

### 8.1.13.2. Натуральные, рациональные, действительные числа, 2

**72.** Докажите, что  $\forall n \in \mathbb{N}$  число  $n^4 + 5n^2$  делится нацело на 3.

**73.** Используя метод математической индукции, докажите, что  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .

**74.** Используя метод математической индукции, докажите, что  $1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots + (n-1) \cdot n^2 = \frac{n(n^2-1)(3n+2)}{12}$ .

**75.** Найдите наибольшее натуральное число, для которого неполное частное от деления на 98324758735086084798674894876678953 равно 7892365278348783465789486648356864469729 и укажите в ответе остаток от деления указанного натурального числа на 5.

1  2  3  4  5  0

**76.** Найдите все трехзначные числа вида  $\overline{3x4}$ , делящиеся на 9.

**77.** Найдите все пятизначные числа вида  $\overline{1x34y}$ , делящиеся на 72.

**78.** Число  $\overline{3a4a5a}$  делится на 45, если  $a$  заменить на

9  0  3  4  5  6

**79.** Остаток от деления 123456789 на 2 равен

1  2  3  4  5  0

**80.** Остаток от деления 123456789 на 5 равен

1  2  3  4  5  0

**81.** Остаток от деления 7777777 на 9 равен

0  1  5  7  3

**82.** Остаток от деления 123456789 на 72 равен

49  27  31  45  17

**83.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 36.

1  2  3  4  5  0

**84.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 48.

1  2  3  4  5  0

**85.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 36 и на 48.

1  2  3  4  5  0

**86.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 36 и не делятся на 48.

1  2  3  4  5  0

**87.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 48 и не делятся на 36.

1  2  3  4  5  0

**88.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые делятся нацело на 36 или на 48.

1  2  3  4  5  0

**89.** Найдите остаток от деления на 5 числа, равного количеству трехзначных натуральных чисел, которые не делятся нацело на 36 и не делятся на 48.

1  2  3  4  5  0

**90.** Вычислите среднее арифметическое всех целых чисел  $n$ , при которых дробь  $\frac{2n^2+7n+1}{n+2}$  является целым числом:

2  -2  1,5  -1,5  5

**91.** Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , для которых  $7x + 11y = 13$ .

1  $x = 10 - 22m, y = 14m - 4$   2  $x = 11m - 5, y = 7m - 2$

3  $x = 5 - 11m, y = 7m - 2$   4  $x = 1 - 7m, y = 11m - 6$

5  $x = 7m - 1, y = 11m - 6, m \in \mathbf{Z}$ .

**92.** Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого  $(x; y)$  являются целыми числами и удовлетворяют уравнению  $xy = 18$ , равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1  2  3  4  5  0

**93.** Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого  $(x; y)$  являются целыми числами и удовлетворяют уравнению  $x^2 - y^2 = 48$ , равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1  2  3  4  5  0

**94.** Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого  $(x; y)$  являются целыми числами и удовлетворяют уравнению  $xy + y = 4$ , равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1  2  3  4  5  0

**95.** Наибольшая площадь многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого  $(x; y)$  являются целыми числами и удовлетворяют уравнению  $6x^2 - 5xy + y^2 = 28$ , равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1  2  3  4  5  0

**96.** Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , для которых  $3xy - 14x - 17y + 71 = 0$ .

**97.** По дороге едут автомобили (не менее двух), в каждом из которых не менее двух пассажиров, на всех автомобилях поровну, сумма числа автомобилей и общего числа пассажиров равна 95. Найдите сумму числа автомобилей и числа пассажиров, едущих в одном автомобиле.

1 17  2 18  3 19  4 21  5 23

**98.** В стаде 6 драконов, у каждого дракона разное число голов, все головы у одного дракона одинаковые, каждый дракон имеет ровно 20 ушей (уши размещаются только на головах). Самый умный дракон съел несколько своих сородичей, причем каждая его голова съела ровно одну чужую голову. Сколько ушей (на

живых головах) осталось после этого в стаде, если ум дракона пропорционален количеству его голов?

1 40  2 30  3 25  4 29  5 24

**99.** Если число  $0,(\overline{72}) - 0,0(\overline{63})$  представить в виде десятичной дроби, то сумма первых пяти цифр после запятой будет равна

1 24  2 18  3 17  4 33  5 25

**100.** Двенадцатая цифра после запятой в представлении числа  $\frac{217}{3330}$  в виде бесконечной десятичной дроби равна

1 6  2 1  3 0  4 9  5 5