а.17.2. Домашнее задание–17 без ответов [ege17]

а.17.3. w17h Квадратное уравнение с параметром с вычисляемыми корнями [w17]

1. ♦♦ Квадратное уравнение с параметром с линейными вычисляемыми корнями

a17h–1. Найдите все значения параметра p, при которых все значения $x \in (1; 2]$ являются решениями неравенства $x^2 - px + 4p - 16 \leqslant 0$.

2. ♦♦ Квадратное уравнение с параметром со степенными вычисляемыми корнями

a17h–2. Найдите все значения параметра p, при которых все значения $x \in (-4; 9]$ являются решениями неравенства $x^2 - p(1-p)x - p^3 \leqslant 0$.

a17h–3. Найдите все значения параметра p, при которых все значения $x \in (5; 32]$ являются решениями неравенства $x^2 - (2p^2 + 24)x + (p^2 + 12)^2 - 64p^2 < 0$.

a.17.4. w16h Метрические соотношения в 6-пирамиде, 2 []

a.17.4.1. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

для самостоятельного решения

a17h–4. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны $2b$, высота равна $b\sqrt{3}$. Найдите угол между гранями SBC и SFE.

а.17.4.2. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

для самостоятельного решения

a17h–5. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны $4b$, высота равна $3b$. Найдите угол между гранями SAF и SFE.

a.17.5. w17h Метрические соотношения в 6-пирамиде, 3 []

a.17.5.1. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

для самостоятельного решения

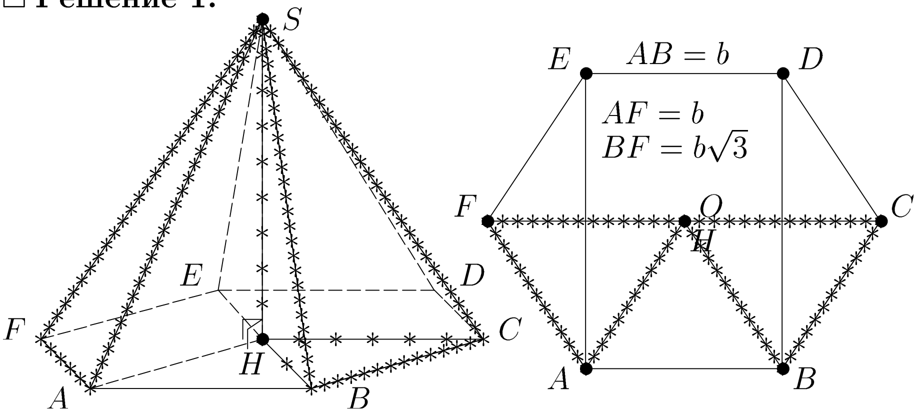
a17h–6. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ угол между боковой гранью и плоскостью основания равен $60°$. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания.

a.17.5.2. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

для самостоятельного решения

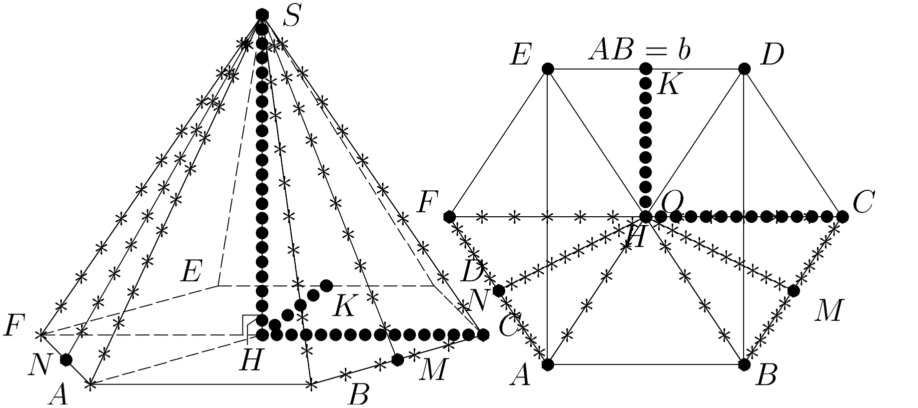
a17h–7. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны $2b$, высота равна $2b\sqrt{6}$. Найдите угол между гранями SAF и SBC.

