

Н.2.1. Домашнее задание–12 без ответов

Н.2.1.1. ♠ В10 Элементы теории вероятностей:

для самостоятельного решения

h12h–1. Известно, что 12% всех лотерейных билетов – выигрышные. Найдите вероятность того, выбранный наугад билет выиграет.

h12h–2. Выпущено 100 лотерейных билетов. Известно, что 40 из них – выигрышные. Первые 10 билетов не выиграли. Найдите вероятность того, следующий выбранный наугад билет выиграет.

h12h–3. Выпущено 100 лотерейных билетов. Известно, что 50 из них – выигрышные. Первые 49 билетов выиграли. Найдите вероятность того, следующий выбранный наугад билет выиграет.

Н.2.1.2. ♠ Движение по реке:

для самостоятельного решения

h12h–4. Города A и B расположены на берегу реки, причем город B расположен ниже по течению. В 9 часов утра из города A в город B отправляется плот, плывущий относительно берегов со скоростью течения реки. В этот же момент из города B в город A отправляется лодка, которая встречается с плотом через 5 часов. Доплыв до города A , лодка мгновенно повернула обратно и пришлыла в город B одновременно с плотом. Успели ли лодка и плот прибыть в город к 9 часам вечера того же дня?

Н.2.1.3. ♠ С2 Расстояние между прямыми в 6–призме:

для самостоятельного решения

h12h–5. [С2**] В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ ребро основания равно 3, высота равна 4. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и CD_1 .

h12h–6. [С2**] В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ ребро основания равно 3, высота равна 4. Найдите расстояние между прямыми AC_1 и BD_1 .

Н.2.1.4. ♠ С2 Метрические соотношения в 6-пирамиде : для самостоятельного решения

1. ♦♦ ♠ Угол между боковым ребром и плоскостью основания 6-пирамиды : для самостоятельного решения
h12h–7. [С2*] В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны b , высота также равна b . Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания.

2. ♦♦ ♠ Угол между боковой гранью и плоскостью основания 6-пирамиды : для самостоятельного решения
h12h–8. [С2*] В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны 2, высота равна 3. Найдите угол между боковой гранью и плоскостью основания.

3. ♦♦ ♠ Угол между боковой гранью и плоскостью основания 6-пирамиды : для самостоятельного решения
h12h–9. Длина стороны основания правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$ равна $2\sqrt{3}$, высота пирамиды равна 3. Найдите угол между боковой гранью и плоскостью основания.

Н.2.1.5. ♠ С3 Логарифмические неравенства: для самостоятельного решения

1. ♦♦ ♠ Логарифмические неравенства, замена переменной: для самостоятельного решения
h12h–10. [С3*] Решите неравенство $3 \log_{2x}(x) \leq 4 \log_{4x}(x)$.

2. ♦♦ ♠ Логарифмические неравенства, метод равносильных преобразований: для самостоятельного решения

h12h–11. Решите неравенство $\log_x 3x > 1$.

h12h–12. Решите неравенство $\log_x 3x < 1$.

h12h–13. Напишите ОДЗ неравенства $\log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0$.

h12h–14. Решите систему
$$\begin{cases} \log_x 3x > 1, \\ \log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0. \end{cases}$$

h12h–15. Решите систему
$$\begin{cases} 0 < \log_x 3x < 1, \\ \log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0. \end{cases}$$

h12h–16. Решите неравенство $\log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0$.

Н.2.1.6. ♠ С5 Квадратное уравнение с параметром с вычисляемыми корнями: для самостоятельного решения

h12h–17. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in [3; 5]$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \leq 0$.

h12h–18. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in [3; 5]$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) < 0$.

h12h–19. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in (3; 5)$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) < 0$.

h12h–20. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in [3; 5]$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \geq 0$.

h12h–21. Найдите все значения параметра p , при которых хотя бы одно значение $x \in [3; 5]$ является решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \geq 0$.

h12h–22. Найдите все значения параметра p , при которых ни одно значение $x \in [3; 5]$ не является решением неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \leq 0$.

h12h–23. Найдите все значения параметра p , при которых хотя бы одно значение $x \in [3; 5]$ не является решением неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \leq 0$.

