

Государственный университет –
Высшая школа экономики

А.А.БЫКОВ

Тематические тесты по математике

Для учащихся 11-х классов

Часть 2

Москва 2009

Оглавление

Предисловие	4
Тематические тесты, модуль 2	
Тема 25. Тригонометрические формулы	5
Тема 26. Тригонометрические функции	8
Тема 27. Элементарные тригонометрические уравнения	12
Тема 28. Квадратные тригонометрические уравнения	17
Тема 29. Разложение на множители в тригонометрии	20
Тема 30. Понижение порядка в тригонометрии	22
Тема 31. Обратные тригонометрические функции	25
Тема 32. Уравнения с обратными функциями	29
Тема 33. Показательная функция	33
Тема 34. Логарифмическая функция	36
Тема 35. Показательные уравнения	40
Тема 36. Логарифмические уравнения	43
Тема 37. Показательные неравенства	47
Тема 38. Логарифмические неравенства	49
Тема 39. Линейные уравнения с параметром	53
Тема 40. Квадратные уравнения с параметром	56
Тема 41. Уравнения с параметром в правой части	60
Тема 42. Уравнения относительно параметра	62
Тема 43. Графические методы, многоугольники	63
Тема 44. Графические методы, окружности	67
Тема 45. Арифметическая прогрессия	71
Тема 46. Геометрическая прогрессия, 1	74

Тема 47.Геометрическая прогрессия, 2 77

Контрольные работы

Вариант 2-11 80

Вариант 2-12 85

Вариант 2-21 90

Вариант 2-22 95

Вариант 2-31 100

Вариант 2-32 105

Ответы 111

Ответы-v2 115

пустая страница

Предисловие

Книга предназначена для школьников 11-го класса, готовящихся к ЕГЭ по математике. Программа подготовки к ЕГЭ разделена на четыре модуля, каждый из которых завершается тематической контрольной работой. Основные темы учебных модулей: (1) алгебраические уравнения и неравенства, текстовые задачи, (2) тригонометрия, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, (3) задачи с параметром, применение производной и интеграла, (4) специфические задачи ЕГЭ.

Вторая часть пособия соответствует второму модулю. Планиметрия и стереометрия изучаются параллельно курсу алгебры. Основным обучающим элементом по каждой теме является мини-тест, включающий 5–12 задач, в том числе 4–7 простых, 3–5 средней сложности и 1–2 сложные задачи. Уровень сложности мини-теста подобран так, что хорошо подготовленный слушатель успевает решить 8–12 задач, в среднем решается 6–8 задач. В пособии приводятся два варианта каждого мини-теста. Один из них предназначен для разбора в аудитории, второй — для контроля степени усвоения материала. Как правило, для каждой задачи дается пять вариантов ответа, один из которых верный. Это позволяет преподавателю проверить результаты сразу же по окончании работы и немедленно выставить оценку. Учебное занятие начинается с проверки домашнего задания, за которое также немедленно выставляется оценка каждому слушателю. Такая форма работы, принятая на факультете довузовской подготовки ГУ ВШЭ по всем предметам, позволяет преподавателю планировать учебный процесс, а слушателю правильно распределить свое время. В некоторых задачах мини-тестов, имеющих чисто учебный характер, число ответов может быть меньше пяти.

Название отражает основную тему мини-теста, который может содержать также задачи по смежным темам.

Автор благодарен всем преподавателям факультета довузовской подготовки Государственного университета — Высшей школы экономики за ценные замечания.

Тематические тесты, модуль 2

Тема 25. Тригонометрические формулы

Вариант 1

1. Значение выражения $2 \cos(1050^\circ)$ равно

- 1 $-\sqrt{3}$ 2 -1 3 0 4 1 5 $\sqrt{3}$

2. Значение выражения $|\cos 46^\circ - \operatorname{ctg} 46^\circ| - |\operatorname{tg} 44^\circ - \sin 44^\circ|$ равно

- 1 0 2 $2 \sin 44^\circ$ 3 $2 \cos 44^\circ$ 4 $2 \operatorname{tg} 44^\circ$ 5 $2 \operatorname{ctg} 44^\circ$

3. Если $\sin x - \cos x = 0,7$, то

- 1 $\sin 2x \in [-1; -0,5)$ 2 $\sin 2x \in [-0,5; -0,25)$

- 3 $\sin 2x \in [-0,25; 0,25)$ 4 $\sin 2x \in [0,25; 0,5)$

- 5 $\sin 2x \in [0,5; 1]$

4. Значение выражения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$ при условии $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 7$ равно

- 1 47 2 $\sqrt{47 \cdot 49}$ 3 $\frac{344}{7}$ 4 49 5 51

5. Если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ и $A = 2 + \cos \alpha + \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, то

- 1 $A \in (-999; 0]$ 2 $A \in (0; 0,5]$ 3 $A \in (0,5; 1]$ 4 $A \in (1; 1,5]$

- 5 $A \in (1,5; 999)$

6. Вычислите $\cos 285^\circ$.

- 1 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 2 $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 3 $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$ 4 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 5 $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

7. Выражение $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \cos(\pi + x)$ тождественно равно

- $\cos^2 x$ $-\cos^2 x$ $\sin^2 x$ $-\sin^2 x$ $\sin x \cdot \cos x$

8. Величины $a = \cos 3$, $b = \cos 4$, $c = \cos 5$ удовлетворяют неравенствам

- $a < b < c$ $b < a < c$ $b < c < a$ $c < b < a$ $c < a < b$

9. Значение выражения

$10 + 64 \cos \frac{2\pi}{33} \cdot \cos \frac{4\pi}{33} \cdot \cos \frac{8\pi}{33} \cdot \cos \frac{16\pi}{33} \cdot \cos \frac{32\pi}{33}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

10. Если $A = \frac{\cos 51^\circ + 2 \cos 69^\circ + \sqrt{3} \cos 81^\circ}{\cos 21^\circ}$, то

- $A \in (-999; 1]$ $A \in (1; 1, 25]$ $A \in (1, 25; 1, 5]$
 $A \in (1, 5; 1, 75]$ $A \in (1, 75; 999)$

11. Найдите наименьший положительный период функции $y = 7 \cos\left(\frac{2\pi x}{24}\right) + 8 \cos\left(\frac{2\pi x}{33}\right)$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 0

Вариант 2

1. Значение выражения $2 \sin(600^\circ)$ равно

- $-\sqrt{3}$ -1 0 1 $\sqrt{3}$

2. Значение выражения $||\sin 44^\circ - \operatorname{tg} 44^\circ| - |\operatorname{ctg} 46^\circ - \cos 46^\circ||$ равно

- $2 \sin 44^\circ$ $2 \cos 44^\circ$ 0 $2 \operatorname{tg} 44^\circ$ $2 \operatorname{ctg} 44^\circ$

3. Если $\sin x + \cos x = 0,7$, то

1 $\sin 2x \in [-1; -0,5)$ **2** $\sin 2x \in [-0,5; -0,25)$

3 $\sin 2x \in [-0,25; 0,25)$ **4** $\sin 2x \in [0,25; 0,5)$

5 $\sin 2x \in [0,5; 1]$

4. Значение выражения $\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^2 x$ при условии $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 5$ равно

1 23 **2** $\sqrt{23 \cdot 27}$ **3** 27 **4** $\frac{126}{5}$ **5** 25

5. Если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ и $A = 2 + \cos \alpha + \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, то

1 $A \in (-999; 0]$ **2** $A \in (0; 0,5]$ **3** $A \in (0,5; 1]$ **4** $A \in (1; 1,5]$

5 $A \in (1,5; 999)$

6. Вычислите $\sin 195^\circ$.

1 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ **2** $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ **3** $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$ **4** $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ **5** $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

7. Выражение $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(\pi - x)$ тождественно равно

1 $\cos^2 x$ **2** $-\cos^2 x$ **3** $-\sin^2 x$ **4** $-\sin x \cdot \cos x$ **5** $\sin x \cdot \cos x$

8. Величины $a = \cos 1$, $b = \cos 3$, $c = \cos 2$ удовлетворяют неравенствам

1 $a < b < c$ **2** $b < a < c$ **3** $b < c < a$ **4** $a < c < b$ **5** $c < b < a$

9. Значение выражения

$$10 + 512 \cos \frac{\pi}{127} \cdot \cos \frac{2\pi}{127} \cdot \cos \frac{4\pi}{127} \cdot \cos \frac{8\pi}{127} \cdot \cos \frac{16\pi}{127} \cdot \cos \frac{32\pi}{127} \cdot \cos \frac{64\pi}{127}$$

равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

10. Если $A = \frac{\cos 27^\circ + 2 \cos 93^\circ + \sqrt{3} \cos 57^\circ}{\cos 3^\circ}$, то

- 1 $A \in (-999; 1]$ 2 $A \in (1; 1, 25]$ 3 $A \in (1, 25; 1, 5]$
 4 $A \in (1, 5; 1, 75]$ 5 $A \in (1, 75; 999)$

11. Найдите наименьший положительный период функции $y = 5 \cos\left(\frac{2\pi x}{36}\right) + 6 \cos\left(\frac{2\pi x}{44}\right)$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

Тема 26. Тригонометрические функции

Вариант 1

1. Наибольшее значение функции $y = 3 \cos(2x + 4) - 2$ равно

- 1 2 3 6 7

2. Укажите множество значений функции

$$y = \sqrt{6} \sin x + \sqrt{10} \cos x.$$

- 1 $[-\sqrt{60}; \sqrt{60}]$ 2 $[-\sqrt{10} - \sqrt{6}; \sqrt{10} + \sqrt{6}]$ 3 $[-16; 16]$
 4 $[-\sqrt{10} + \sqrt{6}; \sqrt{10} - \sqrt{6}]$ 5 $[-4; 4]$

3. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2 \cos x - 3 \sin^2 x + 5.$$

- 1 2 2 $\frac{5}{3}$ 3 3 4 $\frac{7}{3}$ 5 $\frac{7}{4}$

4. Числа M и N равны наибольшему и наименьшему значениям функции $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{8 + 8 \cos 2x} + 1$ и $K = M + N$. Укажите верное утверждение.

- 1 $K \in (-999; 2,5)$ 2 $K \in [2,5; 3,5)$ 3 $K \in [3,5; 4,5)$
 4 $K \in [4,5; 5,5)$ 5 $K \in [5,5; 999)$

5. Множество значений функции $y = \frac{48}{7 + \cos 2x}$ представляет собой отрезок, длина которого равна

- 1 2 3 4 5 6

6. Найдите наименьшее значение функции

$f(x) = 16 \operatorname{tg}^2 x + 169 \cos^2 x$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

7. Найдите наименьшее значение функции

$f(x) = 169 \operatorname{tg}^2 x + 16 \cos^2 x$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

8. Число A , равное наибольшему значению функции

$y = \cos^6 x - \sin^6 x$, принадлежит промежутку

- 1 $A \in (-999; 0, 75]$ 2 $A \in (0, 75; 1]$ 3 $A \in (1; 1, 2]$
 4 $A \in (1, 2; 1, 25]$ 5 $A \in (1, 25; 999)$

9. Если x — наименьшее положительное число, для которого $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x + \dots + \sin 96x + \sin 97x = 0$, то значение выражения $2\pi \cdot x^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

10. Функция $y = \frac{512 \cos^{10} x + 0, (3)}{\cos^6 x}$ принимает свое

наименьшее значение на промежутке $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ в точке x , которая принадлежит промежутку

- 1 $\left(0; \frac{1}{2}\right]$ 2 $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right]$ 3 $\left(\frac{3}{4}; 1\right]$ 4 $\left(1; \frac{5}{4}\right]$ 5 $\left(\frac{5}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$

- 11.** Если $x \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ и $y \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$, то все возможные значения величины $\sin(x - y)$ образуют множество
- 1** $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **2** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **3** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ **4** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
5 $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$

Вариант 2

- 1.** Наибольшее значение функции $y = 2 + 3 \sin(4x + 2)$ равно
- 1** 12 **2** 2 **3** 14 **4** 8 **5** 5

- 2.** Укажите множество значений функции $y = \sqrt{3} \sin x + \sqrt{6} \cos x$.
- 1** $[-\sqrt{3} - \sqrt{6}; \sqrt{3} + \sqrt{6}]$ **2** $[-6; 6]$ **3** $[-\sqrt{18}; \sqrt{18}]$ **4** $[-3; 3]$
5 $[-\sqrt{6} + \sqrt{3}; \sqrt{6} - \sqrt{3}]$

- 3.** Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \cos x - 3 \sin^2 x + 5$.
- 1** $-\frac{1}{3}$ **2** $\frac{5}{3}$ **3** 1 **4** -4 **5** $\frac{2}{3}$

- 4.** Укажите промежуток, в котором заключено наибольшее значение функции $f(x) = \cos^2 x - \sqrt{2 - 2 \cos 2x} + 1$.
- 1** (999; 0,5) **2** [0,5; 1,5) **3** [1,5; 2,5) **4** [2,5; 3,5) **5** [3,5; 999)

- 5.** Множество значений функции $y = \frac{240}{11 + \sin 3x}$ представляет собой отрезок, длина которого равна
- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 6

- 6.** Найдите наименьшее значение функции

$f(x) = 9 \operatorname{tg}^2 x + 121 \cos^2 x$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

7. Найдите наименьшее значение функции

$f(x) = 121 \operatorname{tg}^2 x + 9 \cos^2 x$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

8. Число A , равное наименьшему значению функции

$y = \cos^6 x + \sin^6 x$, принадлежит промежутку

- 1 $A \in (-999; 0]$ 2 $A \in (0; 0, 1]$ 3 $A \in (0, 1; 0, 2]$
 4 $A \in (0, 2; 0, 3]$ 5 $A \in (0, 3; 999)$

9. Если x — наименьшее положительное число, для которого $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \dots + \cos 96x + \cos 97x = 0$, то значение выражения $2\pi \cdot x^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

10. Функция $y = \frac{64 \sin^{10} x + 3}{\sin^4 x}$ принимает свое наименьшее

значение на промежутке $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ в точке x , которая принадлежит промежутку

- 1 $\left(0; \frac{1}{2}\right]$ 2 $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right]$ 3 $\left(\frac{3}{4}; 1\right]$ 4 $\left(1; \frac{5}{4}\right]$ 5 $\left(\frac{5}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$

11. Если $x \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ и $y \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$, то все возможные значения величины $\cos(x - y)$ образуют множество

1 $A \in \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **2** $A \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **3** $A \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

4 $A \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **5** $A \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$

Тема 27. Элементарные тригонометрические уравнения Вариант 1

1. Наименьший положительный корень уравнения $\sin x = -\frac{1}{2}$ равен

1 $\frac{\pi}{6}$ **2** $\frac{11\pi}{6}$ **3** $\frac{5\pi}{6}$ **4** $\frac{7\pi}{6}$ **5** $\frac{4\pi}{3}$

2. Сумма всех различных корней уравнения $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$ равна

1 $0,5\pi$ **2** π **3** 2π **4** 3π **5** 4π

3. Сколько уравнений из перечисленных далее не имеют корней?

(a) $\sin x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{7}{6}} + \sqrt{\frac{5}{6}} \right)$, (b) $\sin x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{7}{6}} + \sqrt{\frac{6}{7}} \right)$,

(c) $\sin x = \sin \sqrt{2}$, (d) $\sin x = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$, (e) $\sin x = \arcsin \frac{1}{2}$,

(f) $\sin x = \arccos \frac{1}{2}$

1 одно **2** два **3** три **4** четыре **5** пять

4. Укажите количество корней уравнения $\cos x = \frac{x}{2\pi}$.

1 два **2** шесть **3** пять **4** три **5** один

5. Укажите количество корней уравнения $\sin x = 1 - \frac{4x}{3\pi}$.

- 1 ни одного или один 2 два 3 три 4 четыре
 5 пять или больше пяти

6. Наименьший корень уравнения $\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x - \pi}} = \frac{1}{\sqrt{x - \pi} \cdot \sqrt{3}}$

равен

- 1 $\frac{7\pi}{6}$ 2 $\frac{4\pi}{3}$ 3 $\frac{5\pi}{3}$ 4 $\frac{11\pi}{6}$ 5 $\frac{13\pi}{6}$

7. Число S равно сумме всех различных корней уравнения $\sin(2x) = 2 \sin x$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$. Укажите верное утверждение.