□ **Решение 1.**



Найдите угол между плоскостью SBC и плоскостью SAF, используя сечение пирамиды $SABCDEF$ плоскостью FCG, причем точка G расположена на линии пересечения плоскостей SBC и SAF. ■

□ **Решение 2.**



Нарисуйте декартову систему координат, начало O поместите в точку H, ось Ox направьте вдоль HC, ось Oy направьте вдоль HK, ось Oz направьте вдоль HS. **(1)** Заметим, что плоскость SBC не проходит через начало координат. Поэтому уравнение плоскости SBC можно записать в виде $\mathcal{M}_1 x + \mathcal{N}_1 y + \mathcal{K}_1 z = 1$. **(2)** Найдите координаты точки $S = \big(S_x, S_y, S_z\big)$. **(3)** Найдите координаты точки $B = \big(B_x, B_y, B_z\big)$. **(4)** Найдите координаты точки $C = \big(C_x, C_y, C_z\big)$. **(5)** Найдите коэффициенты $\mathcal{M}_1, \mathcal{N}_1, \mathcal{K}_1$. Заметим, что а) для того, чтобы найти уравнение плоскости, не проходящей через начало координат, достаточно использовать любые три точки, принадлежащие данной плоскости и не лежащие на одной прямой, б) уравнение $\mathcal{M}_1 x + \mathcal{N}_1 y + \mathcal{K}_1 z = 1$ можно умножить на любое число, отличное от нуля, при этом получится уравнение той же плоскости. **(6)** Запишите вектор нормали к указанной плоскости в виде $\overrightarrow{\mathcal{N}_1} = (\mathcal{M}_1, \mathcal{N}_1, \mathcal{K}_1)$. **(7)** Заметим, что плоскость SAF проходит через начало координат. Поэтому уравнение плоскости SAF можно записать в виде $\mathcal{M}_2 x + \mathcal{N}_2 y + \mathcal{K}_2 z = 0$. **(8)** Найдите координаты точки $S = \big(S_x, S_y, S_z\big)$. **(9)** Найдите координаты точки $A = \big(A_x, A_y, A_z\big)$. **(10)** Найдите координаты точки

$F = \big(F_x, F_y, F_z\big)$. **(11)** Найдите коэффициенты $\mathcal{M}_2, \mathcal{N}_2, \mathcal{K}_2$. Заметим, что а) для того, чтобы найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат, достаточно использовать любые две точки, не совпадающие с началом координат и не лежащие на одной прямой с началом координат, б) уравнение $\mathcal{M}_2 x + \mathcal{N}_2 y + \mathcal{K}_2 z = 0$ можно умножить на любое число, отличное от нуля, при этом получится уравнение той же плоскости. **(12)** Запишите вектор нормали к указанной плоскости в виде $\overrightarrow{\mathcal{N}_2} = (\mathcal{M}_2, \mathcal{N}_2, \mathcal{K}_2)$. **(13)** Найдите $\left(\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\right) = \mathcal{M}_1\mathcal{M}_2 + \mathcal{N}_1\mathcal{N}_2 + \mathcal{K}_1\mathcal{K}_2$. **(14)** Найдите $\cos\angle\{\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\} = \frac{|\left(\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\right)|}{||\overrightarrow{\mathcal{N}_1}|| \cdot ||\overrightarrow{\mathcal{N}_2}||}$. **(15)** Найдите острый (или нулевой, или прямой, но не тупой) угол $\angle\{\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\}$. ■

a.17.6. w17h Логарифмические системы []

a17h–8. Решите неравенство $21^x - 9\cdot 7^x - 3^x + 9 \leqslant 0$.

a17h–9. Решите систему $\begin{cases}\log_{\log_x 3x}(4x-1) \geqslant 0,\\ 21^x - 9\cdot 7^x - 3^x + 9 \leqslant 0.\end{cases}$

a17h–10. Решите систему $\begin{cases}\log_x(20-x) + 2\log_{20-x} x \leqslant 3,\\ 4^x + 128 \geqslant 3\cdot 2^{x+3}.\end{cases}$

a.17.7. w17h Планиметрия, треугольники и окружности []

a17h–11. Найдите периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, если известно, что хорда длиной 2 этой окружности удалена от ее центра на 3.

a17h–12. В круге с центром O хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причем угол CDA равен $2\pi/3$. Найдите радиус окружности, касающейся отрезков AD, DC и дуги AC, если $OC = 2$, $OD = \sqrt{3}$.

a17h–13. На боковой стороне ВС равнобедренного треугольника АВС как на диаметре построена окружность, пересекающая основание этого треугольника в точке D. Найдите расстояние от вершины А до центра окружности, если $AD = \sqrt{3}$ и $\angle ABC = 120°$.

