

Домашнее задание №2 по геометрии (ЕГЭ-2009)
27.2. Правильная четырехугольная пирамида
 27.2.1. Углы в правильной четырехугольной пирамиде

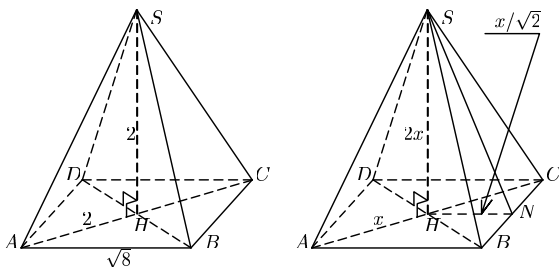


Рис. 31. Правильная четырехугольная пирамида

1. Угол наклона бокового ребра и боковой грани к плоскости основания

s02-1. В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $\sqrt{8}$ и длина высоты 2. Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания. Ответ укажите в градусах.

♦ 45.

Решение.

(1) Пусть $SABCD$ – правильная четырехугольная пирамида. S – вершина. $ABCD$ – основание, рис. 31а. Так как в основании правильной пирамиды лежит правильный многоугольник, то в основании правильной четырехугольной пирамиды лежит квадрат, так что $ABCD$ – квадрат. Пусть SH – высота пирамиды $SABCD$. Основание высоты правильной пирамиды совпадает с центром основания пирамиды, поэтому H – центр квадрата $ABCD$, т.е. точка пересечения его диагоналей AC и BD .

(2) По условию задачи, $SH = 2$ и $AB = \sqrt{8}$. По теореме Пифагора диагональ квадрата $AC = AB\sqrt{2} = 4$. Точка пересечения диагоналей квадрата делит каждую из них на два равных отрезка, поэтому $AH = \frac{1}{2}AC = 2$.

(3) Так как высота пирамиды AH перпендикулярна плоскости основания, в которой лежит квадрат $ABCD$, то AH перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости основания, и в частности перпендикулярна прямой AC . Поэтому треугольник SAH прямоугольный, $\angle SHA = 90^\circ$.

(4) Так как $SH = 2$, $AH = 2$, то прямоугольный треугольник SAH еще и равнобедренный, поэтому оба его острых угла равны по 45° .

(5) По определению, угол наклона бокового ребра SA к плоскости основания равен углу между SA и проекцией SA на плоскость основания $ABCD$. Так как точка H является проекцией точки S , то прямая AH является проекцией прямой SA , так что искомый угол равен углу SAC и равен 45° . ■

s02-2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания равен 2. Найдите тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания.

♦ $2\sqrt{2}$.

Решение. Проведем высоту $SH \perp ABCD$, рис. 31б. Заданный угол $\angle SAH = \alpha$, причем по условию задачи $\operatorname{tg} \alpha = 2$, искомый угол

$$\angle SNH = \beta. \text{ Заметим, что } \begin{cases} \frac{SH}{AH} = 2, \\ \frac{SH}{NH} = \operatorname{tg} \beta, \\ \frac{AH}{NH} = \sqrt{2}. \end{cases} \text{ поэтому } \operatorname{tg} \beta = 2\sqrt{2}. \quad \blacksquare$$

s02-3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания равен 4. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания.

s02-4. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 2, высота равна $\sqrt{3}$. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.

s02-5. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна $2\sqrt{3}$, высота равна 1. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.

s02-6. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 14, высота равна 7. Найдите угол наклона боковой грани к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.