

7.12.3. Домашнее задание–11

Окружности и треугольники, часть 3

a11h–1. Окружность с центром в точке O , лежащей на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC , касается его катетов AB и BC . Найдите длину AC , если известно, что $AM = 20$, $AN : MN = 6 : 1$, где M — точка касания AB с окружностью, N — точка пересечения окружности с AC , расположенная между точками A и O .

a11h–2. В треугольнике ABC $AB = 3$, $\angle ACB = \arcsin \frac{3}{5}$. Хорда KN окружности, описанной около треугольника ABC , пересекает отрезки AC и BC в точках M и L соответственно. Известно, что $\angle ABC = \angle CML$, площадь четырехугольника $ABLM$ равна 2, $LM = 1$. Найдите высоту треугольника KNC , опущенную из вершины C , и его площадь.

a11h–3. На окружности, радиус которой равен 7, расположены точки A, B, C, D в указанном порядке. Продолжения хорды AB за точку B и хорды CD за точку C пересекаются в точке E , причем $\angle AED = 60^\circ$. Угол ABD в три раза больше угла BAC . Найдите AD .

a11h–4. В треугольнике ABC точка D лежит на стороне BC , прямая AD пересекается с биссектрисой угла ACB в точке O . Известно, что точки C, D и O лежат на окружности, центр которой находится на стороне AC , $AC : AB = 3 : 2$, а величина угла DAC в три раза больше величины угла DAB . Найдите косинус угла ACB .

a11h–5. Вершины B, C, D четырехугольника $ABCD$ расположены на окружности с центром O , которая пересекает сторону AB в точке F , а сторону AD — в точке E . Известно, что угол BAE прямой, хорда EF равна хорде FB и хорды BC, CD, ED равны между собой. Найдите угол ABO .

a11h–6. На стороне AB треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны AC и BC в точках D и E соответственно, прямая DE делит площадь

треугольника ABC пополам и образует с прямой AB угол 15° .
Найдите углы треугольника ABC .

a11h–7. В окружности пересекающиеся хорды AB и CD перпендикулярны, $AD = m$, $BC = n$. Найдите диаметр окружности.

a11h–8. Вокруг четырехугольника $ABCD$ с взаимно перпендикулярными диагоналями описана окружность радиуса 2. Найдите сторону CD , если $AB = 3$.

a11h–9. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O . Радиус AO перпендикулярен радиусу OB , а радиус OC перпендикулярен радиусу OD . Длина перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AD , равна 9, $AD = 2BC$. Найдите площадь треугольника AOB .

a11h–10. Две окружности пересекаются в точках A и K . Их центры расположены по разные стороны от прямой, содержащей отрезок AK . Точки B и C лежат на разных окружностях. Прямая, содержащая отрезок AB , касается одной окружности в точке A . Прямая, содержащая отрезок AC , касается другой окружности также в точке A . Найдите площадь треугольника ABC , если $BK = 1$, $CK = 4$, $\operatorname{tg} \angle CAB = 1/\sqrt{15}$.