а.17.7.1. Домашнее задание–17 с ответами ege17

а.17.8. w17h Квадратное уравнение с параметром с вычисляемыми корнями [w17]

1. ♦♦ Квадратное уравнение с параметром с линейными вычисляемыми корнями

a17h–1. Найдите все значения параметра p, при которых все значения $x \in (1; 2]$ являются решениями неравенства
$x^2 - px + 4p - 16 \leqslant 0$.

♦ $p \in (-\infty, 5]$.

Решение. $x_1 = 4$, $x_2 = p - 4$. ■

2. ♦♦ Квадратное уравнение с параметром со степенными вычисляемыми корнями

a17h–2. Найдите все значения параметра p, при которых все значения $x \in (-4; 9]$ являются решениями неравенства
$x^2 - p(1-p)x - p^3 \leqslant 0$.

Решение. $x_1 = p$, $x_2 = -p^2$. ■

a17h–3. Найдите все значения параметра p, при которых все значения $x \in (5; 32]$ являются решениями неравенства
$x^2 - (2p^2 + 24)x + (p^2 + 12)^2 - 64p^2 < 0$.

Решение. $x_1 = p^2 - 8p + 12$, $x_2 = p^2 + 8p + 12$. ■

a.17.9. w16h Метрические соотношения в 6-пирамиде, 2 []

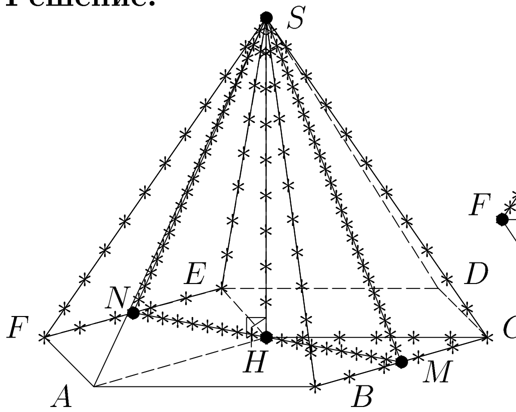
a.17.9.1. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

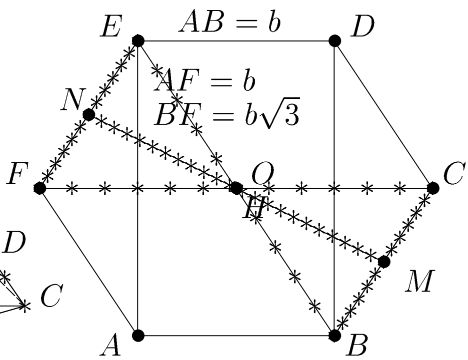
для самостоятельного решения

a17h–4. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны $2b$, высота равна $b\sqrt{3}$. Найдите угол между гранями SBC и SFE.

♦ 90°.

Решение.





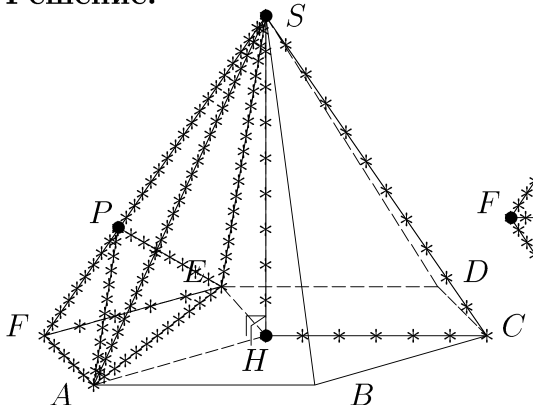
■

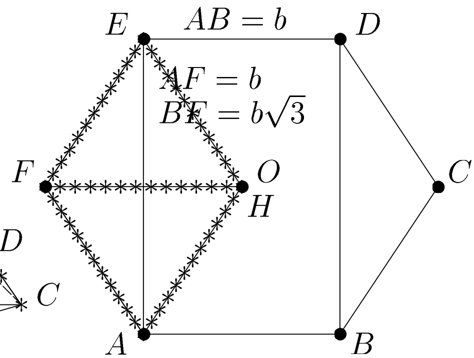
a.17.9.2. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

для самостоятельного решения

a17h–5. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны $4b$, высота равна $3b$. Найдите угол между гранями SAF и SFE.

Решение.