- 1 $0 < S \leq \frac{\pi}{2}$ 2 $\frac{\pi}{2} < S \leq \pi$ 3 $\pi < S \leq \frac{3\pi}{2}$ 4 $\frac{3\pi}{2} < S \leq 2\pi$
 5 $2\pi < S \leq 999$

8. Все корни уравнения $\cos x + \sin a = 0$ образуют множество

- 1 $a + 2\pi m; \pi - a + 2\pi m$ 2 $\frac{\pi}{2} + a + 2\pi m; -\frac{\pi}{2} - a + 2\pi m$
 3 $\pm a + 2\pi m$ 4 $\pi - a + 2\pi m; a - \pi + 2\pi m$
 5 $\frac{\pi}{2} - a + 2\pi m; a - \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$

9. Наименьший положительный корень уравнения $\cos x = \cos 4$ принадлежит промежутку

- 1 $(0; 2, 5)$ 2 $[2, 5; 3)$ 3 $[3; 3, 5)$ 4 $[3, 5; 4)$ 5 $[4; 10]$

10. Укажите промежуток, которому принадлежит хотя бы один корень уравнения $\sqrt{37} \sin x + \sqrt{17} \cos x = \sqrt{54}$.

- 1 $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ 2 $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{\pi}{2} \leq x < \pi$ 4 $\pi \leq x < \frac{5\pi}{4}$
 5 $\frac{5\pi}{4} \leq x < 2\pi$

11. Все решения неравенства $\cos x \leq \frac{1}{2}$, принадлежащие отрезку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1** $\frac{5\pi}{6}$ **2** $\frac{7\pi}{6}$ **3** $\frac{3\pi}{2}$ **4** $\frac{2\pi}{3}$ **5** $\frac{4\pi}{3}$

12. Все решения неравенства $\frac{1}{\sin x} < \frac{2}{\sqrt{3}}$, принадлежащие промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют

- 1** промежуток длиной $\frac{\pi}{3}$ **2** промежуток длиной $\frac{2\pi}{3}$

- 3** промежуток длиной $\frac{4\pi}{3}$

- 4** два промежутка суммарной длины $\frac{4\pi}{3}$

- 5** два промежутка суммарной длины $\frac{5\pi}{3}$

Вариант 2

1. Наименьший положительный корень уравнения

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ равен

- 1** $\frac{\pi}{3}$ **2** $\frac{11\pi}{6}$ **3** $\frac{5\pi}{3}$ **4** $\frac{7\pi}{6}$ **5** $\frac{4\pi}{3}$

2. Сумма всех различных корней уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$ равна

- 1** $0,5\pi$ **2** π **3** 2π **4** 3π **5** 4π

3. Сколько уравнений из перечисленных далее не имеют корней?

$$(a) \sin x = -\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{11}{12}} + \sqrt{\frac{12}{11}} \right),$$

$$(b) \sin x = -\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{11}{12}} + \sqrt{\frac{13}{12}} \right), \quad (c) \sin x = \sin \sqrt{3},$$

$$(d) \sin x = \operatorname{tg} \frac{4\pi}{3}, \quad (e) \sin x = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (f) \sin x = \arccos \left(-\frac{1}{2} \right)$$

1 одно **2** два **3** три **4** четыре **5** пять

4. Укажите количество корней уравнения $\cos x = 1 - \frac{2x}{3\pi}$.

1 один **2** два **3** три **4** четыре **5** пять

5. Укажите количество корней уравнения $\cos x = \frac{x}{2\pi}$.

1 ни одного или один **2** два **3** три **4** четыре

5 пять или больше пяти

6. Наименьший корень уравнения $\frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x-\pi}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x-\pi}}$ равен

1 $\frac{7\pi}{6}$ **2** $\frac{4\pi}{3}$ **3** $\frac{5\pi}{3}$ **4** $\frac{11\pi}{6}$ **5** $\frac{13\pi}{6}$

7. Сумма S всех различных корней уравнения $\sin(2x) = -\sqrt{3}\sin x$ на промежутке $x \in (0; 2\pi)$ удовлетворяет условию

1 $0 < S \leq \frac{3\pi}{2}$ **2** $\frac{3\pi}{2} < S \leq 2\pi$ **3** $2\pi < S \leq \frac{5\pi}{2}$ **4** $\frac{5\pi}{2} < S \leq 3\pi$

5 $3\pi < S \leq 999$

8. Все корни уравнения $\cos x + \cos a = 0$ образуют множество

1 $a + 2\pi m; \pi - a + 2\pi m$ **2** $-a + 2\pi m; \pi + a + 2\pi m$

3 $\pm a + 2\pi m$ **4** $\pi - a + 2\pi m; a - \pi + 2\pi m$

$$\boxed{5} \frac{\pi}{2} - a + 2\pi m; a - \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$$

9. Наименьший положительный корень уравнения

$\sin x = \sin 2$ принадлежит промежутку

$$\boxed{1} (0; 1) \quad \boxed{2} [1; 1, 5) \quad \boxed{3} [1, 5; 1, 75) \quad \boxed{4} [1, 75; 2) \quad \boxed{5} [2; 3]$$

10. Укажите промежуток, которому принадлежит хотя бы один корень уравнения $\sqrt{11} \sin x + \sqrt{29} \cos x = -\sqrt{40}$.

$$\boxed{1} 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \quad \boxed{2} \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2} \quad \boxed{3} \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \quad \boxed{4} \pi \leq x < \frac{5\pi}{4}$$

$$\boxed{5} \frac{5\pi}{4} \leq x < 2\pi$$

11. Все решения неравенства $\sin x > -\frac{1}{2}$, принадлежащие отрезку $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, образуют промежуток, длина которого равна

$$\boxed{1} \frac{5\pi}{6} \quad \boxed{2} \frac{7\pi}{6} \quad \boxed{3} \frac{3\pi}{2} \quad \boxed{4} \frac{2\pi}{3} \quad \boxed{5} \frac{4\pi}{3}$$

12. Все решения неравенства $\frac{1}{\sin x} < 2$, принадлежащие промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют

$$\boxed{1} \text{ промежуток длиной } \frac{\pi}{3} \quad \boxed{2} \text{ промежуток длиной } \frac{2\pi}{3}$$

$$\boxed{3} \text{ промежуток длиной } \frac{4\pi}{3}$$

$$\boxed{4} \text{ два промежутка суммарной длины } \frac{4\pi}{3}$$

$$\boxed{5} \text{ два промежутка суммарной длины } \frac{5\pi}{3}$$

Тема 28. Квадратные тригонометрические уравнения

Вариант 1

1. Укажите сумму всех корней уравнения

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0, \text{ принадлежащих отрезку } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}.$$

- 1 $\frac{\pi}{3}$
 2 $\frac{2\pi}{3}$
 3 π
 4 $\frac{4\pi}{3}$
 5 $\frac{5\pi}{3}$

2. Укажите количество корней уравнения

$$\left(\cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \cdot (\sin x + 1) = 0 \text{ на отрезке } \pi \leq x \leq 5\pi.$$

- 1 восемь
 2 шесть
 3 пять
 4 четыре
 5 семь

3. Все корни уравнения $2 \sin^2 x - 3\sqrt{3} \sin x + 3 = 0$ образуют

множество

- 1 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m$
 2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m$
 3 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m; (-1)^{m+1} \frac{\pi}{6} + \pi m$
 4 $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m$
 5 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$

4. Все корни уравнения $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$ образуют

множество

- 1 $x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$
 2 $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n$
 3 $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$
 4 $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$
 5 $x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$

5. Наименьшее расстояние на числовой оси между двумя различными корнями уравнения $\cos x - \sin x \cos x = 1 - \sin x$ равно

- 1 $\frac{2\pi}{3}$
 2 $\frac{\pi}{2}$
 3 $\frac{\pi}{3}$
 4 $\frac{\pi}{4}$
 5 $\frac{\pi}{6}$

6. Решите уравнение $\sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{1 - \sin x}$.

1 $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$

2 $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ 3 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$

4 $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$ 5 $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$

7. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $2 \sin^2 x - 3 \sin x = p$ имеет хотя бы один корень.

1 1 2 3 3 5 4 $\sqrt{13}$ 5 $\frac{3}{2}$

8. Все значения x , для которых выполняется условие $1 + \cos 2x > 6 \cdot \sin^2 x$, образуют множество

1 $\left(-\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right)$ 2 $\left(\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{5\pi}{6} + \pi m\right)$

3 $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{6} + \pi m\right)$ 4 $\left(\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{2\pi}{3} + \pi m\right)$

5 $\left(\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right), m \in \mathbf{Z}$

9. Все значения x , для которых выполняется неравенство $2 \cos^2 x - 3 \sin x > 0$, образуют множество

1 $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{7\pi}{6} + 2\pi m\right)$ 2 $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m\right)$

3 $\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi m; \frac{\pi}{6} + 2\pi m\right)$ 4 $\left(\frac{7\pi}{6} + 2\pi m; \frac{11\pi}{6} + 2\pi m\right)$

5 $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{5\pi}{3} + 2\pi m\right), m \in \mathbf{Z}$

Вариант 2

1. Укажите сумму всех корней уравнения

$$\sqrt{3} \sin x + 3 \cos x = 0, \text{ принадлежащих отрезку } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}.$$

1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{2\pi}{3}$ 3 π 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

2. Укажите количество корней уравнения

$$\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) \cdot (\cos x - 1) = 0 \text{ на отрезке } 0 \leq x \leq 4\pi.$$

- 1** три **2** четыре **3** шесть **4** пять **5** семь

3. Все корни уравнения $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$ образуют множество

1 $\frac{5\pi}{3} + 2\pi m$ **2** $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m$ **3** $\frac{\pi}{3} + 2\pi m$ **4** $\frac{2\pi}{3} + \pi m$

5 $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$

4. Все корни уравнения $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ образуют множество

1 $x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n$ **2** $x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$ **3** $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$

4 $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ **5** $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$

5. Наименьшее расстояние на числовой оси между двумя различными корнями уравнения $1 + \sin x = \cos x + \sin x \cos x$ равно

1 $\frac{\pi}{2}$ **2** $\frac{2\pi}{3}$ **3** $\frac{\pi}{3}$ **4** $\frac{\pi}{6}$ **5** $\frac{\pi}{4}$

6. Решите уравнение $\sqrt{6} \cdot \sin x = \sqrt{1 + \sin x}$.

1 $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$

2 $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ **3** $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$

4 $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n$ **5** $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$

7. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $\sin^2 x - 5 \sin x = p$ имеет хотя бы один корень.

1 $\sqrt{26}$ **2** $\frac{1}{5}$ **3** 1 **4** 5 **5** 6

8. Все значения x , для которых выполняется условие $1 + \cos 2x < 6 \cdot \sin^2 x$, образуют множество

1 $\left(-\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right)$ **2** $\left(\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{5\pi}{6} + \pi m\right)$

3 $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{6} + \pi m\right)$ **4** $\left(\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{2\pi}{3} + \pi m\right)$

5 $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right), m \in \mathbf{Z}$

9. Все значения x , для которых выполняется неравенство $2 \cos^2 x - 3 \sin x < 0$, образуют множество

1 $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{7\pi}{6} + 2\pi m\right)$ **2** $\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi m; \frac{\pi}{6} + 2\pi m\right)$

3 $\left(\frac{7\pi}{6} + 2\pi m; \frac{11\pi}{6} + 2\pi m\right)$ **4** $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{5\pi}{3} + 2\pi m\right)$

5 $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m\right), m \in \mathbf{Z}$

Тема 29. Разложение на множители в тригонометрии

Вариант 1

1. Наименьший положительный корень уравнения $\sin 9x = \sin 12x$ принадлежит промежутку

1 $\left(\frac{1}{18}; \frac{1}{12}\right]$ **2** $\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{9}\right]$ **3** $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{7}\right]$ **4** $\left(\frac{1}{7}; \frac{1}{5}\right]$ **5** $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right]$

2. Укажите количество различных корней уравнения $\sin 4x = \sin 7x$, принадлежащих отрезку $0 \leq x \leq 2\pi$.

1 меньше 13 **2** 13 **3** 14 **4** 15 **5** больше 15

3. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\cos 11x + \cos 6x + \cos 16x = 0$. Укажите остаток от деления на 5 натурального числа, ближайшего к значению выражения $\frac{\pi}{x_1}$.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

4. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(36x) + 2 \sin(42x) + \sin(48x) = 0$, то значение выражения $\frac{\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

5. Сколько корней имеет уравнение $\sin 3x + \sin 5x + \cos 7x + \cos 9x = 0$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$?

- 12 18 16 22 14

6. Если число S равно сумме всех различных корней уравнения $\sin(7x) - 6 \sin(5x) + 16 \sin(3x) - 25 \sin(x) = 0$, принадлежащих промежутку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$, то значение выражения $\frac{6 \cdot S}{\pi}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

Вариант 2

1. Наименьший положительный корень уравнения $\sin 14x = \sin 19x$ принадлежит промежутку

- $\left(\frac{1}{18}; \frac{1}{13}\right]$ $\left(\frac{1}{13}; \frac{1}{11}\right]$ $\left(\frac{1}{11}; \frac{1}{7}\right]$ $\left(\frac{1}{7}; \frac{1}{5}\right]$ $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right]$

2. Укажите количество различных корней уравнения $\sin 5x = \sin 7x$, принадлежащих отрезку $0 \leq x \leq 2\pi$.

- меньше 13 13 14 15 больше 15

3. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\cos 7x + \cos 4x + \cos 10x = 0$. Укажите остаток от деления на 5 натурального числа, ближайшего к значению выражения $\frac{\pi}{x_1}$.

- 1 2 3 4 0

4. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(33x) + 2\sin(37x) + \sin(41x) = 0$, то значение выражения $\frac{\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

5. Сколько корней имеет уравнение $\cos 3x + \cos 5x + \sin 7x + \sin 9x = 0$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$?

12 18 16 22 14

6. Если число S равно сумме всех различных корней уравнения $\sin(7x) - 8\sin(5x) + 24\sin(3x) - 39\sin(x) = 0$, принадлежащих промежутку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$, то значение выражения $\frac{6 \cdot S}{\pi}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

Тема 30. Понижение порядка в тригонометрии

Вариант 1

1. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\cos^2(5,5x) + \cos^2(3x) + \cos^2(8x) = 1,5$. Укажите остаток от деления на 5 натурального числа $\pi \cdot x_1^{-1}$.

1 2 3 4 0

2. Наибольшее расстояние между соседними (на числовой оси) корнями уравнения $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{5}{8}$ равно

$\frac{\pi}{12}$ $\frac{\pi}{8}$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{3}$

3. Сумма всех различных корней уравнения

$\sin^5 x + \cos^9 x = 1$, расположенных на промежутке $x \in [0; 2\pi]$, равна

- 1 2π 2 $\frac{3\pi}{2}$ 3 π 4 $\frac{\pi}{2}$ 5 $\frac{5\pi}{2}$

4. Укажите первую цифру после запятой в представлении наименьшего положительного корня уравнения $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 3$ в виде бесконечной десятичной дроби.

- 1 2 2 1 3 4 4 5 5 7

5. Все корни уравнения $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

- 1 $\frac{\pi}{2} + \pi m$ 2 $\frac{\pi m}{2}$ 3 $\frac{\pi m}{4}$ 4 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ 5 $\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \pi m$

6. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) \cdot \cos(256x) \cdot \cos(512x) \cdot \cos(1024x) = \frac{1}{4096}$.

Найдите значение выражения $\frac{\pi}{x_1}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Наименьшее положительное значение параметра a , при котором число π является корнем уравнения $\sin x = \cos(ax)$, принадлежит множеству

- 1 $0 \leq a < \frac{\pi}{6}$ 2 $\frac{\pi}{6} \leq a < \frac{\pi}{4}$ 3 $\frac{\pi}{4} \leq a < \frac{\pi}{3}$ 4 $\frac{\pi}{3} \leq a < \frac{2\pi}{3}$
 5 $\frac{2\pi}{3} \leq a < \frac{3\pi}{2}$

Вариант 2

1. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\cos^2(3,5x) + \cos^2(2x) + \cos^2(5x) = 1,5$. Укажите остаток от деления на 5 натурального числа $\pi \cdot x_1^{-1}$.

