

Задача С5

Окружность и ломаная

01 С5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

02 С5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-5)^2 = 16 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

03 C5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 9 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

04 C5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-5)^2 = 16 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

05 C5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = 25 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

06 C5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = 9 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

07 C5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-5)^2 = 16 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

08 C5 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = 25 \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

Окружности

09 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

10C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

11 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

12 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

13 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

14 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

15 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

16 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9 \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

17 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9 \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

18 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 6)^2 + (y - 12)^2 = 4 \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

19 C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} (|x| - 6)^2 + (y - 12)^2 = 4 \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Уравнения и неравенства с параметром

01_P31 При каждом значении a решите неравенство

$$\frac{-a}{x+a} < -1$$

. **02_P30** Пусть A - множество тех значений

параметра a , для которых выполнено условие $x_1^3 + x_2^3 \leq 27$, где

x_1, x_2 - действительные, различные корни уравнения

$x^2 - ax + 3 - a = 0$. Найдите множество значений, которое при

этих условиях принимает величина $x_1^2 + x_2^2$.

03_P19 Найдите все значения параметра a , при которых

общие решения неравенств $x^2 - 2x \leq a - 1$ и

$x^2 - 4x \leq 1 - 4a$ образуют на числовой оси отрезок длины единица.

04_P22 Найти все значения a , для которых при каждом x из промежутка $[-2; -1)$ значение выражения $x^4 - 2x^2$ не равно значению выражения $ax^2 + 5$.

05_P29 Найдите все значения параметра p , при каждом из которых уравнение $\sqrt{4-3x} = x + 2p(2-p)$ имеет ровно p корней.

06_P12 Для каждого значения $a > 0$ найдите уравнения всех прямых, проходящих через начало координат и имеющих ровно две общие точки с графиком функции $f(x) = -x|x + 8a| - 16a^2$.

07_P20 Найдите все значения a , при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции $y = (2a - 3)x + (x - a) \cdot |x + 3|$.

08_P21 Найдите все значения a , при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции $y = (2a - 1)x - (x + a) \cdot |x - 1|$.

09_P32 Найдите все значения a , при каждом из которых существует прямая, перпендикулярная оси ординат и имеющая четное число общих точек с графиком функции $f(x) = (5a + 1)x - (x - 2) \cdot |x - a|$.

10_P1 Найдите все значения параметра b , при каждом из которых корни уравнения

$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = b$ существуют и принадлежат отрезку $[2; 17]$.

11_P2 При каких значениях параметра C уравнение $2 \cos^2(2^{2x-x^2}) = c + \sqrt{3} \cdot \sin(2^{2x-x^2} + 1)$ имеет решения?

12_D2 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\left| |x^2 - 2x - 3| - |x^2 + 2x - 5| \right| \leq \frac{1}{3} \left(a^2 - \frac{a}{2} \right) - x^2 + 2x + 1 \text{ имеет}$$

единственное целое решение.

13_D6 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\left| |x^2 - 2x - 3| - |x^2 + 2x - 5| \right| \leq \frac{1}{3} (\log_2^2 a - \log_4 a) - x^2 + 2x + 1 \text{ имеет}$$

единственное целое решение.

14_D4 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\left| |x^2 - 6x + 5| - |x^2 + 6x - 13| \right| < a - a^2 - (x - 2)^2 + 2x - 4 \text{ имеет}$$

единственное целое решение.

15_D8 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$\|x^2 - 6x + 5| - x^2 + 6x - 13| < 2^a - 4^a - (x - 2)^2 + 2x - 4$ имеет единственное целое решение.

16_D11 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$\|x^2 - 4x| - x^2 + 4x - 8| < \sqrt{a^2 + 2a - 3} - a - (x - 1)^2 + 2x$ имеет от одного до трех целых решений.

17_D1 Найдите все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2 \cdot |x - a^2| - 6x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

18_D3 Найдите все значения a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2 \cdot |x - a^2| - 4x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

19_D9 Найдите все значения a , при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x) = x^2 - 7 \cdot |x - a| - 3x$ на отрезке $[-6; 6]$ принимается хотя бы на одном из концов этого отрезка.

20_D10 Найдите все значения a , при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x) = x^2 - 7 \cdot |x - a| - x$ на отрезке $[-6; 7]$ принимается хотя бы на одном из концов этого отрезка.

21_D12 Найдите все значения a , при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x) = x^2 - 9 \cdot |x - a| - 5x$ на отрезке $[-8; 9]$ принимается хотя бы на одном из концов этого отрезка.

Системы уравнений с параметром

22_R1 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} x^2 + (5a + 6)x + 4a^2 + 6a < 0 \\ x^2 + a^2 = 36 \end{cases}$$
 имеет решения.

23_R2 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} x^2 + (8a + 4)x + 7a^2 + 4a < 0 \\ x^2 + a^2 = 16 \end{cases}$$
 имеет решения.

