой паре на первом месте число из первого набора, а на втором — какое-то число из второго. В каждой паре два числа умножили друг на друга и полученные произведения сложили. Найдите наименьшее возможное значение полученной суммы.

e14-2011-v230-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(4\sin^2 x + 16\sin x + 7)\log_{15}(\cos x) = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите синус угла между прямыми AL и BM , где M — середина ребра SC , L — середина ребра SB .

C3 Решите неравенство

$$\frac{(0,1x) \cdot 7^{\log_2(0,7x)}}{\log_6^2(36x) \log_{\frac{1}{25}}(0,2x)} \leq \frac{(1,6x)^{\log_2(0,7x)}}{7 \log_6^2(36x) \log_{\frac{1}{25}}(0,2x)}.$$

C4 Окружность S проходит через вершину C прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины C на расстояния 18 и 80. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности S .

C5 Найти все пары (x, y) , $x > 0$, $y > 0$, удовлетворяющие системе

$$\begin{cases} \frac{8f(x)+3}{2f(x)-1} + \frac{6f(y)+1}{3f(y)-3} = 6 \\ (6f(y)-3)(f(y)-1) = 3f(y)-3, \end{cases}$$

где f — периодическая функция с периодом $T=2$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x)=|x|$ при $-1 \leq x < 1$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны все члены последовательности $a_n = 20^{bn}$, где b — целое неотрицательное. В результате получается рациональное число. Найдите это число.

Отвeты e14-2011-v225-C1...C6

№ задания	Отвeт
C1	$-\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z$
C2	$\sqrt{\frac{6}{5}}$
C3	$(-1; 0,75], [1; 2), (2; 3), (3; 4), (4; +\infty)$
C4	$\frac{1271}{49}$ или $\frac{2009}{31}$
C5	$\frac{13}{69}; -\frac{77}{123}$
C6	$\frac{7}{33}$

Ответы е14-2011-в226-С1...С6

№ задания	Ответ
С1	$-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
С2	60°
С3	$(0; 0,01), \left(0,01; 10^{\log_2 \frac{7}{8}} \right], [1; 10)$
С4	4 или 24
С5	$(1 + 2n, 0,75 + 2l),$ $(1 + 2n, -0,75 + 2m),$ $n = -1, -2, -3, \dots, l = -1, -2, \dots$ $m = 0, -1, -2, \dots$
С6	$\frac{1}{9}$

ОТВЕТЫ e14-2011-v227-C1...C6

№ задания	Ответ
C1	$\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z; (2k+1)\pi, k \in Z$
C2	$\operatorname{arctg} \frac{5\sqrt{2}}{4}$
C3	$\left(0; \frac{1}{32}\right), \left[\frac{1}{32}; \frac{7}{16}\right], [0,5; 4)$
C4	12 или 112
C5	$(1 + 2n, -1,8 - 2l),$ $(1 + 2n, -0,2 - 2l),$ $n, l = 0, 1, 2, \dots$
C6	$a = 19$

Ответы e14-2011-v228-C1...C6

№ задания	Ответ
C1	$-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z$ $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$
C2	1
C3	$\left[\frac{35}{8}; 5 \right), (8; +\infty)$
C4	12 или 80
C5	$\left(0,6 + 2l, -\frac{1}{15} + \frac{2}{3}(n - 2l) \right),$ $\left(-0,6 + 2m, \frac{11}{15} + \frac{2}{3}(n - 2m) \right),$ $l = 0, 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots,$ $n - 2l = 1, 2, \dots, n - 2m = 1, 2, \dots$
C6	$\frac{6^{11} - 6}{5}$

Ответы e14-2011-v229-C1...C6

№ задания	Ответ
C1	$-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}; (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$
C2	$\arccos \frac{\sqrt{6}}{4}$
C3	$\left(0, \frac{1}{49}\right), \left[7^{\log_2 \frac{7}{8}}; 1\right]$
C4	24 или 140
C5	$\left(1+2n, \frac{1}{3}+2l\right),$ $\left(1+2n, \frac{5}{3}+2l\right),$ $n = 0, 1, 2, \dots, l = 0, 1, 2, \dots$
C6	$6(3^{10} - 2^{10})$

Отвeты e14-2011-v230-C1...C6

№ задания	Отвeт
C1	$-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}; 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\sqrt{7}}{4}$
C3	$\left(0, \frac{1}{36}\right), \left(\frac{1}{36}, \frac{10}{7}\right], [5; 8,75)$
C4	16 или 180
C5	$\left(1+2n, \frac{2}{3}+2l\right),$ $\left(1+2n, -\frac{2}{3}+2m\right),$ $n = 0, 1, 2, \dots \quad l = 0, 1, 2, \dots$ $m = 1, 2, 3, \dots$
C6	$0,111\dots = \frac{1}{9}$