1 2 3 4 5 0

2. Наименьшее расстояние между соседними (на числовой оси) корнями уравнения $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{7}{16}$ равно

$\frac{\pi}{12}$ $\frac{\pi}{8}$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{3}$

3. Сумма всех различных корней уравнения $\sin^{11} x + \cos^{15} x = -1$, расположенных на промежутке $x \in [0; 2\pi]$, равна

$\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$ 2π $\frac{5\pi}{2}$

4. Укажите первую цифру после запятой в представлении наименьшего положительного корня уравнения $\sin x - \sin 3x + \sin 5x = 3$ в виде бесконечной десятичной дроби.

2 1 3 4 5 7

5. Все корни уравнения $\sin^4 x + \cos^4 x = 0,5$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

$\frac{\pi}{2} + \pi m$ $\frac{\pi m}{2}$ $\frac{\pi m}{4}$ $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \pi m$

6. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) \cdot \cos(256x) \cdot \cos(512x) \cdot \cos(1024x) = \frac{1}{2048}$.

Найдите значение выражения $\frac{\pi}{x_1}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

7. Наименьшее положительное значение параметра a , при котором число 2π является корнем уравнения $\cos x = \sin(ax)$, принадлежит множеству

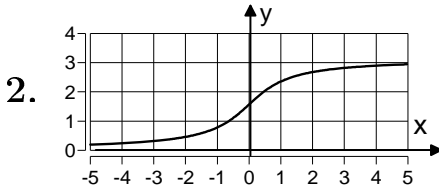
- 1 $0 \leq a < \frac{\pi}{6}$
 2 $\frac{\pi}{6} \leq a < \frac{\pi}{4}$
 3 $\frac{\pi}{4} \leq a < \frac{\pi}{3}$
 4 $\frac{\pi}{3} \leq a < \frac{\pi}{2}$
 5 $\frac{\pi}{2} \leq a < \frac{2\pi}{3}$

Тема 31. Обратные тригонометрические функции

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения $\frac{144}{\pi} \operatorname{arccos} \frac{\sqrt{3}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

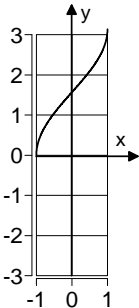
- 1
 2
 3
 4
 5
 0



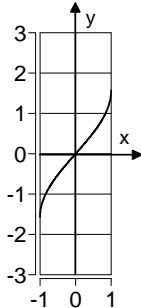
На рисунке изображен график функции

- 1 $\operatorname{arctg} x$
 2 $\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} x$
 3 $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x$
 4 $2 \operatorname{arctg} x$
 5 $-\operatorname{arctg} x$

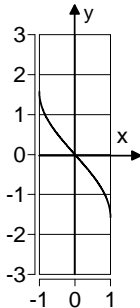
3. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \operatorname{arcsin} x$.



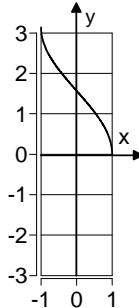
1



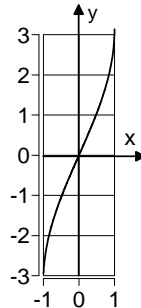
2



3



4



5

4. Решите неравенство $\arccos x < \frac{5\pi}{6}$.

1 $x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ 2 $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right]$ 3 $x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right)$

4 $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$ 5 $x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

5. Значение выражения $84 \cdot \cos(\operatorname{arctg} \sqrt{48})$ равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Найдите значение выражения $13 + \frac{13}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{2003\pi}{13}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

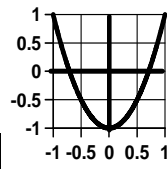
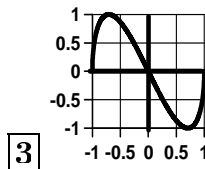
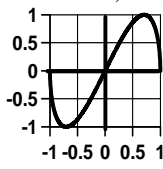
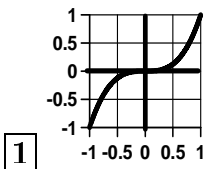
7. Вычислите значение выражения $130 \cdot \sin\left(\arcsin \frac{3}{5} + \arcsin \frac{5}{13}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

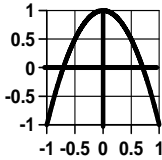
1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Решите уравнение $6 \arcsin x + 3 \arccos x = 2\pi$.

1 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $x = \frac{\pi}{3}$ 3 $x = \frac{1}{2}$ 4 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 $x = \frac{\pi}{6}$

9. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \cos(2 \arccos x)$.





5

10. Множество значений функции

$\left(\frac{4 \arccos x}{\pi}\right)^2 - \frac{24 \arccos x}{\pi} + 9$ представляет собой промежуток.

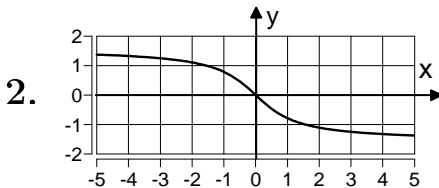
Найдите его длину и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения $\frac{144}{\pi} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

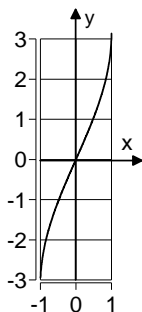


На рисунке изображен график функции

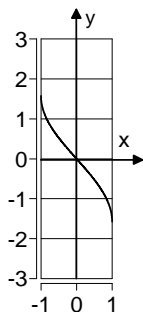
1 $\operatorname{arctg} x$ 2 $\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} x$ 3 $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x$ 4 $\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}$

5 $-\operatorname{arctg} x$

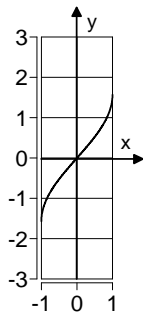
3. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \arccos x$.



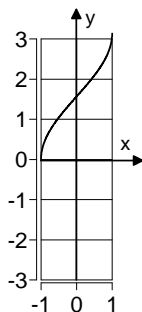
1



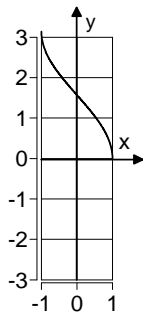
2



3



4



5

4. Решите неравенство $\arccos x < \frac{2\pi}{3}$.

1 $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$ **2** $x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right)$ **3** $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right]$

4 $x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ **5** $x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

5. Значение выражения $104 \cdot \cos(\operatorname{arctg} \sqrt{63})$ равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

6. Найдите значение выражения $11 + \frac{11}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{2003\pi}{11}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

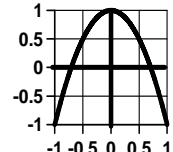
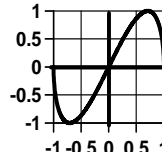
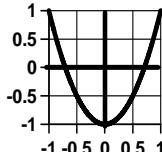
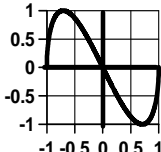
7. Вычислите значение выражения $195 \cdot \sin\left(\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{12}{13}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

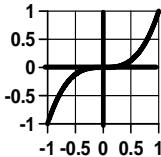
8. Решите уравнение $2 \arccos x + \arcsin x = \frac{2\pi}{3}$.

- 1 $x = \frac{\pi}{3}$ 2 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $x \in \{-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\}$ 4 $x = \frac{1}{2}$ 5 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

9. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \sin(2 \arcsin x)$.



5



10. Множество значений функции $\left(\frac{4 \arcsin x}{\pi}\right)^2 - \frac{32 \arcsin x}{\pi} + 16$ представляет собой

промежуток. Найдите его длину и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 32. Уравнения с обратными функциями Вариант 1

1. Решите уравнение $\arccos x = \frac{2\pi}{3}$.

- 1 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $x = -\frac{1}{2}$ 4 $x = \frac{1}{2}$ 5 корней нет

2. Решите уравнение $\arcsin x = \arccos(-0,8)$.

- 1 $x = -0,6$ 2 $x = -0,8$ 3 $x = 0,6$ 4 $x = 0,8$ 5 корней нет

3. Если для бесконечно убывающей геометрической прогрессии $\frac{\arccos x}{\pi} + \left(\frac{\arccos x}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\arccos x}{\pi}\right)^3 + \dots = 1$, то

1 $x = -1$ **2** $x = 0$ **3** $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **4** $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **5** $x = -\frac{1}{2}$

4. Произведение всех положительных корней уравнения $\sin^2\left(4 \sin\left(\arcsin \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{1}{2}$ равно

1 не существует **2** $\frac{3\pi^2}{16}$ **3** $\frac{15\pi^3}{64}$ **4** $\frac{105\pi^4}{256}$ **5** $\frac{945\pi^5}{1024}$

5. Найдите расстояние от числа $a = \frac{5\pi}{2}$ до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin(\sin x) = \frac{x}{9}$, который меньше a .

1 $0, 15\pi$ **2** $0, 2\pi$ **3** $0, 25\pi$ **4** $0, 3\pi$ **5** $0, 35\pi$

6. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \geq -\frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна

1 $\sin(1) - \sin(0, 5)$ **2** $1 - \sin(0, 5)$ **3** $\sin(1) + \sin(0, 5)$
4 $1 + \sin(0, 5)$ **5** $1, 5$

7. Множество всех решений неравенства

$36(\arcsin x)^2 + 36\pi \cdot \arcsin x - 7\pi^2 \leq 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям

1 $L \in [0; 0, 9)$ **2** $L \in [0, 9; 1, 3)$ **3** $L \in [1, 3; 1, 6)$
4 $L \in [1, 6; 1, 9)$ **5** $L \in [1, 9; 999]$

8. Наибольший (или единственный) корень уравнения $\sin(\arcsin x) = x^2 - 1$ равен

- 1 $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ 2 $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ 3 $\frac{-\sqrt{5} + 1}{2}$ 4 $\frac{-\sqrt{5} - 1}{2}$ 5 1

9. Произведение всех различных корней уравнения $\cos(2 \arccos x) = x$ равно

- 1 -1 2 $\frac{1}{2}$ 3 $-\frac{1}{2}$ 4 1 5 0

10. Найдите сумму всех положительных корней уравнения $\arccos \left[\cos \left(4\pi \sin \left(\arcsin \frac{x}{24} \right) \right) \right] = \frac{2\pi}{3}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

11. Если x — корень уравнения $2 \arcsin \left(\sin \frac{\pi x}{2} \right) = \frac{12\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 16, то значение выражения $(x - 8)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2

1. Решите уравнение $\arccos x = \frac{5\pi}{6}$.

- 1 корней нет 2 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $x = -\frac{1}{2}$ 5 $x = \frac{1}{2}$

2. Решите уравнение $\arccos x = \arcsin(-0,8)$.

- 1 $x = -0,6$ 2 $x = -0,8$ 3 $x = 0,6$ 4 $x = 0,8$ 5 корней нет

3. Если для бесконечно убывающей геометрической прогрессии $\frac{\arcsin x}{\pi} + \left(\frac{\arcsin x}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\arcsin x}{\pi}\right)^3 + \dots = 1$, то

1 $x = 1$ **2** $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **3** $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **4** $x = \frac{1}{2}$ **5** $x = 0$

4. Произведение всех положительных корней уравнения $\sin^2\left(6 \sin\left(\arcsin \frac{x}{6}\right)\right) = \frac{1}{2}$ равно

1 не существует **2** $\frac{3\pi^2}{16}$ **3** $\frac{15\pi^3}{64}$ **4** $\frac{105\pi^4}{256}$ **5** $\frac{945\pi^5}{1024}$

5. Найдите расстояние от числа $a = \frac{5\pi}{2}$ до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin(\sin x) = \frac{x}{9}$, который больше a .

1 $0, 15\pi$ **2** $0, 2\pi$ **3** $0, 25\pi$ **4** $0, 3\pi$ **5** $0, 35\pi$

6. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \leq \frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна

1 $\sin(1) - \sin(0, 5)$ **2** $1 - \sin(0, 5)$ **3** $1, 5$ **4** $\sin(1) + \sin(0, 5)$
5 $1 + \sin(0, 5)$

7. Множество всех решений неравенства

$9(\arcsin x)^2 + 9\pi \cdot \arcsin x - 4\pi^2 \leq 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям

1 $L \in [0; 0, 9)$ **2** $L \in [0, 9; 1, 3)$ **3** $L \in [1, 3; 1, 6)$
4 $L \in [1, 6; 1, 9)$ **5** $L \in [1, 9; 999)$

8. Наибольший (или единственный) корень уравнения

$\sin(\arcsin x) = 1 - x^2$ равен

- 1 $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ 2 $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ 3 $\frac{-\sqrt{5} + 1}{2}$ 4 $\frac{-\sqrt{5} - 1}{2}$ 5 1

9. Произведение всех различных корней уравнения $\cos(2 \arcsin x) = -x$ равно

- 1 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 2 1 3 -1 4 $\frac{1}{2}$ 5 $-\frac{1}{2}$

10. Найдите сумму всех положительных корней уравнения $\arcsin \left[\sin \left(2, 5\pi \cos \left(\arccos \frac{x}{15} \right) \right) \right] = \frac{\pi}{6}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

11. Если x — корень уравнения $2 \arcsin \left(\sin \frac{\pi x}{2} \right) = \frac{11\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 24, то значение выражения $(x - 12)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 33. Показательная функция

Вариант 1

1. Множество значений функции $y = 2^x$ на промежутке $x \in [0; 2]$ образует промежуток, длина которого равна

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

2. Функция $\frac{2^x \cdot 6^{x+1} + 4^x \cdot 3^{x+1}}{2^{x+1} \cdot 6^x + 4^{x+1} \cdot 3^x}$

- 1 тождественно равна 1
 2 строго возрастает на всей своей области определения

3 тождественно равна 1, 5

4 строго убывает на всей своей области определения

5 тождественно равна 0, 5

3. Сколько функций среди перечисленных возрастают на всей своей области определения?

(a) $y = 2^x$, (b) $y = 2^{-x}$, (c) $y = 0, 5^x$, (d) $y = 2^x + 3^x$,

(e) $y = 2^{|x|}$, (f) $y = 0, 5^{|x|}$.

1 одна **2** две **3** три **4** четыре **5** ни одной

4. Сколько четных функций имеется среди перечисленных?

(a) $y = (\operatorname{tg} 27^\circ)^x + (\operatorname{ctg} 27^\circ)^{-x}$, (b) $y = (\operatorname{tg} 47^\circ)^x + (\operatorname{ctg} 47^\circ)^x$,

(c) $y = (\operatorname{tg} 57^\circ)^x - (\operatorname{ctg} 57^\circ)^x$, (d) $y = 3^{\cos x} - 3^{-\cos x}$,

(e) $y = 3^{\sin x} - 3^{-\sin x}$, (f) $y = 3^{\sin x} + 3^{-\sin x}$.

1 одна **2** две **3** три **4** четыре **5** ни одной

5. Если график функции $y = 2^x$ растянуть в 4 раза вдоль оси Oy , а затем сдвинуть на 1 единицу вправо вдоль оси Ox , то получится график функции

1 $y = 2^x$ **2** $y = 2^{x+1}$ **3** $y = 2^{x+2}$ **4** $y = 2^{x-1}$ **5** $y = 2^{x-2}$

6. Укажите множество значений функции $y = 0, 5^{x^2-2x-1}$.

1 $(0; 4]$ **2** $[0, 25; 4]$ **3** $(0; 0, 25]$ **4** $[4; +\infty)$ **5** $(-\infty; 4]$

7. Наименьшее значение функции $y = 4^x - 2^{x+2} + 6$ равно

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

8. Наименьшее значение функции $y = 2^x + 2^{4-x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

9. Укажите множество значений функции $y = \frac{3^x - 6}{3^x - 2}$.