Н.2.1.7. ♠ С6 Система диофантовых уравнений : для самостоятельного решения

h12h–24. Решите в целых числах уравнение $24^x \cdot 25^y \cdot 27^p \cdot 30^q = 1$.

h12h–25. Решите в целых числах уравнение $12^x \cdot 50^y \cdot 81^p \cdot 90^q = 1$.

Н.2.2. Домашнее задание–12 с ответами

Н.2.2.1. ♠ В10 Элементы теории вероятностей: для самостоятельного решения

h12h–1. Известно, что 12% всех лотерейных билетов – выигрышные. Найдите вероятность того, выбранный наугад билет выиграет.

$$\blacklozenge \frac{12}{100}.$$

h12h–2. Выпущено 100 лотерейных билетов. Известно, что 40 из них – выигрышные. Первые 10 билетов не выиграли. Найдите вероятность того, следующий выбранный наугад билет выиграет.

$$\blacklozenge \frac{40}{90}.$$

h12h–3. Выпущено 100 лотерейных билетов. Известно, что 50 из них – выигрышные. Первые 49 билетов выиграли. Найдите вероятность того, следующий выбранный наугад билет выиграет.

$$\blacklozenge 1/51.$$

Н.2.2.2. ♠ Движение по реке: для самостоятельного решения

h12h–4. Города A и B расположены на берегу реки, причем город B расположен ниже по течению. В 9 часов утра из города A в город B отправляется плот, плывущий относительно берегов со скоростью течения реки. В этот же момент из города B в город A отправляется лодка, которая встречается с плотом через 5 часов. Доплыв до города A , лодка мгновенно повернула обратно и приплыла в город B одновременно с плотом. Успели ли лодка и плот прибыть в город к 9 часам вечера того же дня?