■

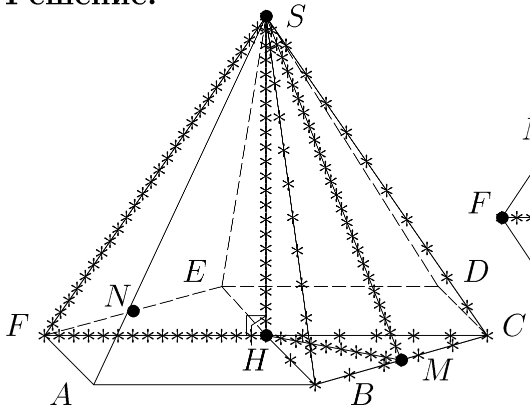
а.17.10. w17h Метрические соотношения в 6-пирамиде, 3 []

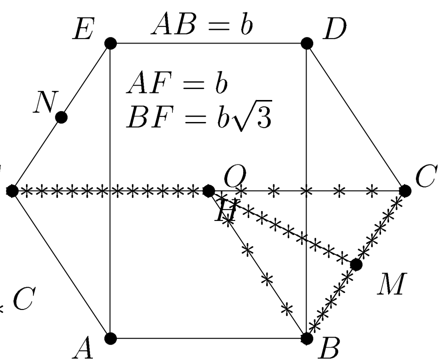
а.17.10.1. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды : для самостоятельного решения

a17h–6. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ угол между боковой гранью и плоскостью основания равен 60°. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания.

♦ $\operatorname{arctg}\dfrac{3}{2}$.

Решение.





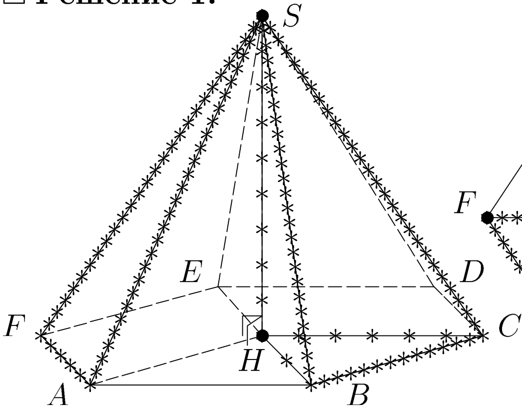
■

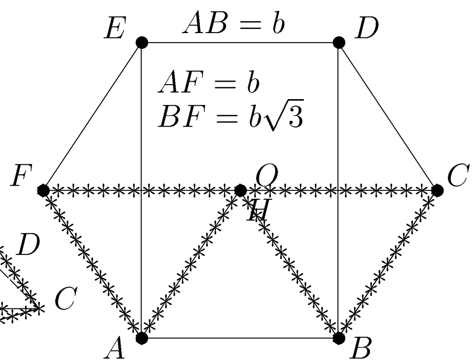
а.17.10.2. ♠ Угол между гранями 6-пирамиды :

для самостоятельного решения

а17h–7. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ все ребра основания равны $2b$, высота равна $2b\sqrt{6}$. Найдите угол между гранями SAF и SBC.

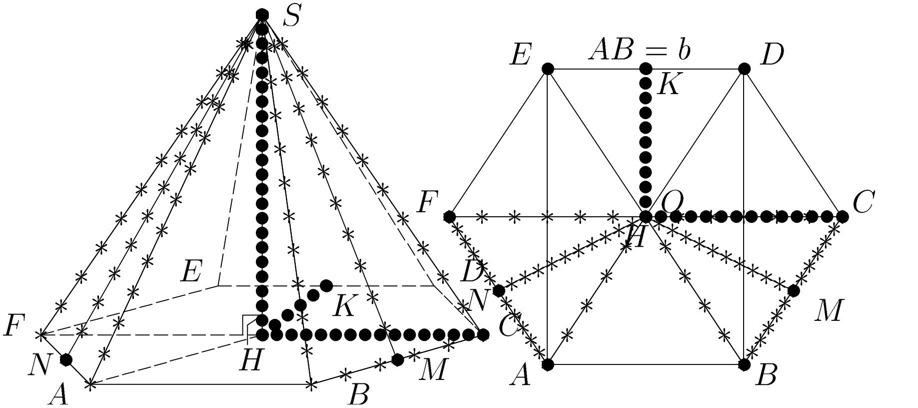
□ **Решение 1.**





Найдите угол между плоскостью SBC и плоскостью SAF, используя сечение пирамиды $SABCDEF$ плоскостью FCG, причем точка G расположена на линии пересечения плоскостей SBC и SAF. ■