- 1 $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ 2 $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
 3 $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$ 4 $(-\infty; 1] \cup (3; +\infty)$ 5 $(1; 3)$

10. Наименьшее значение функции $y = 3^{9x} + 1024 \cdot 3^{2-x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

Вариант 2

1. Множество значений функции $y = 2^x$ на промежутке $x \in [0, 5; 1, 5]$ образует промежуток, длина которого равна

- 1 2 $\sqrt{2}$ 2 $2\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$

2. Функция $\frac{2^{x+2} \cdot 6^x + 4^x \cdot 3^{x+1}}{2^{x+1} \cdot 6^{x+1} + 4^{x+2} \cdot 3^x}$

- 1 тождественно равна 0, 5
 2 строго возрастает на всей своей области определения
 3 тождественно равна 1
 4 строго убывает на всей своей области определения
 5 тождественно равна 0, 25

3. Сколько функций среди перечисленных возрастают на всей своей области определения?

(a) $y = 0, 5^{|x|}$, (b) $y = 3^{-x}$, (c) $y = 0, 5^x$, (d) $y = 2^{-x} + 3^{-x}$,
 (e) $y = 2^x$, (f) $y = 2^{|x|}$.

- 1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

4. Сколько нечетных функций имеется среди перечисленных?

- (a) $y = (\operatorname{tg} 27^\circ)^x + (\operatorname{ctg} 27^\circ)^{-x}$, (b) $y = (\operatorname{tg} 47^\circ)^x + (\operatorname{ctg} 47^\circ)^x$,
 (c) $y = (\operatorname{tg} 57^\circ)^x - (\operatorname{ctg} 57^\circ)^x$, (d) $y = 3^{\cos x} - 3^{-\cos x}$,
 (e) $y = 3^{\sin x} - 3^{-\sin x}$, (f) $y = 3^{\sin x} + 3^{-\sin x}$.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

5. Если график функции $y = 2^x$ растянуть в 2 раза вдоль оси Oy , а затем сдвинуть на 2 единицы вправо вдоль оси Ox , то получится график функции

1 $y = 2^x$ 2 $y = 2^{x+1}$ 3 $y = 2^{x+2}$ 4 $y = 2^{x-1}$ 5 $y = 2^{x-2}$

6. Укажите множество значений функции $y = 0,5^{x^2+4x+2}$.

1 $(0; 0,25]$ 2 $(0; 4]$ 3 $(-\infty; +\infty)$ 4 $[4; +\infty)$ 5 $(-\infty; 4]$

7. Наименьшее значение функции $y = 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 12$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

8. Наименьшее значение функции $y = 3^x + 3^{2-x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Укажите множество значений функции $y = \frac{2^{x+1} - 9}{2^x + 3}$.

1 $(-2; 3)$ 2 $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$ 3 $(1; 2)$

4 $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ 5 $(-3; 2)$

10. Наименьшее значение функции $y = 2^{8x} + 2^{3-x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 34. Логарифмическая функция

Вариант 1

1. Числовое значение выражения $\log_{\sqrt[4]{3}} 27$ равно

1 2 2 8 3 9 4 4 5 12

2. Значение выражения

$\log_2 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots \right)$ равно

- 1 $2 - \log_2 3$ 2 $\log_2 3 - 1$ 3 $\log_2 3$ 4 $\log_2 3 - 2$ 5 $1 - \log_2 3$

3. Сколько целых чисел содержится в области определения функции $y = \log_2((x+2)(3-x)) + \sqrt{(x+1)(x-5)}$?

- 1 ни одного или одно 2 два 3 три 4 четыре

- 5 пять или больше пяти

4. Выражение $\frac{\log_3 15 - 1}{\log_3 125}$ равно

- 1 2 2 3 3 $\frac{1}{2}$ 4 $\frac{1}{3}$ 5 $\frac{1}{4}$

5. Укажите множество значений функции $y = \log_2(2^{-x})$.

- 1 $(-\infty; +\infty)$ 2 $(0; +\infty)$ 3 $(-\infty; 0)$ 4 $(-1; +\infty)$

- 5 $(-\infty; -1)$

6. Укажите множество значений функции $y = \log_{(x^2+25)} 5$.

- 1 $(0; 1]$ 2 $[0; 5; +\infty)$ 3 $(0; 2]$ 4 $(0; 0, 5]$

- 5 $(-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$

7. Числовое значение выражения $8^{(\log_4 27 - \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt{3})}$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

8. Если $\lg 63 = a$, $\lg 147 = b$, то число $\lg 0, (7)$ равно

- 1 $\frac{4a - 5b}{3}$ 2 $\frac{5b - 4a}{3}$ 3 $\frac{4b - 2a}{3}$ 4 $\frac{4b - 5a}{3}$ 5 $\frac{5a - 4b}{3}$

9. Найдите значение выражения

$(\log_3 4 - 3 \log_{108} 4)(\log_3 4 + 9 \log_4 3 + 6) \cdot \log_4 3 - \log_3 \left(\frac{4}{243} \right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Укажите наименьшее целое положительное число, принадлежащее множеству значений функции $y = \log_4 x + 2 \log_x 2$.

1 2 3 4 5

11. Наименьшее значение функции $\log_{0,3}(\cos^{18} x) + 4 \log_{\cos x} 0,09$ на промежутке $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Числовое значение выражения $\log_{\sqrt[3]{2}} 16$ равно

4 12 2 8 9

2. Значение выражения

$\log_3 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots \right)$ равно

1 - 2 \log_3 2 2 \log_3 2 - 1 1 - \log_3 2 \log_3 2 - 2 \log_3 2 - 1

3. Сколько целых чисел содержится в области определения функции $y = \sqrt{(x+2)(5-x)} + \log_4((x-1)(x-5))$?

ни одного или одно два три четыре пять или больше пяти

4. Выражение $\frac{\log_5 27}{\log_5 75 - 2}$ равно

- 1 2 2 3 3 $\frac{1}{2}$ 4 $\frac{1}{3}$ 5 $\frac{1}{4}$

5. Укажите множество значений функции $y = 2^{\log_2(x)}$.

- 1 $(-\infty; +\infty)$ 2 $(0; +\infty)$ 3 $(-\infty; 0)$ 4 $(-1; +\infty)$
 5 $(-\infty; -1)$

6. Укажите множество значений функции $y = \log_{(x^2+3)} 9$.

- 1 $(0; 1]$ 2 $(0; 2]$ 3 $(0; 0,5]$ 4 $(-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$
 5 $[2; +\infty)$

7. Числовое значение выражения $4^{(\log_8(9\sqrt{8}) - 2 \log_{\sqrt{8}} \sqrt{3})}$ равно

- 1 8 2 2 3 $32\sqrt{2}$ 4 $2\sqrt[3]{3}$ 5 $3\sqrt[3]{4}$

8. Если $\lg 63 = a$, $\lg 147 = b$, то число $\lg 16$, (3) равно

- 1 $\frac{4a - 5b}{3}$ 2 $\frac{5b - 4a}{3}$ 3 $\frac{4b - 2a}{3}$ 4 $\frac{4b - 5a}{3}$ 5 $\frac{5a - 4b}{3}$

9. Найдите значение выражения

$$(\log_3 2 + \log_2 81 + 4)(\log_3 2 - 2 \log_{18} 2) \log_2 3 - \log_3 \left(\frac{2}{243} \right) \text{ и}$$

укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Укажите наибольшее целое отрицательное число, принадлежащее множеству значений функции

$$y = \log_9 x + 2 \log_x 3.$$

- 1 -1 2 -2 3 -3 4 -4 5 -5

11. Наименьшее значение функции

$\log_{0,6}(\sin^{12} x) + \log_{\sin x} 0,216$ на промежутке $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

Тема 35. Показательные уравнения

Вариант 1

1. Корень уравнения $3^x = 5$ равен

- $5^{\frac{1}{3}}$ $3^{\frac{1}{5}}$ $\log_5 3$ $\frac{5}{3}$ $\log_3 5$

2. Решите уравнение $(1,5)^x \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{3x-2} = 1$.

- $x = 1$ $x = 0,8$ $x = \frac{5}{3}$ $x = 0,6$ $x = 0,75$

3. Наибольший корень уравнения $49^x - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$ принадлежит промежутку

- $(-99; -1]$ $(-1; 0]$ $(0; 1]$ $(1; 2]$ $(2; 99)$

4. Расстояние между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $3^{x+1} + 3^{2-x} = 28$ удовлетворяет условию

- $x_2 - x_1 \in (0; 1,5]$ $x_2 - x_1 \in (1,5; 2,5]$
 $x_2 - x_1 \in (2,5; 3,5]$ $x_2 - x_1 \in (3,5; 4,5]$
 $x_2 - x_1 \in (4,5; 999999)$

5. Сумма всех различных корней уравнения $x^{\log_4 x} = 64x^2$ равна

- 2 64,25 63,75 64 68

6. Число, равное разности наибольшего и наименьшего корней уравнения $49^x - 53 \cdot 14^x + 196 \cdot 4^x = 0$, принадлежит промежутку

- 1** $(0; 0, 5]$ **2** $(0, 5; 1]$ **3** $(1; 1, 5]$ **4** $(1, 5; 2]$ **5** $(2; 99)$

7. Произведение всех корней уравнения $4^x \cdot 19^{(-\frac{1}{x})} = 713$ принадлежит промежутку

- 1** $(-999; -2)$ **2** $[-2; -1)$ **3** $[-1; 0)$ **4** $[0; 1)$ **5** $[1; 999)$

8. Сумма всех корней уравнения $4^x \cdot 19^{(-\frac{1}{x})} = 713$ принадлежит промежутку

- 1** $(-999; 1)$ **2** $[1; 2)$ **3** $[2; 3)$ **4** $[3; 4)$ **5** $[4; 999)$

9. Число S , равное сумме всех различных корней уравнения $4^{(2^x)} \cdot 49^{(2^{-x})} = 74713$, удовлетворяет условию

- 1** $S \in (-999; 0)$ **2** $S \in [0; 1)$ **3** $S \in [1; 2)$ **4** $S \in [2; 3)$
5 $S \in [3; 999)$

10. Если число S равно сумме наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения $11^{(\operatorname{tg} x)} \cdot 1464100000^{(-\operatorname{ctg} x)} = 110$, то число $T = \operatorname{tg} S$ удовлетворяет условию

- 1** $T \in (-999; 0, 2)$ **2** $T \in [0, 2; 0, 25)$ **3** $T \in [0, 25; 0, 334)$
4 $T \in [0, 334; 0, 5)$ **5** $T \in [0, 5; 999)$

Вариант 2

1. Корень уравнения $3^x = 0,2$ равен

- 1** $5^{-\frac{1}{3}}$ **2** $3^{-\frac{1}{5}}$ **3** $-\log_3 5$ **4** $-\frac{3}{5}$ **5** $-\log_5 3$

2. Решите уравнение $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^{2x-3} = 1$.

- 1** $x = 1$ **2** $x = 0,8$ **3** $x = \frac{5}{3}$ **4** $x = 0,6$ **5** $x = 0,75$

3. Наибольший корень уравнения $81^x - 10 \cdot 9^x + 21 = 0$ принадлежит промежутку

- 1** $(-99; 1]$ **2** $(1; 2]$ **3** $(2; 3]$ **4** $(3; 4]$ **5** $(4; 99)$

4. Расстояние между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $3^x + 3^{5-x} = 244$ удовлетворяет условию

- 1** $x_2 - x_1 \in (0; 1,5]$ **2** $x_2 - x_1 \in (1,5; 2,5]$
3 $x_2 - x_1 \in (2,5; 3,5]$ **4** $x_2 - x_1 \in (3,5; 4,5]$
5 $x_2 - x_1 \in (4,5; 999999)$

5. Произведение всех различных корней уравнения $(\sqrt[4]{x})((\log_{0,5} x)^3) = 0,0625$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 4 **4** 8 **5** 0,5

6. Число, равное разности наибольшего и наименьшего корней уравнения $121^x - 125 \cdot 22^x + 484 \cdot 4^x = 0$, принадлежит промежутку

- 1** $(0; 1,5]$ **2** $(1,5; 2]$ **3** $(2; 2,5]$ **4** $(2,5; 3]$ **5** $(3; 99)$

7. Если число S равно сумме всех различных корней уравнения $3^x \cdot 7^{\left(-\frac{1}{x}\right)} = 100$, то

- 1** $S \in (-999; 1,2)$ **2** $S \in [1,2; 2,3)$ **3** $S \in [2,3; 3,4)$
4 $S \in [3,4; 4,5)$ **5** $S \in [4,5; 999)$

8. Произведение всех корней уравнения $4^x \cdot 17^{(-\frac{1}{x})} = 73$ принадлежит промежутку

- 1** $(-999; -3)$ **2** $[-3; -2)$ **3** $[-2; -1)$ **4** $[-1; 0)$ **5** $[0; 999)$

9. Число S , равное сумме всех различных корней уравнения $2^{(3^x)} \cdot 144^{(3^{-x})} = 45386$, удовлетворяет условию

- 1** $S \in (-999; 0)$ **2** $S \in [0; 1)$ **3** $S \in [1; 2)$ **4** $S \in [2; 3)$
5 $S \in [3; 999)$

10. Если число S равно сумме наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения

$5^{(\operatorname{tg} x)} \cdot 62500000^{(-\operatorname{ctg} x)} = 50$, то число $T = \operatorname{tg} S$ удовлетворяет условию

- 1** $T \in (-999; 0, 2)$ **2** $T \in [0, 2; 0, 25)$ **3** $T \in [0, 25; 0, 334)$
4 $T \in [0, 334; 0, 5)$ **5** $T \in [0, 5; 999)$

Тема 36. Логарифмические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$.

- 1** $x = -1$ **2** $x = 2$ **3** $x_1 = -1; x_2 = 2$ **4** корней нет
5 $x \in [-1; 2]$

2. Число $x = 9$ является корнем уравнения $\log_a 64 + 2 \log_3 x = x - 2$ при a , равном

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

3. Если x — корень уравнения $\log_2(\log_3 x) = 1$, то выражение $\frac{x+3}{x-3}$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

4. Произведение всех различных корней уравнения

$$\log_2(x^2 - 4x - 5) = 2 \text{ равно}$$

- 1) 9 2) -5 3) 4 4) -9 5) 5

5. Число A , равное сумме всех различных корней уравнения

$$3\sqrt{\log_{27}^2(1-x)} = 2 - \log_3(3-2x); \text{ удовлетворяет условиям}$$

- 1) $A \in (-\infty; 0, 5]$ 2) $A \in [0, 5; 1, 5)$ 3) $A \in [1, 5; 2, 5)$

- 4) $A \in [2, 5; 3, 5)$ 5) $A \in [3, 5; +\infty)$

6. Если число X равно наибольшему (или единственному) корню уравнения

$$\log_7(3-2x) \cdot \log_x(3-2x) = \log_7(3-2x) + \log_7 x^2, \text{ то}$$

- 1) $X \in (-999; 0,126)$ 2) $X \in [0,126; 0,26)$ 3) $X \in [0,26; 0,51)$

- 4) $X \in [0,51; 1,1)$ 5) $X \in [1,1; 999)$

7. Если число S равно сумме всех различных корней уравнения

$$[\log_{12}(x+2)] \cdot \log_{(2x-11)} 12 + [\log_{(x+2)} 144] \cdot \log_{12}(2x-11) = 3, \text{ то}$$

- 1) $S \in (-999; 11)$ 2) $S \in [11; 15)$ 3) $S \in [15; 19)$

- 4) $S \in [19; 23)$ 5) $S \in [23; 999)$

8. Найдите произведение наибольшего и наименьшего корней уравнения $x^{\log_4 7} = 49 \cdot 8^{\log_x 4}$.

- 1) 256 2) 343 3) 64 4) 16 5) 144

9. Произведение всех корней уравнения $x^{\log_5 x - 3} = 625$ равно

- 1) 1 2) 5 3) 25 4) 125 5) 625

10. Сумма всех различных корней уравнения

$9 \cdot 2^{[(\log_2(\log_2 x))^2]} = (\log_2 x)^4 + (\log_2 x)^{\log_2(\log_2 x)}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

11. Сумма всех различных целочисленных положительных корней уравнения $(3x - 7)^{\log_5(47-4x)} = (47 - 4x)^{\log_5(3x-7)}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

12. Число, равное произведению всех различных корней уравнения $49^{\log_3 x} = 343 \cdot 27432^{\log_x 3}$, принадлежит промежутку

(0; 6) [6; 7) [7; 8) [8; 9) [9; 999)

Вариант 2

1. Решите уравнение $\log_3 x + \log_3(x - 6) = 3$.

