Диагностическая работа МИОО 08.12.09 С3 Вариант 5.

Решите неравенство:

$$\left(x+\frac{3}{x}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2 \geq 4\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2$$

Прежде чем сократить на неотрицательное выражение $\left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2$, запишем ограничения:

$\begin{cases} 5-x\geq 0 \\ 5-x\neq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\leq 5 \\ x\neq 4 \end{cases}$ учтем при этом, что при $\sqrt{x^2-6x+9}-1=0$ неравенство выполнено, т.е. $x^2-6x+8=0 \rightarrow x=2;4$ будут решениями неравенства. Ну, за исключением $x=4$, разумеется, помним об ограничениях.

Теперь сократив, получаем:

$$\left(x+\frac{3}{x}\right)\geq 4 \rightarrow \frac{x^2-4x+3}{x}\geq 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x-3)}{x}\geq 0 \rightarrow x\in(0;1]\cup[3;\infty)$$

С учетом ограничений $x\in(0;1]\cup[3;4)\cup(4;5]\cup\{2\}$

Ответ: $x\in(0;1]\cup[3;4)\cup(4;5]\cup\{2\}$

http://alexlarin.narod.ru