□ **Решение 2.**



Нарисуйте декартову систему координат, начало O поместите в точку H, ось Ox направьте вдоль HC, ось Oy направьте вдоль HK, ось Oz направьте вдоль HS. **(1)** Заметим, что плоскость SBC не проходит через начало координат. Поэтому уравнение плоскости SBC можно записать в виде $\mathcal{M}_1 x + \mathcal{N}_1 y + \mathcal{K}_1 z = 1$. **(2)** Найдите координаты точки $S = \left(S_x, S_y, S_z\right)$. **(3)** Найдите координаты точки $B = \left(B_x, B_y, B_z\right)$. **(4)** Найдите координаты точки $C = \left(C_x, C_y, C_z\right)$. **(5)** Найдите коэффициенты $\mathcal{M}_1, \mathcal{N}_1, \mathcal{K}_1$. Заметим, что а) для того, чтобы найти уравнение плоскости, не проходящей через начало координат, достаточно использовать любые три точки, принадлежащие данной плоскости и не лежащие на одной прямой, б) уравнение $\mathcal{M}_1 x + \mathcal{N}_1 y + \mathcal{K}_1 z = 1$ можно умножить на любое число, отличное от нуля, при этом получится уравнение той же плоскости. **(6)** Запишите вектор нормали к указанной плоскости в виде $\overrightarrow{\mathcal{N}_1} = (\mathcal{M}_1, \mathcal{N}_1, \mathcal{K}_1)$. **(7)** Заметим, что плоскость SAF проходит через начало координат. Поэтому уравнение плоскости SAF можно записать в виде $\mathcal{M}_2 x + \mathcal{N}_2 y + \mathcal{K}_2 z = 0$. **(8)** Найдите координаты точки $S = \left(S_x, S_y, S_z\right)$. **(9)** Найдите координаты точки $A = \left(A_x, A_y, A_z\right)$. **(10)** Найдите координаты точки

$F = \big(F_x, F_y, F_z\big)$. **(11)** Найдите коэффициенты $\mathcal{M}_2, \mathcal{N}_2, \mathcal{K}_2$. Заметим, что а) для того, чтобы найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат, достаточно использовать любые две точки, не совпадающие с началом координат и не лежащие на одной прямой с началом координат, б) уравнение $\mathcal{M}_2 x + \mathcal{N}_2 y + \mathcal{K}_2 z = 0$ можно умножить на любое число, отличное от нуля, при этом получится уравнение той же плоскости. **(12)** Запишите вектор нормали к указанной плоскости в виде $\overrightarrow{\mathcal{N}_2} = (\mathcal{M}_2, \mathcal{N}_2, \mathcal{K}_2)$. **(13)** Найдите $\left(\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\right) = \mathcal{M}_1\mathcal{M}_2 + \mathcal{N}_1\mathcal{N}_2 + \mathcal{K}_1\mathcal{K}_2$. **(14)** Найдите $\cos\angle\{\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\} = \frac{|\left(\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\right)|}{||\overrightarrow{\mathcal{N}_1}||\cdot||\overrightarrow{\mathcal{N}_2}||}$. **(15)** Найдите острый (или нулевой, или прямой, но не тупой) угол $\angle\{\overrightarrow{\mathcal{N}_1}, \overrightarrow{\mathcal{N}_2}\}$. ■

a.17.11. w17h Логарифмические системы []

a17h–8. Решите неравенство $21^x - 9 \cdot 7^x - 3^x + 9 \leqslant 0.$

♦ $x \in [0;\ 2].$

a17h–9. Решите систему $\begin{cases} \log_{\log_x 3x}(4x-1) \geqslant 0, \\ 21^x - 9 \cdot 7^x - 3^x + 9 \leqslant 0. \end{cases}$

♦ $\begin{cases} x \in (1/4;\ 1/3) \bigcup (1;\ +\infty), \\ x \in [0; 2], \end{cases}$ $x \in (1/4;\ 1/3) \bigcup (1;\ 2].$

a17h–10. Решите систему $\begin{cases} \log_x(20-x) + 2\log_{20-x} x \leqslant 3, \\ 4^x + 128 \geqslant 3 \cdot 2^{x+3}. \end{cases}$

a.17.12. w17h Планиметрия, треугольники и окружности []

a17h–11. Найдите периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, если известно, что хорда длиной 2 этой окружности удалена от ее центра на 3.

⧫ $3\sqrt{30}$.

a17h–12. В круге с центром O хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причем угол CDA равен $2\pi/3$. Найдите радиус окружности, касающейся отрезков AD, DC и дуги AC, если $OC = 2$, $OD = \sqrt{3}$.

⧫ $2\sqrt{21} - 9$.

a17h–13. На боковой стороне BC равнобедренного треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая основание этого треугольника в точке D. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, если $AD = \sqrt{3}$ и $\angle ABC = 120°$.

⧫ $\sqrt{7}$.