корней нет $x \in [-3; 9]$ $x = -3$ $x = 9$

$x_1 = -3; x_2 = 9$

2. Число $x = 27$ является корнем уравнения $\log_a 25 + \log_3 x = x - 22$ при a , равном

1 2 3 4 5

3. Если x — корень уравнения $\log_2(\log_2 x) = 1$, то выражение $\frac{x-1}{x-3}$ равно

1 2 3 4 5

4. Произведение всех различных корней уравнения $\log_3(x^2 - 6x) = 3$ равно

9 -27 6 27 -9

5. Число A , равное сумме всех различных корней уравнения $2\sqrt{\log_4^2(2x-1)} = 3 - \log_2(x+3)$, удовлетворяет условиям

- 1** $A \in (-\infty; -1, 5]$ **2** $A \in [-1, 5; -0, 5)$ **3** $A \in [-0, 5; 0, 5)$
4 $A \in [0, 5; 1, 5)$ **5** $A \in [1, 5; +\infty)$

6. Если число X равно наибольшему (или единственному) корню уравнения

$$\log_3(10-4x) \cdot \log_x(10-4x) = 3 \log_3(10-4x) - \log_3 x^2, \text{ то}$$

- 1** $X \in (-999; 1,126)$ **2** $X \in [1,126; 2,26)$ **3** $X \in [2,26; 3,51)$
4 $X \in [3,51; 4,1)$ **5** $X \in [4,1; 999)$

7. Если x_1 — наименьший корень уравнения

$$[\log_3(2x+1)] \cdot \log_{(3x-1)} 3 + [\log_{(2x+1)} 9] \cdot \log_3(3x-1) = 3, \text{ то}$$

- 1** $x_1 \in (-999; 0, 6)$ **2** $x_1 \in [0, 6; 1, 1)$ **3** $x_1 \in [1, 1; 1, 6)$
4 $x_1 \in [1, 6; 2, 1)$ **5** $x_1 \in [2, 1; 999)$

8. Найдите произведение наибольшего и наименьшего корней уравнения $x^{\log_2 3} = 81 \cdot 11^{\log_x 2}$.

- 1** 81 **2** 9 **3** 16 **4** 144 **5** 256

9. Произведение всех корней уравнения $x^{\log_2 x - 2} = 256$ равно

- 1** 256 **2** 1024 **3** 1 **4** 2 **5** 4

10. Сумма всех различных корней уравнения $5 \cdot 2^{[(\log_2(\log_3 x))^2]} = (\log_3 x)^3 + (\log_3 x)^{\log_2(\log_3 x)}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

11. Сумма всех различных целочисленных положительных корней уравнения $(9x - 38)^{\log_4(32-3x)} = (32 - 3x)^{\log_4(9x-38)}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

12. Число, равное произведению всех различных корней уравнения $25^{\log_3 x} = 125 \cdot 72823^{\log_x 3}$, принадлежит промежутку

- (0; 3) [3; 4) [4; 5) [5; 6) [6; 999)

Тема 37. Показательные неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенство $3^x \leq 9$.

- $x \in (-\infty; 3]$ $x \in [3; +\infty)$ $x \in (0; 2]$ $x \in (-\infty; 2]$
 $x \in [2; +\infty)$

2. Все решения неравенства $\left(\frac{4}{5}\right)^{-x} \leq 1\frac{9}{16}$ образуют множество

- $x \leq 2$ $x \leq -2$ $x \geq 2$ $x \geq -2$ $-2 \leq x \leq 2$

3. Все решения неравенства $3^{2x} - 42 \cdot 3^x + 117 \leq 0$ образуют промежутки, длина которого L удовлетворяет условиям

- $L \in [0; 1, 5)$ $L \in [1, 5; 2)$ $L \in [2; 2, 5)$ $L \in [2, 5; 3)$
 $L \in [3; 999)$

4. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $3^x + 32 \cdot 3^{-x} \leq 18$?

- одно или ни одного два три четыре
 пять или больше пяти

5. Число, равное разности наибольшего и наименьшего решений неравенства $25^x - 12 \cdot 35^x + 35 \cdot 49^x \leq 0$, принадлежит промежутку

- 1** $(-99; 0]$ **2** $(0; 0, 5]$ **3** $(0, 5; 1]$ **4** $(1; 1, 5]$ **5** $(1, 5; 99)$

6. Укажите промежуток, которому принадлежит число X , равное сумме наибольшего положительного и наибольшего отрицательного решений неравенства $4^x \cdot 317^{-\frac{1}{x}} \leq 5913$.

- 1** $[-999; 6)$ **2** $[6; 6, 5)$ **3** $[6, 5; 7)$ **4** $[7; 7, 5)$ **5** $[7, 5; 999]$

7. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $(128 - 2^x) \cdot (\lg x - 1) \cdot \sqrt{(x - 3)(15 - x)} > 0$?

- 1** не больше одного **2** два **3** три **4** четыре
5 не меньше пяти

Вариант 2

1. Решите неравенство $2^x \leq 8$.

- 1** $x \in (-\infty; 3]$ **2** $x \in [3; +\infty)$ **3** $x \in (0; 2]$ **4** $x \in (-\infty; 2]$
5 $x \in [2; +\infty)$

2. Все решения неравенства $\left(\frac{3}{7}\right)^x \leq 5, (4)$ образуют множество

- 1** $x \leq 2$ **2** $x \leq -2$ **3** $x \geq 2$ **4** $x \geq -2$ **5** $-2 \leq x \leq 2$

3. Все решения неравенства $2^{2x} - 33 \cdot 2^x + 116 \leq 0$ образуют промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям

- 1** $L \in [0; 1, 5)$ **2** $L \in [1, 5; 2)$ **3** $L \in [2; 2, 5)$ **4** $L \in [2, 5; 3)$
5 $L \in [3; 999)$

4. Сколько целочисленных решений имеет неравенство

$$2^x + 64 \cdot 2^{-x} \leq 20?$$

- 1 одно или ни одного 2 два 3 три 4 четыре
 5 пять или больше пяти

5. Число, равное разности наибольшего и наименьшего решений неравенства $25^x - 29 \cdot 10^x + 100 \cdot 4^x \leq 0$, принадлежит промежутку

- 1 $(-99; 0, 5)$ 2 $[0, 5; 1)$ 3 $[1; 1, 5)$ 4 $[1, 5; 2)$ 5 $[2; 99)$

6. Укажите промежуток, которому принадлежит сумма наибольшего положительного и наибольшего отрицательного решений неравенства $4^x \cdot 119^{-\frac{1}{x}} \leq 713$.

- 1 $[-999; 3)$ 2 $[3; 3, 5)$ 3 $[3, 5; 4)$ 4 $[4; 4, 5)$ 5 $[4, 5; 999]$

7. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $(27 - 3^x) \cdot (\log_7 x - 1) \cdot \sqrt{(x + 4)(11 - x)} > 0$?

- 1 одно 2 два 3 три 4 четыре 5 пять

Тема 38. Логарифмические неравенства Вариант 1

1. Найдите наименьшее целочисленное решение неравенства $\log_3 x \geq \frac{3}{2}$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

2. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $\log_{0,5}(5 - x) \geq -2$?

- 1 ни одного 2 одно 3 два 4 три
 5 четыре или больше четырех

3. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $\log_2(x^2 - 4x - 5) \leq 2$?

- 1** одно **2** два **3** три **4** четыре или больше четырех
5 целочисленных решений нет

4. Найдите наименьшую длину L отрезка, который содержит все решения неравенства $\log_3(x + 2) + \log_3(x - 6) \leq 2$, и укажите верное утверждение.

- 1** $L \in [0; 0, 5)$ **2** $L \in [0, 5; 1, 5)$ **3** $L \in [1, 5; 2, 5)$
4 $L \in [2, 5; 3, 5)$ **5** $L \in [3, 5; 999]$

5. Все решения неравенства $\log_{\frac{1}{7+x^2}}(8x - 8) > -1$ образуют множество

- 1** $(3; 5)$ **2** $(-\infty; 1) \cup (3; 5)$ **3** $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$
4 $(1; 3) \cup (5; +\infty)$ **5** $(1; +\infty)$

6. Все решения неравенства $x^{\log_2 x} < 2$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1** 1, 5 **2** 1 **3** 2, 5 **4** 3, 75 **5** 2, 25

7. Если x_1 и x_2 — наименьшее и наибольшее решения неравенства $x^{\lg(0,01 \cdot x)} \leq 10^{10} \cdot x$, то значение величины $\lg(x_1 \cdot x_2)$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

8. Множество всех решений неравенства $9 \cdot 2^{(\log_2^2 x)} \leq \frac{x^5}{8} + x^{\log_2 x}$ представляет собой промежуток, длина которого равна

- 1** 1 **2** 2 **3** 4 **4** 8 **5** 6

9. Все решения неравенства $(\log_{81} x)^{\log_2 \log_{81} x} \leq 16$ образуют промежуток, длина которого равна натуральному числу. Остаток от деления этого числа на 5 равен

1 2 3 4 5 0

10. Сколько натуральных чисел являются решениями неравенства $x^{20} \cdot x^{[(\log_4 x)^2]} \cdot \sqrt{x-1,5} \leq x^{\log_4(x^9)} \cdot \sqrt{x-1,5}$? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Найдите наименьшее целочисленное решение неравенства $\log_5 x \geq \frac{3}{2}$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

2. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $\log_{0,(3)}(4-x) \geq -1$?

1 ни одного 2 одно 3 два 4 три

5 четыре или больше четырех

3. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $\log_5(x^2 - 2x - 8) \leq 3$?

1 одно 2 два 3 три 4 четыре или больше четырех

5 целочисленных решений нет

4. Найдите наименьшую длину L отрезка, который содержит все решения неравенства $\log_2(x+2) + \log_2(x-5) \leq 3$, и укажите верное утверждение.

1 $L \in [0; 0, 25)$ 2 $L \in [0, 25; 0, 5)$ 3 $L \in [0, 5; 1, 5)$

4 $L \in [1, 5; 3)$ 5 $L \in [3; 999]$

5. Все решения неравенства $\log_{\frac{1}{5+x^2}}(9x-9) > -1$ образуют множество

1 $(-\infty; 2) \cup (7; +\infty)$ 2 $(1; 2) \cup (7; +\infty)$ 3 $(2; 7)$

4 $(-\infty; 1) \cup (2; 7)$ 5 $(1; +\infty)$

6. Все решения неравенства $x^{\log_2 x} < 16$ образуют промежуток, длина которого равна

1 1,5 2 3,75 3 2,5 4 1 5 2,25

7. Если x_1 и x_2 — наименьшее и наибольшее решения неравенства $x^{1+\lg(10 \cdot x)} \leq 100 \cdot x^3$, то значение величины $\lg(x_1 \cdot x_2)$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

8. Множество всех решений неравенства

$5 \cdot 2^{(\log_2^2 x)} \leq x^3 + x^{\log_2 x}$ представляет собой промежуток, длина которого равна

1 1 2 2 3 4 4 8 5 6

9. Все решения неравенства $(\log_8 x)^{\log_3 \log_8 x} \leq 3$ образуют промежуток, длина которого равна натуральному числу. Остаток от деления этого числа на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Сколько натуральных чисел являются решениями

неравенства $x^{14} \cdot x^{[(\log_2 x)^2]} \cdot \sqrt{x-1,5} \leq x^{\log_2(x^9)} \cdot \sqrt{x-1,5}$?

Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 39. Линейные уравнения с параметром

Вариант 1

1. При каком значении параметра t три точки M , N , K на плоскости $(x; y)$ с координатами $(0; 0)$, $(2; 1)$, $(3t - 2; 5)$ лежат на одной прямой?

- 1 $t = 1$ 2 $t = 2$ 3 $t = 3$ 4 $t = 4$ 5 $t = 5$

2. Укажите все значения параметра p , при которых уравнение $px + 4 = 0$ имеет единственный корень.

- 1 $\{-4\}$ 2 $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ 3 $\{4\}$ 4 $\{0\}$
 5 $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$

3. Все значения параметра a , при которых все числа $x \in [-1; 3]$ являются решениями неравенства $x + a \geq 4$, образуют множество

- 1 $a \in (-\infty; 1]$ 2 $a \in (-\infty; 5]$ 3 $a \in [5; +\infty)$ 4 $a \in [1; +\infty)$
 5 $a \in [1; 5]$

4. Разность между наибольшим и наименьшим значениями параметра p , при которых все числа $x \in [-3; 2]$ являются решениями неравенства $|x - p| \leq 8$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Пусть число N равно количеству различных целочисленных значений параметра p , при которых ни одно решение неравенства $|x - 3p + 6| \geq 14$ не является решением неравенства $|x - 4p + 4| \leq 6$. Найдите остаток от деления N на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p , при которых хотя бы одно решение

неравенства $|x - p + 4| \leq 5$ является также решением неравенства $|x - 2p + 6| \leq 8$. Найдите остаток от деления N на 5.

- 1 2 3 4 5 0

7. Найдите наибольшее положительное значение параметра p , при котором уравнение $|x - 18| + 9 = \frac{4x}{p}$ имеет единственный корень, и укажите верное утверждение.

- 1 $p_{\max} \in [-\infty; 5)$ 2 $p_{\max} \in [5; 6)$ 3 $p_{\max} \in [6; 7)$
 4 $p_{\max} \in [7; 8)$ 5 $p_{\max} \in [8; +\infty)$

8. Укажите первую цифру после запятой в десятичном числе, равном произведению всех различных значений параметра k , при которых уравнение $||x - 3| - 1| + 1 = kx$ имеет ровно три различных корня.

- 1 2 3 4 5

9. Найдите все значения параметра p , при которых уравнение $\frac{(x - 2)(x - p)}{x - 9} = 0$ имеет ровно один корень.

- 1 $(-\infty; 2) \cup (2; 9) \cup (9; +\infty)$ 2 $\{9\}$ 3 $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
 4 $\{2; 9\}$ 5 $\{2\}$

10. Найдите наибольшее целочисленное значение параметра p , при котором уравнение $\frac{2^x - p}{x - 7} = 0$ не имеет корней, и укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. При каком значении параметра t три точки M , N , K на плоскости $(x; y)$ с координатами $(0; 0)$, $(5; 1)$, $(4t + 7; 3)$ лежат на одной прямой?

- 1 $t = 1$ 2 $t = 2$ 3 $t = 3$ 4 $t = 4$ 5 $t = 5$

2. Укажите все значения параметра p , при которых уравнение $px + 5 = 0$ имеет единственный корень.

- 1 $\{-5\}$ 2 $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$ 3 $\{5\}$
 4 $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ 5 $\{0\}$

3. Все значения параметра a , при которых все числа $x \in [-3; 1]$ являются решениями неравенства $x + a \geq 4$, образуют множество

- 1 $a \in (-\infty; 7]$ 2 $a \in (-\infty; 3]$ 3 $a \in [3; +\infty)$ 4 $a \in [7; +\infty)$
 5 $a \in [3; 7]$

4. Разность между наибольшим и наименьшим значениями параметра p , при которых все числа $x \in [-4; 4]$ являются решениями неравенства $|x - p| \leq 13$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Пусть число N равно количеству различных целочисленных значений параметра p , при которых ни одно решение неравенства $|x - 3p + 9| \geq 18$ не является решением неравенства $|x - 4p + 8| \leq 11$. Найдите остаток от деления N на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p , при которых хотя бы одно решение неравенства $|x - p + 7| \leq 8$ является также решением

неравенства $|x - 2p + 3| \leq 6$. Найдите остаток от деления N на 5.

1 2 3 4 5 0

7. Найдите наибольшее положительное значение параметра p , при котором уравнение $|x - 18| + 6 = \frac{2x}{p}$ имеет единственный корень, и укажите верное утверждение.