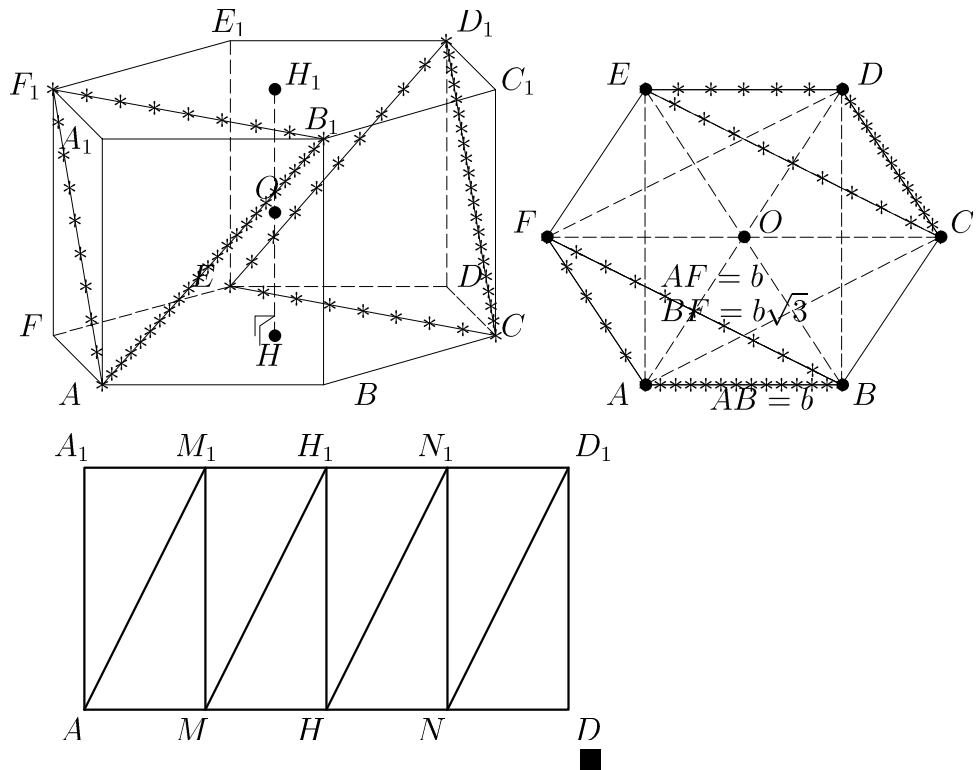
$$\blacklozenge \text{Нет.}$$

Н.2.2.3. ♠ С2 Расстояние между прямыми в 6–призме: для самостоятельного решения

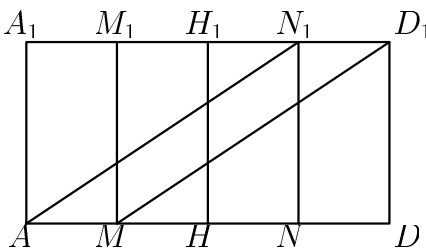
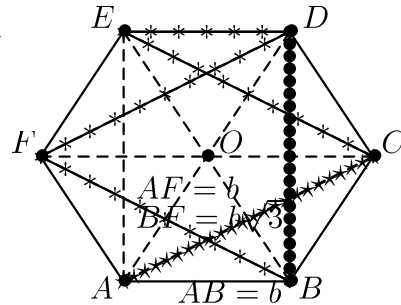
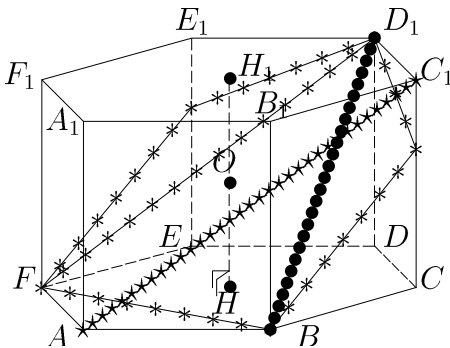
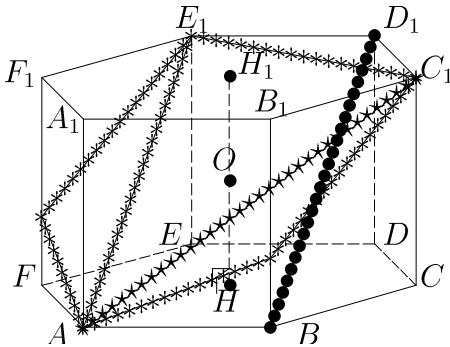
h12h–5. [С2**] В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ ребро основания равно 3, высота равна 4. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и CD_1 .

◆ 7.2.

Решение.



h12h–6. [C2**] В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ ребро основания равно 3, высота равна 4. Найдите расстояние между прямыми AC_1 и BD_1 .
Решение.



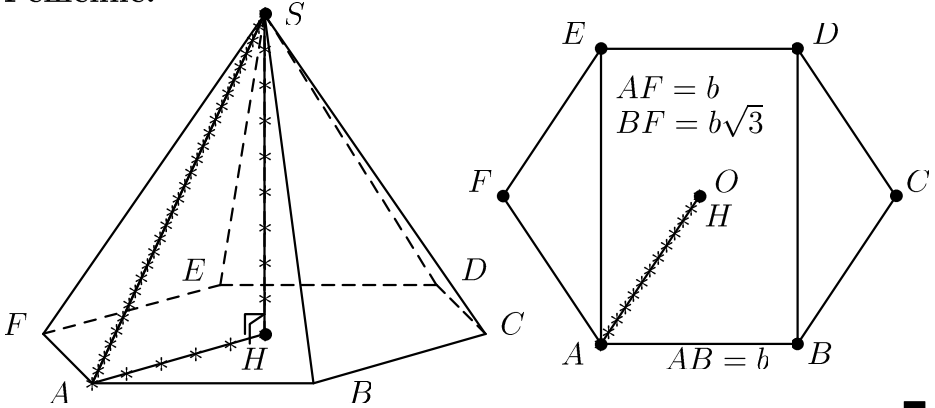
Н.2.2.4. ♠ C2 Метрические соотношения в 6-пирамиде : для самостоятельного решения