24_R3 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} x^2 + (4a + 5)x + 3a^2 + 5a < 0 \\ x^2 + a^2 = 25 \end{cases}$$
 имеет решения.

25_R4 Найдите все значения a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} x^2 + (6a + 3)x + 5a^2 + 3a < 0 \\ x^2 + a^2 = 9 \end{cases}$$
 имеет решения.

26_P5 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} 4x + 3y = 13 \\ x^2 + y^2 = a^2 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

27_P6 Найдите все положительные значения a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} 8x - 15y = 36 \\ x^2 + y^2 = a^2 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

28_P7 Найдите все значения a и b такие, что система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 6|y| + 13 - b^2 \leq 0 \\ y = ax - 2\sqrt{8} \end{cases}$$

имеет ровно 2 различных

решения.

29_P10 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система $\begin{cases} 4|y-3| = 12 - 3|x| \\ y^2 - a^2 = 3 \cdot (2y-3) - x^2 \end{cases}$ имеет ровно 4 решения.

30_P11 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система $\begin{cases} 5|x+2| = 60 - 12|y| \\ 4 \cdot (x+1) + y^2 = a^2 - x^2 \end{cases}$ имеет ровно 8 решения.

31_P13 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} x^2 + 12x + |y| + 27 = 0 \\ x^2 + (y - a)(y + a) = -12(x + 3) \end{cases}$$
 имеет ровно 4 решения.

32_P14 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} x^2 - 8x + |y| + 12 = 0 \\ x^2 + (y - a)(y + a) = 8(x - 2) \end{cases}$$
 имеет ровно 8 решений.

33_P15 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система
$$\begin{cases} x^2 - 2x + |y| - 15 = 0 \\ x^2 + (y - a)(y + a) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$
 имеет ровно 6 решений.

34_P17 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

35_P18 Определить, при каких значениях параметра b для любых значений параметра a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5x + 6y + 4 = 0 \\ y + ax + ab = 0 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения ($x; y$).

36_D19 Найдите все значения параметра a , при каждом из

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0 \\ y = ax + 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

которых система
решение.

имеет единственное

37_D20 Найдите все значения параметра a , при каждом из

$$\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0 \\ y = ax + 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

которых система
решение.

имеет единственное

38_D37 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система неравенств
$$\begin{cases} |x + 2y + 1| \leq 11 \\ (x - a)^2 + (y - 2a)^2 = 2 + a \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

39_D38 Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система неравенств
$$\begin{cases} |3x - y + 2| \leq 12 \\ (x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

40_D49 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - a)^2 + (y + 3a)^2} = |a| \cdot \sqrt{10} \\ y = ax + a^2 - 9 \end{cases}$$
 имеет более одного решения.

41_D50 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - a)^2 + (y - 2a)^2} = |a| \cdot \sqrt{5} \\ y = ax + a^2 - 4 \end{cases}$$

имеет более одного

решения.

42_P26 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_a(x + y - 1) = x - 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

имеет единственное решение

43_P28 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_a(x + y + 1) = y - 2x + 2 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

имеет единственное

решение.

44_P33 Найдите все значения параметра m , при которых

система
$$\begin{cases} x + \log_2(y + 4) = 4 \\ y + 2^x = m \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

45_P34 Найдите все значения параметра m , при которых

система
$$\begin{cases} x + \log_3(y + 3) = 2 \\ y + 3^x = m \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

46_P16 Известно, что значение параметра a таково, что

система уравнений
$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^m \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - a x^2 y^2) + 1 \end{cases}$$
 имеет единственное решение. Найдите это значение параметра a и решите систему при найденном значении параметра.

47_P23 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_{2^2}(y) = (x^2 + 3x + 2)^4 \\ -x^2 + y = 3x + 2 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

48_P24 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2 \\ x^2 + y = 2x \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

49_P25 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6 \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

50_P27 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_a \sqrt{y+1} = (x^2 - 6x)^2 \\ x^2 + y = 6x \end{cases}$$
 имеет ровно два решения

51_P35 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} \log_y x = 1 \\ x^2 - 3y + a = x \end{cases}$$
 имеет два решения.

52_P36 Найдите все значения параметра a , при которых

система
$$\begin{cases} y = e^{\ln x} \\ y = x + 5x - x^2 \end{cases}$$
 имеет два решения.

53_P8 Найдите все значения параметра a , при которых

система уравнений $\begin{cases} \log_y x = 1 \\ x^2 - 3y + a = x \end{cases}$ имеет два решения.

54_P9 Найдите все значения параметра a , при которых

система уравнений $\begin{cases} y = e^{\ln x} \\ y = a + 5x - x^2 \end{cases}$ имеет два решения.

55_P3 Найдите все значения a , при которых система

$\begin{cases} \log_2(4y + 4a - 3) = 1 + \log_2(a - x) \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$ имеет решения.

56_P4 Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} 1 + \log_2(a - 2 - y) = \log_2(a - x) \\ y + 2\sqrt{x} = 1 \end{cases}$$

имеет решения.