1 $p_{\max} \in [-\infty; 5)$ 2 $p_{\max} \in [5; 6)$ 3 $p_{\max} \in [6; 7)$

4 $p_{\max} \in [7; 8)$ 5 $p_{\max} \in [8; +\infty)$

8. Укажите первую цифру после запятой в десятичном числе, равном произведению всех различных значений параметра k , при которых уравнение $||x - 3| - 2| - 3 = kx$ имеет ровно три различных корня.

1 2 3 4 5

9. Найдите все значения параметра p , при которых уравнение $\frac{(x-1)(x-p)}{x-4} = 0$ имеет ровно один корень.

1 $\{1; 4\}$ 2 $(-\infty; 1) \cup (1; 4) \cup (4; +\infty)$ 3 $\{1\}$

4 $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ 5 $\{4\}$

10. Найдите наибольшее целочисленное значение параметра p , при котором уравнение $\frac{7^x - p}{x - 2} = 0$ не имеет корней, и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

Тема 40. Квадратные уравнения с параметром

Вариант 1

1. Если парабола $y = x^2$ имеет единственную общую точку с прямой $y = 12x - 6a$, то значение параметра a равно

натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

2. Сумма всех различных значений параметра b , при которых уравнение $(b - 3)x^2 + 13x + b + 2 = 0$ имеет единственный корень, равна

1 2 3 4 5 5

3. Произведение всех различных значений параметра p , при которых уравнение $(p^2 - 9p - 153)x^2 + 2px + 1 = 0$ имеет единственный корень, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

4. Найдите сумму S всех различных значений параметра a , при которых система неравенств $\begin{cases} \sqrt{x(8-x)} \leq \sqrt{7}, \\ \sqrt{(x-a)(6-x+a)} \leq \sqrt{5} \end{cases}$ имеет единственное решение, и укажите остаток от деления ближайшего к S натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

5. Если число S равно сумме всех различных значений параметра p , при которых уравнение $\frac{x^2 - 16px + 63p^2}{x - 63} = 0$

имеет единственный корень, то остаток от деления S на 5 равен

1 2 3 4 5 0

6. Если число S равно сумме всех различных значений параметра p , при которых уравнение $\frac{x^2 - 7px + 12p^2}{(x - 144)(x - 192)} = 0$

имеет единственный корень, то остаток от деления S на 5 равен

1 2 3 4 5 0

7. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2 + (5a + 1)x + 6a^2 - 6}{x^2 - 13x + 12} = 0$ имеет ровно один корень?

1 $a = 12$ 2 $a = 1$ 3 $a \in \{-5; -1, (3); 0, 5\}$

4 $a \in \{-1, (3); 0, 5\}$ 5 $a = -5$

8. Если число S равно сумме всех различных целочисленных значений параметра p , при которых число $x = 8$ расположено строго между корнями уравнения

$x^2 - (3p - 7)x + 2p^2 - 8p + 6 = 0$, то остаток от деления S на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Найдите значение параметра p , при котором сумма квадратов корней уравнения $x^2 - (2p - 16)x + p^2 - 16p + 63 = 0$ принимает наименьшее возможное значение, и укажите в ответе остаток от деления p на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Если $5x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xy - 2xz - 4x - 6y + 4z + 13 = 0$, то значение выражения $x + y + z$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

Вариант 2

1. Если парабола $y = x^2$ имеет единственную общую точку с прямой $y = 8x - 2a$, то значение параметра a равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

2. Сумма всех различных значений параметра b , при которых уравнение $(b - 2)x^2 + 6x + b - 1 = 0$ имеет единственный корень, равна

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

3. Произведение всех различных значений параметра p , при которых уравнение $(p^2 - 8p - 104)x^2 + 2px + 1 = 0$ имеет единственный корень, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

4. Найдите сумму S всех различных значений параметра a , при которых все решения системы неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{x(8-x)} \leq \sqrt{7}, \\ \sqrt{(x-a)(6-x+a)} \leq \sqrt{5} \end{cases}$$
 образуют промежуток, длина

которого равна 1, и укажите остаток от деления ближайшего к S натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

5. Если число S равно сумме всех различных значений параметра p , при которых уравнение $\frac{x^2 - 14px + 33p^2}{x - 66} = 0$

имеет единственный корень, то остаток от деления S на 5 равен

1 2 3 4 5 0

6. Если число S равно сумме всех различных значений параметра p , при которых уравнение $\frac{x^2 - 5px + 6p^2}{(x - 24)(x - 36)} = 0$ имеет

единственный корень, то остаток от деления S на 5 равен

1 2 3 4 5 0

7. Если число A равно наибольшему значению параметра a , при котором уравнение $\frac{x^2 + (3a - 2)x - 2a - 7}{x^2 - 6x + 5} = 0$ имеет ровно один корень, то

1 $A \in (-999; 4, 6)$ 2 $A \in [4, 6; 6, 7)$ 3 $A \in [6, 7; 8, 8)$

4 $A \in [8, 8; 10, 9)$ 5 $A \in [10, 9; 999)$

8. Если число S равно сумме всех различных целочисленных значений параметра p , при которых число $x = 9$ расположено строго между корнями уравнения $x^2 - (4p - 15)x + 3p^2 - 21p + 36 = 0$, то остаток от деления S на 5 равен

1 2 3 4 5 0

9. Найдите значение параметра p , при котором сумма квадратов корней уравнения

$x^2 - (2p - 40)x + p^2 - 40p + 391 = 0$ принимает наименьшее возможное значение, и укажите в ответе остаток от деления p на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Если $2x^2 + 5y^2 + 2z^2 + 4xy - 2xz + 2yz - 6x - 4y + 4z + 5 = 0$, то значение выражения $x + y + z$ равно

1 2 3 4 5 5

Тема 41. Уравнения с параметром в правой части Вариант 1

1. Наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $x^2 - 16x + 80 = b$ имеет по крайней мере один корень, — натуральное число. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

2. При каком положительном значении параметра b уравнение $\left| \frac{4x - 7}{x - 7} \right| = b$ имеет единственный корень?

1 2 3 4 5 5

3. Найдите наименьшее положительное значение параметра b , при котором уравнение $\frac{12}{3 \sin x + 1} = b$ имеет по крайней мере один корень.

1 2 3 4 5

4. Найдите значение параметра p , при котором уравнение $3x^3 + \frac{64}{x^2} = px$ имеет ровно два различных корня, и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $x^2 - 18x + 95 = b$ имеет по крайней мере один корень, — натуральное число. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

2. При каком положительном значении параметра b уравнение $\left| \frac{3x - 7}{x - 7} \right| = b$ имеет единственный корень?

1 2 3 4 5 5

3. Найдите наименьшее положительное значение параметра b , при котором уравнение $4,5b \sin x + 1,5b = 18$ имеет по крайней мере один корень.

1 2 3 4 5 5

4. Найдите значение параметра p , при котором уравнение $x^3 + \frac{162}{x^2} = px$ имеет ровно два различных корня, и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

Тема 42. Уравнения относительно параметра**Вариант 1**

1. Решите уравнение $(x^2 - p)^2 - 6x^2 + 4x + 2p = 0$.

2. Решите уравнение $x^4 - 2\sqrt{3}x^2 + x + 3 - \sqrt{3} = 0$.

3. Решите уравнение $\sqrt{p - \sqrt{p + x}} = x$.

4. Решите неравенство $x^4 + 2px^3 + p^2x^2 \leq 1$.

5. Решите уравнение $2x^3 - (p + 2)x^2 - px + p^2 = 0$.

6. Если число P равно наименьшему значению параметра p , при котором уравнение

$x^4 - 10x^3 + (29 + 2p)x^2 - (10p + 20)x + p^2 + 5p = 0$ имеет ровно три различных корня, то

1 $P \in (-999; 1,27)$ **2** $P \in [1,27; 2,38)$ **3** $P \in [2,38; 3,63)$

4 $P \in [3,63; 4,78)$ **5** $P \in [4,78; 999)$

Вариант 2

1. Решите уравнение $x^4 - 38x^2 + (12 - 12p)x + 2p - p^2 = 0$.

2. Решите уравнение $x^4 - (2\sqrt{5} + 3)x^2 + 2x + 5 - \sqrt{5} = 0$.

3. Решите уравнение $\sqrt{p + \sqrt{2p + 2\sqrt{2}x}} = x$.

4. Решите неравенство

$$x^4 - 4px^3 + (4p^2 - 2p)x^2 + 4p^2x + p^2 - 1 \leq 1.$$

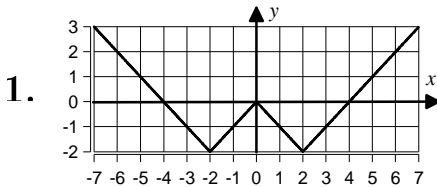
5. Если число P равно наименьшему значению параметра p , при котором уравнение

$x^4 - 6x^3 + (13 - 2p)x^2 + (6p - 10)x + p^2 - 5p = 0$ имеет ровно три различных корня, то

- 1** $P \in (-999; 0,67)$ **2** $P \in [0,67; 1,17)$ **3** $P \in [1,17; 1,63)$
4 $P \in [1,63; 1,78)$ **5** $P \in [1,78; 999)$

Тема 43. Графические методы, многоугольники

Вариант 1



На рисунке изображен график функции

- 1** $y = ||x - 2| - 2| - 2$ **2** $y = ||x - 2| - 2| - 2$ **3** $y = ||x| - 2|$
4 $y = ||x + 2| - 2| - 2$ **5** $y = 2 - ||x| - 2|$

2. Сколько корней имеет уравнение $|x - 1| = |x|$?

- 1** три **2** один **3** ни одного **4** два **5** бесконечно много

3. Сколько решений имеет система $\begin{cases} |x| + |y| = 2, \\ xy = 1? \end{cases}$

- 1** два **2** четыре **3** шесть **4** восемь **5** решений нет

4. Укажите множество всех значений параметра b , при которых система уравнений $\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} + b, \\ y = |x| \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

- 1** $(0; \sqrt{2})$ **2** $(0; 1)$ **3** $(0; \frac{1}{2})$ **4** $(-\infty; 1)$ **5** $(\frac{1}{2}; 1)$

5. Множество всех значений параметра a , при которых система уравнений $\begin{cases} x + y = a, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения,

1 представляет промежуток длиной 1

2 представляет промежуток длиной 0,5

3 представляет промежуток длиной $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

4 состоит из двух чисел, произведение которых равно $\frac{1}{2}$

5 состоит из двух чисел, произведение которых равно $\frac{1}{\sqrt{2}}$

6. Наименьшее возможное расстояние от точки, координаты которой удовлетворяют условию $|x - 2| + |y - 3| = 5$, до точки, координаты которой удовлетворяют условию $|x - y| + |x + y| = 22$, равно

1 5 **2** 3 **3** $3\sqrt{2}$ **4** 4 **5** $4\sqrt{2}$

7. Укажите наибольшее значение параметра k , при котором уравнение $||x - 7| - 3| = 2 + kx$ имеет ровно три различных корня.

1 $-\frac{1}{5}$ **2** $\frac{2}{7}$ **3** $\frac{1}{2}$ **4** $\frac{1}{7}$ **5** $-\frac{1}{2}$

8. Сумма всех различных корней уравнения

$\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{9 - x}{3}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

9. Если число N равно количеству различных корней

уравнения $\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{(x - 62)^2}{49}$, то остаток от деления

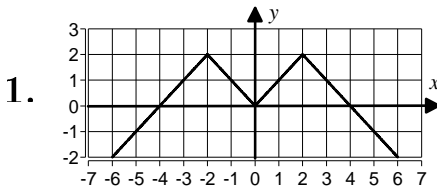
N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

10. Наибольшее значение параметра p , при котором система $\begin{cases} y = \sin(2 \arcsin x), \\ x^2 + y^2 = \frac{p}{16} \end{cases}$ имеет ровно два различных решения, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 0

Вариант 2



На рисунке изображен график функции

- 1 $y = ||x| - 2| - 2$ 2 $y = ||x - 2| - 2| - 2$ 3 $y = ||x| - 2|$
 4 $y = ||x + 2| - 2| - 2$ 5 $y = 2 - ||x| - 2|$

2. Сколько корней имеет уравнение $|x^2 - 4| = |x|$?

- 1 один или ни одного 2 два 3 три 4 четыре
 5 пять или больше пяти

3. Сколько решений имеет система $\begin{cases} |x| + |y| = 4,25, \\ xy = 1 \end{cases}$?

- 1 два 2 четыре 3 шесть 4 восемь 5 решений нет

4. Укажите множество всех значений параметра b , при которых система уравнений $\begin{cases} y = x^2 + b, \\ y = 4|x| \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

- 1 $(0; 2)$ 2 $(0; 4)$ 3 $(2; 4)$ 4 $(2; +\infty)$ 5 $(-\infty; 4)$

5. Множество всех значений параметра p , при которых система уравнений $\begin{cases} x + y = 1, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = p \end{cases}$ имеет ровно два различных решения,

1 представляет промежуток длиной $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

2 состоит из двух чисел, произведение которых равно $\frac{1}{2}$

3 представляет промежуток длиной 0,5

4 состоит из двух чисел, произведение которых равно $\frac{1}{\sqrt{2}}$

5 представляет промежуток длиной $\sqrt{2} - 1$

6. Наименьшее возможное расстояние от точки, координаты которой удовлетворяют условию $|x| + |y| \leq 5$, до точки с координатами $x = 9$, $y = 3$ равно

1 $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ **2** 4 **3** $\frac{7}{2}\sqrt{2}$ **4** 5 **5** $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

7. Укажите наименьшее значение параметра k , при котором уравнение $||x + 9| - 2| - 2 = kx + 1$ имеет ровно три различных корня.

1 $\frac{1}{11}$ **2** $\frac{3}{11}$ **3** $\frac{1}{9}$ **4** $\frac{1}{7}$ **5** $\frac{3}{7}$

8. Сумма всех различных корней уравнения

$\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{17-x}{3}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

9. Если число N равно количеству различных корней

уравнения $\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{(x-49)^2}{64}$, то остаток от деления

N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

10. Наименьшее значение параметра p , при котором система

$$\begin{cases} y = \cos(2 \arccos x), \\ x^2 + y^2 = \frac{p}{16} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

Тема 44. Графические методы, окружности

Вариант 1

1. Кратчайшее расстояние от точки $x = 3$; $y = 4$ до точки на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 49$, равно

12 $\sqrt{96}$ 7 2 5

2. Площадь фигуры, которую определяет система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x, \\ y \leq |x - 2|, \end{cases}$$

равна

π 2π 3π 4π $\frac{\pi}{2}$

3. Все значения параметра a , для которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ x + y = 1 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения, образуют множество

$(0, 5; 1)$ $(1; \sqrt{2})$ $(\frac{1}{\sqrt{2}}; 1)$ $(0, 5; +\infty)$ $(1; +\infty)$

4. Сколько имеется целочисленных значений параметра b , при которых окружность $x^2 + y^2 = R^2$ радиуса $R = 11$ и парабола $2y = x^2 - b$ имеют ровно четыре общие точки?

Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

5. Найдите наименьшее положительное значение параметра R , при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2Rx, \\ |x| + |y| = 10 \end{cases}$ имеет ровно два решения, и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

6. Наибольшее значение величины $x + y$ при условии $x^2 + y^2 \leq 2x + 2y$ равно

1 $\sqrt{2}$ 2 $2\sqrt{2}$ 4

7. Найдите разность наибольшего и наименьшего значений параметра k , при которых система $\begin{cases} (x - 9)^2 + (y - 7)^2 = 9, \\ y = kx \end{cases}$ имеет единственное решение.

$\frac{9}{11}$ $\frac{12}{11}$ $\frac{11}{9}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{9}{12}$

8. Сколько существует различных натуральных значений параметра b , при которых система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = b, \\ ||x| - 2| + ||y| - 2| = 2 \end{cases}$ имеет ровно восемь решений? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

9. Найдите сумму двух наименьших целочисленных значений параметра p , при которых окружность $x^2 + y^2 = \frac{p}{4}$ и парабола $y = x^2 - 8$ имеют ровно две общие точки, и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p , при которых система $\begin{cases} |y| = |x|, \\ x^2 + y^2 \leq 72, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$

имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

- 1 2 3 4 0

Вариант 2

1. Укажите кратчайшее расстояние от точки $x = -4$; $y = 3$ на плоскости до точки на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 121$.

