

8.1.13. Задачи для самостоятельного решения

8.1.13.1. Натуральные, рациональные, действительные числа, 1

39. Докажите, что $\forall n \in N$ число $n^3 + 17n$ делится нацело на 6.

40. Докажите, что $\forall n \in N$ число $n^3 + 3n^2 + 2n$ делится нацело на 6.

41. Используя метод математической индукции, докажите, что $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

42. Найдите наибольшее натуральное число, для которого неполное частное от деления на 326 равно 283 и укажите в ответе остаток от деления указанного натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

43. Найдите все трехзначные числа вида $\overline{3x4}$, делящиеся на 3.

44. Найдите все трехзначные числа вида $\overline{3x4}$, делящиеся на 11.

45. Найдите все трехзначные числа вида $\overline{3x4}$, делящиеся на 12.

46. Найдите все пятизначные числа вида $\overline{1x34x}$, делящиеся на 12.

47. Сумма всех положительных трехзначных чисел, кратных 39, равна

1 13104 2 12012 3 13775 4 12763 5 12558

48. Остаток от деления 123456789 на 8 равен

0 1 3 5 7 3

49. Остаток от деления 1234567 на 9 равен

0 1 3 5 7 3

50. Остаток от деления 123456789 на 11 равен

0 1 3 5 7 3

51. Сколько существует трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 2?

1 117 2 130 3 128 4 129 5 131

52. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 18.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

53. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 24.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

54. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 18 и на 24.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

55. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 18 и не делятся на 24.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

56. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 24 и не делятся на 18.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

57. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 18 или на 24.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

58. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые не делятся нацело на 18 и не делятся на 24.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

59. Вычислите сумму всех целых чисел n , при которых дробь $\frac{n^2+3n+5}{n+2}$ является целым числом.

1 -2 2 -8 3 -4 4 4 5 8

60. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, для которых $7x - 3y = 11$.

1 $x = 6m - 1, y = 14m - 6$ 2 $x = 9m - 1, y = 21m - 6$

3 $x = 7m - 5, y = 3m - 2$ 4 $x = 3m - 1, y = 7m - 6$

5 $x = 7m + 1, y = -3m - 6, m \in \mathbf{Z}$.

61. Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ являются целыми числами и удовлетворяют уравнению $xy = 12$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

62. Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ являются целыми числами и удовлетворяют уравнению $x^2 - y^2 = 24$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

63. Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ являются целыми числами и удовлетворяют уравнению $xy - 2y = 2$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

64. Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ являются целыми числами и удовлетворяют уравнению $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 36$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

65. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, для которых $3xy + 16x + 13y + 61 = 0$.

66. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, для которых $x^3 - 6x^2 - xy + 13x + 3y + 7 = 0$.

67. Бабушка накормила несколько внуков и внучек. Каждому внуку она дала 3 котлетки и 2 конфетки, каждой внучке 1 котлетку и 3 конфетки. Всего внуки и внучки съели 23 котлетки и 27 конфеток. Сколько всего детей накормила бабушка?

1 9 2 10 3 11 4 12 5 13

68. В школе не менее трех классов, в каждом из которых не менее трех школьников, во всех поровну, разность общего числа школьников и общего числа классов равна 91. Найдите сумму числа классов и числа школьников в одном классе.

- 1 17 2 18 3 19 4 21 5 23

69. У драконов острова Борнео на каждой голове не менее двух глаз (все головы у одного дракона одинаковые), каждый дракон смотрит на мир тридцатью глазами. Каково максимальное число видов драконов, которые там могут водиться, если в драконоведении виды драконов различают по количеству голов?

- 1 10 2 15 3 30 4 7 5 8

70. Периодическая десятичная дробь $0,1(23)$ равна

- 1 $\frac{61}{450}$ 2 $\frac{61}{495}$ 3 $\frac{41}{330}$ 4 $\frac{2}{15}$ 5 $\frac{1}{8}$

71. Найдите 152-ю цифру после запятой в представлении числа $\frac{431}{1111}$ в виде периодической десятичной дроби:

- 1 3 2 9 3 7 4 5 5 1