1. ♦♦ ♠ Угол между боковым ребром и плоскостью основания 6-пирамиды : для самостоятельного решения

h12h-7. [C2*] В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны b , высота также равна b . Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания.

◆ 45° .

Решение.



2. ◆◆♠ Угол между боковой гранью и плоскостью

основания 6-пирамиды : для самостоятельного решения

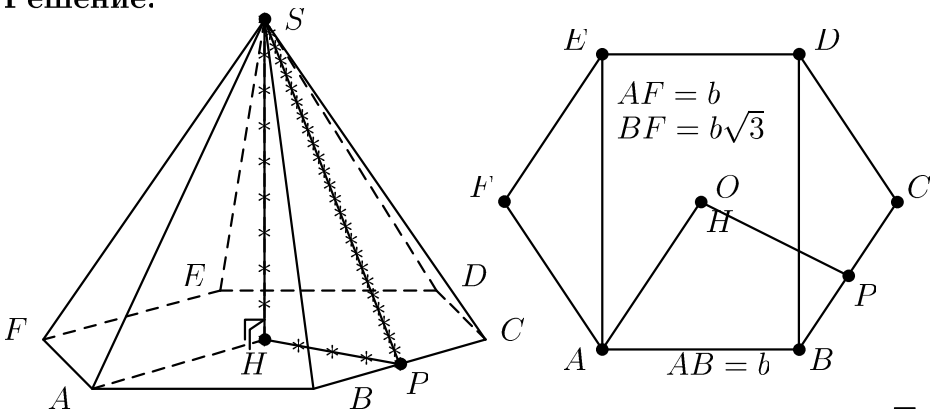
h12h–8. [C2*] В правильной шестиугольной пирамиде

$SAB CDE F$ все ребра основания равны 2, высота равна 3.

Найдите угол между боковой гранью и плоскостью основания.

◆ 60° .

Решение.



3. ♦♦♠ Угол между боковой гранью и плоскостью основания 6-пирамиды : для самостоятельного решения

h12h–9. Длина стороны основания правильной шестиугольной пирамиды $SAB CDEF$ равна $2\sqrt{3}$, высота пирамиды равна 3. Найдите угол между боковой гранью и плоскостью основания.

♦ 45° .

Н.2.2.5. ♠ С3 Логарифмические неравенства:

для самостоятельного решения

1. ♦♦♠ Логарифмические неравенства, замена переменной: для самостоятельного решения

h12h–10. [СЗ*] Решите неравенство $3 \log_{2x}(x) \leq 4 \log_{4x}(x)$.

♦ $x \in (0; 1/4) \cup (1/2; 1] \cup [4; +\infty)$.

2. ♦♦♠ Логарифмические неравенства, метод равносильных преобразований: для самостоятельного решения

h12h–11. Решите неравенство $\log_x 3x > 1$.

♦ $x \in (1; +\infty)$.

h12h–12. Решите неравенство $\log_x 3x < 1$.

♦ $x \in (0; 1)$.

h12h–13. Напишите ОДЗ неравенства $\log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0$.

♦ $x \in (1/4; 1/3) \cup (1; +\infty)$,

h12h–14. Решите систему
$$\begin{cases} \log_x 3x > 1, \\ \log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0. \end{cases}$$

♦ $x \in (1; +\infty)$,

h12h–15. Решите систему
$$\begin{cases} 0 < \log_x 3x < 1, \\ \log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0. \end{cases}$$

♦ $x \in (1/4; 1/3)$.

h12h–16. Решите неравенство $\log_{\log_x 3x}(4x - 1) \geq 0$.