- 13 $\sqrt{96}$ 6 16 12

2. Площадь фигуры, которую определяет система неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2x, \\ y \geq |x - 1|, \end{cases}$ равна

- $\frac{3\pi}{4}$ π $\frac{\pi}{8}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$

3. Все значения параметра p , для которых система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y = \sqrt{p} \end{cases}$ имеет ровно два различных решения, образуют множество

- $[0; \sqrt{8})$ $[0; 4)$ $(\sqrt{32}; +\infty)$ $(\sqrt{8}; +\infty)$ $[0; 8)$

4. Сколько имеется целочисленных значений параметра b , при которых окружность $x^2 + y^2 = R^2$ радиуса $R = \frac{5}{2}$ и парабола $2y = x^2 - b$ имеют ровно четыре общие точки? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 2 3 4 0

5. Найдите наибольшее значение параметра a , при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40x, \\ |x| + |y| = a \end{cases}$ имеет ровно два решения,

и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

6. Наибольшее значение величины $x + y$ при условии $x^2 + y^2 \leq 6x - 6y$ равно

6 $\sqrt{72}$ $3 + \sqrt{18}$ $\sqrt{18}$ 12

7. Найдите разность наибольшего и наименьшего значений параметра k , при которых система $\begin{cases} (x-7)^2 + (y-4)^2 = 1, \\ y = kx \end{cases}$ имеет единственное решение.

$\frac{3}{11}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{7}$

8. Сколько существует различных натуральных значений параметра b , при которых система уравнений

$\begin{cases} x^2 + y^2 = b, \\ ||x| - 5| + ||y| - 5| = 6 \end{cases}$ имеет ровно восемь решений? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

9. Найдите сумму двух наименьших целочисленных значений параметра p , при которых окружность $x^2 + y^2 = \frac{p}{4}$ и парабола $y = x^2 - 9$ имеют ровно две общие точки, и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Пусть N — количество различных целочисленных

значений параметра p , при которых система $\begin{cases} |y| = |x|, \\ x^2 + y^2 \leq 18, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$

имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

1 2 3 4 5 0

Тема 45. Арифметическая прогрессия

Вариант 1

1. Если сумма четвертого и двенадцатого членов арифметической прогрессии равна 12, то число, равное квадрату восьмого члена, принадлежит промежутку

- [0; 10) [10; 20) [20; 30) [30; 40) [40; 99]

2. Если сумма четвертого и двенадцатого членов арифметической прогрессии равна 15, то сумма третьего, пятого, одиннадцатого и тринадцатого членов равна

- 10 15 20 30 60

3. Если первый и второй члены арифметической прогрессии a_n равны соответственно $a_1 = \cos 330^\circ$ и $a_2 = \sin 30^\circ$, то значение величины a_{10} равно

- $6,5\sqrt{3}$ $7,5\sqrt{3}$ $8,5\sqrt{3}$ $5,5 - 3,5\sqrt{3}$ $4,5 - 4\sqrt{3}$

4. Сумма пятого и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 10. Найдите сумму первых семнадцати членов этой прогрессии.

- 27 170 85 95 127

5. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 1.

- 1155 1218 1206 602 1210

6. Рестораны расположены на 1-м, 6-м, 11-м, 16-м (и далее с шагом 5) этажах 100-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 11-м, 21-м, 31-м (и далее с шагом 10) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которых имеется ресторан, но нет бара?

- 9 или меньше 9 10 11 12 13 или больше 13

7. Отрезок арифметической прогрессии содержит 10 членов с номерами от 1 до 10. Сумма членов с четными номерами равна 50, а сумма членов с нечетными номерами равна 20.

Число, равное разности прогрессии, принадлежит промежутку

- 1 $(-999; 1)$ 2 $[1; 2)$ 3 $[2; 3)$ 4 $[3; 4)$ 5 $[4; 999)$

8. Последовательность $a_n = \frac{2n+9}{n+c}$ является убывающей при всех следующих значениях параметра c

- 1 1, 2, 3, 4, 5, 6 2 1, 5, 6 3 1, 2, 3, 4 4 1, 2, 6

- 5 5, 6, 7, 8

9. На 1-м этаже 20-этажного дома находятся 20 шкафов, которые нужно разместить по одному на каждом этаже. Сколько будет стоить эта работа, если подъем одного шкафа на один этаж стоит 1 у.е.?

- 1 180 у.е. 2 210 у.е. 3 380 у.е. 4 171 у.е. 5 190 у.е.

10. Если общий член последовательности равен $a_n = 6n - 35$, то наименьшее возможное значение суммы отрезка этой последовательности $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ равно

- 1 -80 2 -82 3 -84 4 -85 5 -86

Вариант 2

1. Если сумма седьмого и пятнадцатого членов арифметической прогрессии равна 8, то число, равное квадрату одиннадцатого члена, принадлежит промежутку

- 1 $[0; 10)$ 2 $[10; 20)$ 3 $[20; 40)$ 4 $[40; 60)$ 5 $[60; 99)$

2. Если сумма пятого и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 8, то сумма шестого, восьмого, десятого и двенадцатого членов равна

- 1 8 2 12 3 16 4 24 5 36

3. Если первый и второй члены арифметической прогрессии a_n равны соответственно $a_1 = \cos 210^\circ$ и $a_2 = \sin 120^\circ$, то значение величины a_{10} равно

- 1** $6,5\sqrt{3}$ **2** $7,5\sqrt{3}$ **3** $8,5\sqrt{3}$ **4** $5,5 - 3,5\sqrt{3}$ **5** $4,5 - 4\sqrt{3}$

4. Сумма пятого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 12. Найдите сумму первых пятнадцати членов этой прогрессии.

- 1** 96 **2** 112 **3** 180 **4** 27 **5** 90

5. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 6.

- 1** 702 **2** 715 **3** 676 **4** 697 **5** 689

6. Рестораны расположены на 1-м, 8-м, 15-м, 22-м (и далее с шагом 7) этажах 130-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 15-м, 29-м, 43-м (и далее с шагом 14) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которых имеется ресторан, но нет бара?

- 1** 8 или меньше 8 **2** 9 **3** 10 **4** 11 **5** 12 или больше 12

7. Отрезок арифметической прогрессии содержит 14 членов с номерами от 1 до 14. Сумма членов с четными номерами равна 37, а сумма членов с нечетными номерами равна 23. Число, равное разности прогрессии, принадлежит промежутку

- 1** $(-999; 1)$ **2** $[1; 2)$ **3** $[2; 3)$ **4** $[3; 4)$ **5** $[4; 999)$

8. Последовательность $a_n = \frac{3n + 7}{n + c}$ является убывающей при всех следующих значениях параметра c

- 1** 1, 2, 3, 4, 5, 6 **2** 1, 2, 3 **3** 1, 2, 3, 4 **4** 1, 2 **5** 4, 5, 6

9. На 1-м этаже 18-этажного дома находятся 18 шкафов, которые нужно разместить по одному на каждом этаже.

Сколько будет стоить эта работа, если подъем одного шкафа на один этаж стоит 1 у.е.?

- 1** 306 у.е. **2** 153 у.е. **3** 152 у.е. **4** 171 у.е. **5** 136 у.е.

10. Если общий член последовательности равен $a_n = 50 - 8n$, то наибольшее возможное значение суммы отрезка этой последовательности $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ равно

- 1** 144 **2** 121 **3** 132 **4** 128 **5** 140

Тема 46. Геометрическая прогрессия, 1 Вариант 1

1. Если третий член геометрической прогрессии равен 2, а седьмой член равен 32, то пятый член равен

- 1** 8 **2** ± 8 **3** -8 **4** ± 4 **5** ± 16

2. Первый член геометрической прогрессии с положительными членами равен 1, а третий член равен $4\sqrt{3} + 7$. Первая цифра после запятой в представлении второго члена этой прогрессии в виде десятичной дроби равна

- 1** 1 **2** 7 **3** 3 **4** 5 **5** 0

3. Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{1}{3}$ и первым членом 108 равна

- 1** $80\frac{1}{3}$ **2** $81\frac{1}{3}$ **3** $160\frac{2}{3}$ **4** $161\frac{2}{3}$ **5** $161\frac{1}{3}$

4. Вычислите значение выражения $1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \dots + 2^{98} - 2^{99}$.

- 1** $\frac{2^{100} + 1}{3}$ **2** $\frac{2^{100} - 1}{3}$ **3** $\frac{1 - 2^{100}}{3}$ **4** $2^{100} + 1$ **5** $2^{100} - 1$

5. Целые положительные числа x, y, z являются последовательными членами геометрической прогрессии. Числа

$x - 1$, y , $z - 1$ являются последовательными членами арифметической прогрессии. Числа $x - 1$, $y - 2$, $z - 4$ являются последовательными членами геометрической прогрессии.

Найдите значение выражения $z - x$.

1 6 2 8 3 9 4 11 5 18

6. В начале первой недели в пруд запустили 11 инфузорий. В конце каждой недели каждая инфузория делится на 4 части, после чего карась съедает 21 инфузорию. В начале 31-й недели число инфузорий в пруду будет равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Если в отрезке геометрической прогрессии со знаменателем q первый член равен 162, последний член равен 4802, а сумма равна 8282, то

1 $q \in (0; 2,21)$ 2 $q \in [2,21; 2,31)$ 3 $q \in [2,31; 2,41)$

4 $q \in [2,41; 2,51)$ 5 $q \in [2,51; 999)$

Вариант 2

1. Если первый член геометрической прогрессии равен -4 , а пятый член равен -64 , то третий член равен

1 16 2 ± 8 3 -8 4 -16 5 ± 16

2. Первый член геометрической прогрессии с положительными членами равен $3 - 2\sqrt{2}$, а третий член равен 1. Первая цифра после запятой в представлении второго члена этой прогрессии в виде десятичной дроби равна

1 1 2 6 3 3 4 4 5 7

3. Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{2}{3}$ и первым членом 81 равна

- 1** 55 **2** 211 **3** $211\frac{1}{3}$ **4** 54 **5** 213

4. Вычислите значение выражения

$$1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^{98} + 3^{99}.$$

- 1** $\frac{3^{100} + 1}{2}$ **2** $\frac{3^{100} - 1}{4}$ **3** $\frac{1 - 3^{100}}{4}$ **4** $\frac{3^{100} - 1}{2}$ **5** $3^{100} - 1$

5. Целые числа x , y , z являются последовательными членами геометрической прогрессии. причем $x > y > z > 0$.

Числа x , $y + 2$, z являются последовательными членами арифметической прогрессии. Числа $x + 9$, $y + 2$, z являются последовательными членами геометрической прогрессии.

Найдите значение выражения $x + y + z$.

- 1** 10 **2** 12 **3** 18 **4** 24 **5** 28

6. В начале первой недели в пруд запустили 8 инфузорий. В конце каждой недели каждая инфузория делится на 3 части, после чего карась съедает 6 инфузорий. В начале 31-й недели число инфузорий в пруду будет равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

7. Если в отрезке геометрической прогрессии со знаменателем q первый член равен 54, последний член равен 1024, а сумма равна 1606, то

- 1** $q \in (0; 1,21)$ **2** $q \in [1,21; 1,81)$ **3** $q \in [1,81; 2,21)$
4 $q \in [2,21; 2,81)$ **5** $q \in [2,81; 999)$

Тема 47. Геометрическая прогрессия, 2

Вариант 1

1. Укажите вторую цифру после запятой в десятичном представлении наименьшего возможного значения знаменателя бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, второй член которой относится к сумме всех членов как $7 : 64$.

- 1 7 2 1 3 5 4 3 5 2

2. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $1 + \cos^4 \frac{\pi}{6} + \cos^8 \frac{\pi}{6} + \cos^{12} \frac{\pi}{6} + \dots + \cos^{4n} \frac{\pi}{6} + \dots$ равна

- 1 $\frac{16}{5}$ 2 $\frac{16}{7}$ 3 $\frac{15}{7}$ 4 $\frac{15}{8}$ 5 $\frac{16}{9}$

3. Сумма первых 12 цифр после запятой в десятичной записи рационального числа $\frac{41152}{333333}$ равна

- 1 24 2 56 3 42 4 32 5 48

4. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, каждый член которой в 4 раза больше суммы всех ее последующих членов.

- 1 $\frac{1}{5}$ 2 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{1}{4}$ 4 $\frac{2}{5}$ 5 $\frac{2}{3}$

5. Знаменатель q бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равен 0,5. Если увеличить знаменатель на 20%, то сумма прогрессии увеличится на

- 1 5% 2 10% 3 12,5% 4 15% 5 25%

6. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, \dots равна 35, а сумма всех членов этой

прогрессии с четными номерами равна 10, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

1 $q \in (0; 0,3]$ **2** $q \in (0,3; 0,4]$ **3** $q \in (0,4; 0,5]$

4 $q \in (0,5; 0,7]$ **5** $q \in (0,7; 1)$

7. Если сумма квадратов всех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равна 400, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 15, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

1 $q \in (0; 0,3]$ **2** $q \in (0,3; 0,4]$ **3** $q \in (0,4; 0,5]$

4 $q \in (0,5; 0,7]$ **5** $q \in (0,7; 1)$

Вариант 2

1. Укажите первую цифру после запятой в десятичном представлении наименьшего возможного значения знаменателя бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, второй член которой относится к сумме всех членов как $6 : 25$.

1 3 **2** 5 **3** 4 **4** 1 **5** 2

2. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$1 - \cos^4 \frac{\pi}{6} + \cos^8 \frac{\pi}{6} - \cos^{12} \frac{\pi}{6} + \dots + (-1)^n \cos^{4n} \frac{\pi}{6} + \dots$$
 равна

1 $\frac{2}{3}$ **2** $\frac{3}{2}$ **3** $\frac{16}{7}$ **4** $\frac{15}{8}$ **5** $\frac{16}{25}$

3. Сумма первых 42 цифр после запятой в десятичной записи рационального числа $\frac{43021}{333333}$ равна

1 140 **2** 182 **3** 168 **4** 147 **5** 154

4. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами,

каждый член которой в 2 раза меньше суммы всех ее последующих членов.

- 1 $\frac{1}{5}$ 2 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{1}{4}$ 4 $\frac{2}{5}$ 5 $\frac{2}{3}$

5. Знаменатель q бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равен 0,7. Если увеличить знаменатель на 20%, то сумма прогрессии увеличится на

- 1 50% 2 87,5% 3 62,5% 4 37,5% 5 25%

6. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, \dots равна 40, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 15, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

- 1 $q \in (0; 0,3]$ 2 $q \in (0,3; 0,4]$ 3 $q \in (0,4; 0,5]$
 4 $q \in (0,5; 0,7]$ 5 $q \in (0,7; 1)$

7. Если сумма квадратов всех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равна 525, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 10, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

- 1 $q \in (0; 0,3]$ 2 $q \in (0,3; 0,4]$ 3 $q \in (0,4; 0,5]$
 4 $q \in (0,5; 0,7]$ 5 $q \in (0,7; 1)$

Контрольные работы

Вариант 2-11

1. Выражение $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ тождественно равно

1 $-3 \sin x$ 2 $\cos x$ 3 $-\cos x$ 4 $\sin x$ 5 $-\sin x$

2. Разность наибольшего и наименьшего корней уравнения $x - 7\sqrt{x} + 10 = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

3. Если $\operatorname{tg} x = \frac{2}{3}$, то значение выражения $\operatorname{tg} 2x$, представленное в виде несократимой рациональной дроби, содержит в числителе число

1 40 2 3 3 12 4 4 5 24

4. Вычислите значение выражения $\frac{72}{\pi} \arccos \frac{1}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Все решения неравенства $\sqrt{x-2} \leq x$ образуют множество

1 $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ 2 $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$ 3 $[2; +\infty)$

4 $[-1; 2]$ 5 $(-\infty; +\infty)$

6. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

7. Если Билл проработает 6 дней, а Джек — 5 дней, то будет выполнено 37% работы. Если Билл проработает 5 дней, а Джек — 6 дней, то будет выполнено 40% работы. Какая доля работы будет выполнена, если Билл и Джек проработают совместно 9 дней?