♦ $x \in (1/4; 1/3) \cup (1; +\infty)$,

Н.2.2.6. ♠ С5 Квадратное уравнение с параметром с вычисляемыми корнями: для самостоятельного решения

h12h–17. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in [3; 5]$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \leq 0$.

$$\blacklozenge p \in (-\infty, 3] \cup [9, +\infty).$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

h12h–18. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in [3; 5]$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) < 0.$

$$\blacklozenge p \in (-\infty, 3] \cup (9, +\infty).$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

h12h–19. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in (3; 5)$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) < 0.$

$$\blacklozenge p \in (-\infty, 3] \cup [9, +\infty).$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

h12h–20. Найдите все значения параметра p , при которых все значения $x \in [3; 5]$ являются решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \geq 0.$

$$\blacklozenge p \in [5; 7].$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

h12h–21. Найдите все значения параметра p , при которых хотя бы одно значение $x \in [3; 5]$ является решениями неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \geq 0.$

$$\blacklozenge p \in [3; 9].$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

h12h–22. Найдите все значения параметра p , при которых ни одно значение $x \in [3; 5]$ не является решением неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \leq 0.$

$$\blacklozenge p \in (5; 7).$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

h12h–23. Найдите все значения параметра p , при которых хотя бы одно значение $x \in [3; 5]$ не является решением неравенства $x^2 - 4x + (8 - p)(p - 4) \leq 0.$

$$\blacklozenge p \in (3; 9).$$

Решение. $x_1 = p - 4, x_2 = 8 - p.$ ■

Н.2.2.7. ♠ С6 Система диофантовых уравнений :
для самостоятельного решения

h12h–24. Решите в целых числах уравнение

$$24^x \cdot 25^y \cdot 27^p \cdot 30^q = 1.$$

$$\blacklozenge x = 6n, y = 9n, p = 4n, q = -18n, n \in \mathbf{Z}.$$

Решение. $(2^3 \cdot 3)^x \cdot 5^{2y} \cdot 3^{3p} \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^q = 1, \begin{cases} 3x + q = 0, \\ x + 3p + q = 0, \\ 2y + q = 0, \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0, \\ x + 3p - 2y = 0, \\ q = -2y, \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = 0, \\ 2x - 3p = 0, \\ q = -2y, \end{cases} \begin{cases} 6x - 4y = 0, \\ 6x - 9p = 0, \\ q = -2y, \end{cases} \begin{cases} 3x = 2y, \\ 9p = 4y, \\ q = -2y, \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 2m, y = 3m, \\ p = 4n, y = 9n, \\ q = -2y, \end{cases} \begin{cases} x = 6n, y = 3m = 9n, m = 3n, \\ p = 4n, y = 9n, \\ q = -2y, \end{cases}$$

$x = 6n, y = 9n, p = 4n, q = -18n, n \in \mathbf{Z}$. Проверка,

$$\begin{cases} 18n - 18n = 0, \\ 6n + 12n - 18n = 0, \quad \blacksquare \\ 18n - 18n = 0. \end{cases}$$

h12h–25. Решите в целых числах уравнение

$$12^x \cdot 50^y \cdot 81^p \cdot 90^q = 1.$$

$$\blacklozenge x = 4n, y = 8n, p = 7n, q = -16n, n \in \mathbf{Z}.$$

Решение. $(2^2 \cdot 3)^x \cdot (2 \cdot 5^2)^y \cdot 3^{4p} \cdot (2 \cdot 3^2 \cdot 5)^q = 1,$

$$\begin{cases} 2x + y + q = 0, \\ x + 4p + 2q = 0, \quad \blacksquare \\ 2y + q = 0. \end{cases}$$