- 1 64% 2 72% 3 71% 4 58% 5 63%

8. Укажите значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{2}{7}\right)$.

- 1 $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ 2 $\frac{\sqrt{21}}{2}$ 3 $2\sqrt{6}$ 4 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 5 $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

9. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x, \\ x + y \leq 2, \end{cases}$ равна

- 1 4π 2 3π 3 2π 4 π 5 $\frac{\pi}{2}$

10. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства $\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, равна

- 1 $\frac{2\pi}{3}$ 2 $\frac{\pi}{3}$ 3 $\frac{4\pi}{3}$ 4 $\frac{11\pi}{6}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

11. Все решения неравенства $\arcsin x < -\frac{\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого

- 1 равна $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 равна $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 равна $\frac{3}{2}$ 4 равна $\frac{1}{2}$
 5 бесконечно велика

12. Множество значений функции $y = 9 \sin^2 x + 4 \sin x$ представляет собой промежуток, длина которого равна

- 1 $13\frac{1}{9}$ 2 $13\frac{2}{9}$ 3 $13\frac{1}{3}$ 4 $13\frac{4}{9}$ 5 $13\frac{5}{9}$

13. Разность наибольшего и наименьшего корней уравнения $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2$ равна

- 1 2 3 4 5

14. Если число \mathcal{X} равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(x) + \sin(11x) + \sin(21x) = 0$, то значение выражения $\pi \cdot \mathcal{X}^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

15. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} (a+1)x + 2y = a+4, \\ 3x + (a-4)y = 2a-2 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений?

при одном значении $a \in (-\infty; -2]$

при одном значении $a \in (-2; 2)$

при одном значении $a \in [2; +\infty)$

при двух значениях a

таких значений a не существует

16. Укажите множество значений функции $y = \frac{39}{8 \sin(7x) - 5}$.

$[-3; 13]$ $(-\infty; -3] \cup [13; +\infty)$ $(-\infty; 13]$ $[-3; +\infty)$

$(-\infty; -13] \cup [3; +\infty)$

17. Если число A равно произведению всех различных корней уравнения $\sqrt{x^2 - 83x + 124} = \sqrt{x^2 - 83x + 52} + 4$, то

$A \leq 1$ $A \in (1; 2]$ $A \in (2; 3]$ $A \in (3; 4]$ $A > 4$

18. Множество всех решений неравенства

$9(\arcsin x)^2 - 9\pi \cdot \arcsin x + 2\pi^2 \leq 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям

1 $L \in [0; 0, 3)$ **2** $L \in [0, 3; 0, 6)$ **3** $L \in [0, 6; 1, 3)$

4 $L \in [1, 3; 1, 9)$ **5** $L \in [1, 9; 999]$

19. Найдите сумму всех различных целочисленных решений неравенства $7 - x \geq \sqrt{8x - x^2 - 7}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

20. Площадь выпуклого многоугольника, вершинами которого являются все точки, координаты которых $(x; y)$ совпадают с решениями системы уравнений $\begin{cases} |xy| = 15, \\ |x| + |y| = 8, \end{cases}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

21. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 25 \operatorname{tg}^2 x + 64 \cos^2 x$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

22. Множество всех значений параметра b , при которых

система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x^2 - \frac{b}{4} \end{cases}$ имеет ровно четыре

различных решения, представляет собой промежуток, длина которого

1 меньше 48 **2** равна 48 **3** равна 49 **4** равна 50

5 больше 50

23. Если x — наименьший положительный корень уравнения $128 \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) = \cos(254x)$, то значение выражения π/x равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

24. Найдите сумму всех различных корней уравнения $\sqrt[3]{14-x} = 3 - \sqrt{x-5}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

25. Уравнение $\sin\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{3}{x}\right) = \sqrt{\frac{2}{x}}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

- 1 $x \in [3; 8)$ 2 $x \in [8; 11)$ 3 $x \in [11; 13)$ 4 $x \in [13; 17)$
 5 $x \in [17; 999)$

26. Наибольшее возможное значение выражения $\frac{y}{x}$ при условии, что пара чисел $(x; y)$ — решение системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ xy(x+y) = 30, \end{cases} \text{ равно}$$

1 $\frac{2}{3}$ 2 $\frac{1}{2}$ 3 2 4 $\frac{5}{2}$ 5 $\frac{3}{2}$

27. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p , при которых уравнение $100 \cdot \sin\left(\arcsin \frac{x}{100}\right) = \frac{(x-p)^2}{4}$ имеет единственный корень?

- 1 39 или меньше 2 40 3 41 4 42 5 43 или больше

28. Пусть N — количество корней уравнения

$\sin x + \sin 3x - \sin 5x - \sin 7x = 0$ на промежутке $x \in (0; 2\pi)$.

Укажите остаток от деления N на 5.

1 2 3 4 0

29. Площадь фигуры на плоскости $(x; y)$, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x, \\ x^2 + y^2 \leq 4y, \end{cases}$ равна

$\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$ $2\pi + 4$ $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ $2\pi - 4$ $3\pi - 2$

30. Сумма всех различных корней уравнения

$\sin^2\left(\frac{5\pi}{4} \cos\left(\arccos \frac{x}{45}\right) + \frac{5\pi}{4} \arccos\left(\cos \frac{x}{45}\right)\right) = \frac{1}{4}$ равна

натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

Вариант 2-12

1. Выражение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \cos(x - \pi) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ тождественно равно

$-3 \sin x$ $\sin x$ $-\sin x$ $\cos x$ $-\cos x$

2. Разность наибольшего и наименьшего корней уравнения $x - 7\sqrt{x} + 12 = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

3. Если $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$, то значение выражения $\operatorname{tg} 2x$, представленное в виде несократимой рациональной дроби, содержит в числителе число

12 40 3 24 4

4. Вычислите значение выражения $\frac{72}{\pi} \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 0

5. Все решения неравенства $\sqrt{x+2} \leq x$ образуют множество

- $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$ $[2; +\infty)$

- $[-1; 2]$ $(-\infty; +\infty)$

6. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \frac{1}{2}$.

- 1 2 3 4 5

7. Если Билл проработает 4 дня, а Джек — 5 дней, то будет выполнено 37% работы. Если Билл проработает 5 дней, а Джек — 4 дня, то будет выполнено 45% работы. Какая доля работы будет выполнена, если Билл и Джек проработают совместно 9 дней?

- 88% 90% 79% 82% 80%

8. Укажите значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{5}{7}\right)$.

- $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ $\frac{\sqrt{21}}{2}$ $2\sqrt{6}$ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

9. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2x, \\ y \geq 1 - x, \end{cases}$ равна

- 2π $0,25\pi$ $0,75\pi$ π $0,5\pi$

10. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства $\sin x \leq -\frac{1}{2}$, равна

- 1** $\frac{\pi}{3}$ **2** $\frac{2\pi}{3}$ **3** $\frac{5\pi}{3}$ **4** $\frac{4\pi}{3}$ **5** $\frac{\pi}{6}$

11. Все решения неравенства $\arcsin x < \frac{\pi}{6}$ образуют промежуток, длина которого

- 1** равна $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ **2** равна $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **3** равна $\frac{3}{2}$ **4** равна $\frac{1}{2}$
5 бесконечно велика

12. Множество значений функции $y = 7 \sin^2 x - 6 \sin x$ представляет собой промежуток, длина которого равна

- 1** $14\frac{1}{7}$ **2** $14\frac{2}{7}$ **3** $14\frac{3}{7}$ **4** $14\frac{4}{7}$ **5** $14\frac{5}{7}$

13. Разность наибольшего и наименьшего корней уравнения $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 4$ равна

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

14. Если число \mathcal{X} равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(x) + \sin(15x) + \sin(29x) = 0$, то значение выражения $\pi \cdot \mathcal{X}^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

15. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} (a+2)x - 3y = a+3, \\ 2x + (a-5)y = 2-2a \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений?

- 1** при одном значении $a \in (-\infty; -2]$ **2** при одном $a \in (-2; 2)$
3 при одном $a \in [2; +\infty)$ **4** при двух значениях параметра
5 таких значений не существует

16. Укажите множество значений функции $y = \frac{55}{8 \sin(2x) - 3}$.

- 1 $[-5; 11]$ 2 $(-\infty; 11]$ 3 $(-\infty; -5] \cup [11; +\infty)$ 4 $[-5; +\infty)$
 5 $(-\infty; -11] \cup [5; +\infty)$

17. Если число A равно произведению всех различных корней уравнения $\sqrt{x^2 - 132x + 146} = \sqrt{x^2 - 132x + 123} + 1$, то

- 1 $A \leq 1$ 2 $A \in (1; 2]$ 3 $A \in (2; 3]$ 4 $A \in (3; 4]$ 5 $A > 4$

18. Множество всех решений неравенства

$9(\arcsin x)^2 - 9\pi \cdot \arcsin x - 4\pi^2 \leq 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям

- 1 $L \in [0; 0, 3)$ 2 $L \in [0, 3; 0, 6)$ 3 $L \in [0, 6; 1, 3)$
 4 $L \in [1, 3; 1, 7)$ 5 $L \in [1, 7; 999]$

19. Найдите сумму всех различных целочисленных решений неравенства $5 - x \geq \sqrt{6x - x^2 - 5}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

20. Наибольшая возможная площадь выпуклого многоугольника, координаты всех вершин которого $(x; y)$ совпадают с решениями системы уравнений $\begin{cases} |xy| = 6, \\ |x| + y = 5, \end{cases}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

21. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 9 \operatorname{tg}^2 x + 49 \cos^2 x$ и укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

22. Множество всех значений параметра b , при которых

система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 - \frac{b}{4} \end{cases}$ имеет ровно четыре

различных решения, представляет собой промежуток, длина которого

1 меньше 6 **2** равна 6 **3** равна 7 **4** равна 8 **5** больше 8

23. Если x — наименьший положительный корень уравнения $64 \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) = \cos(254x)$, то значение выражения π/x равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

24. Найдите сумму всех различных корней уравнения

$\sqrt[3]{36 - x} = 10 - \sqrt{x + 64}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

25. Уравнение $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{6}{x}\right) = \sqrt{\frac{4}{x}}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

1 $x \in [6; 8)$ **2** $x \in [8; 11)$ **3** $x \in [11; 13)$ **4** $x \in [13; 17)$

5 $x \in [17; 999)$

26. Наибольшее возможное значение выражения $\frac{y}{x}$ при условии, что пара чисел $(x; y)$ — решение системы уравнений

$\begin{cases} (x^2 + y^2)(x + y) = 65, \\ xy(x + y) = 30, \end{cases}$ равно

1 $\frac{3}{2}$ **2** $\frac{2}{3}$ **3** $\frac{1}{2}$ **4** 2 **5** $\frac{5}{2}$

27. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p , при которых уравнение $196 \cdot \sin\left(\arcsin \frac{x}{196}\right) = \frac{(x-p)^2}{4}$ имеет единственный корень?

- 1 54 или меньше 2 55 3 56 4 57 5 58 или больше

28. Пусть N — количество корней уравнения $\cos x + \cos 3x - \cos 5x - \cos 7x = 0$ на промежутке $x \in (0; 2\pi)$. Укажите остаток от деления N на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

29. Площадь фигуры на плоскости $(x; y)$, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, \\ x^2 + y^2 \geq 2x, \end{cases}$ равна

- 1 $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 4 $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 5 $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

30. Сумма всех различных корней уравнения $\cos^2\left(2\pi \cos\left(\arccos \frac{x}{72}\right) + 2\pi \arccos\left(\cos \frac{x}{72}\right)\right) = \frac{1}{4}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2-21

1. Сколько корней имеет уравнение $|x^2 - 4| = 2 - |x|$?

- 1 один или ни одного 2 два 3 три 4 четыре
 5 пять или больше пяти

2. Числовое значение выражения $2 \sin(30^\circ)$ равно

- 1 2 2 $\sqrt{3}$ 3 $\sqrt{2}$ 4 1 5 0

3. Укажите множество всех решений неравенства

$$\frac{1}{x-7} < \frac{1}{x-3}.$$

1 $(-\infty; 5)$ 2 $(3; 5) \cup (7; +\infty)$ 3 $(3; 7)$

4 $(-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$ 5 $(-\infty; 3) \cup (5; 7)$

4. Если пара чисел x и y — решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x + 9y = 7, \\ 9x + 2y = 4, \end{cases} \text{ то значение выражения } x + y \text{ равно}$$

1 2 3 4 5

5. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right).$$

1 7 2 8 3 9 4 10 5 11

6. Уравнение $x = 2 + \sqrt{x}$ имеет

1 единственный корень $x \in (1; 5)$

2 единственный корень $x \in (6; 12)$

3 ровно два корня

4 единственный корень $x \in [5; 6]$

5 единственный корень $x \in (-\infty; 1] \cup [12; +\infty)$

7. Выражение $\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(x - \pi)$ равно

1 $-2 \cos x$ 2 $2 \cos x$ 3 0 4 $2 \sin x$ 5 $-2 \sin x$

8. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств

$$|x| + |y| \leq 3, \quad x \leq 2, \text{ равна}$$

1 17 2 16 3 8 4 7 5 8,5

9. Значение выражения $\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^2 x$ при условии $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 3$ равно

- 1 7 2 $\frac{28}{3}$ 3 9 4 11 5 $\sqrt{10 \cdot 12}$

10. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y = x^2 - 2004, \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2004? \end{cases}$

- 1 одно 2 два 3 три 4 четыре или больше четырех
 5 решений нет

11. Корень уравнения $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{7}{3} = \operatorname{arctg} x$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

12. Система $\begin{cases} mx + 3y = m - 2, \\ 2mx + my = m + 2 \end{cases}$ не имеет решений при

- 1 одном значении m , расположенном на промежутке $(-\infty; -4]$
 2 одном значении m , расположенном на промежутке $(-4; 4)$
 3 одном значении m , расположенном на промежутке $[4; +\infty)$
 4 ровно двух значениях параметра m
 5 таких значений параметра m не существует

13. Наименьший положительный период функции $y = \cos 4x + \cos 6x$ равен

- 1 $\frac{\pi}{2}$ 2 2π 3 $\frac{\pi}{6}$ 4 $\frac{2\pi}{3}$ 5 π

14. Укажите все корни уравнения $\sqrt{\frac{x+3}{x-2}} - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$.

- 1 $x = -\frac{5}{3}$ 2 $x_1 = -\frac{14}{3}, x_2 = \frac{11}{3}$ 3 $x = \frac{11}{3}$ 4 $x = -1$
 5 $x = -\frac{1}{3}$

15. Найдите наименьшее положительное значение параметра b , при котором уравнение $\frac{40}{9 \sin x + 1} = b$ имеет по крайней мере один корень.

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

16. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства

$$\cos^4 x - \sin^4 x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 2x \geq 0, \text{ равна}$$

- 1** $\frac{\pi}{6}$ **2** $\frac{2\pi}{3}$ **3** $\frac{\pi}{4}$ **4** $\frac{\pi}{3}$ **5** $\frac{\pi}{2}$

17. Укажите значение параметра k , при котором уравнение $||x - 5| - 2| = kx$ имеет ровно три различных корня.

- 1** $\frac{5}{2}$ **2** $\frac{1}{5}$ **3** $\frac{2}{5}$ **4** $\frac{3}{5}$ **5** таких значений не существует

18. Разность наибольшего и наименьшего корней уравнения $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + |x + 3| = 6$ равна

- 1** 6 **2** 8 **3** 2 **4** 18 **5** 12

19. Площадь фигуры на плоскости, образованной всеми точками, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{12 - 4x - x^2} \geq y \geq x + 2$, равна

- 1** $4\pi - 8$ **2** $32 + 8\pi$ **3** $8 + 6\pi$ **4** $32 + 6\pi$ **5** $8\pi - 16$

20. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(16x) + 2 \sin(19x) + \sin(22x) = 0$, то значение выражения $\frac{\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

21. Сколько целых чисел содержится во множестве всех решений неравенства $5 - \frac{12}{x} < \sqrt{\frac{3}{x}}$?

- 1 ни одного или одно 2 два 3 три 4 четыре
 5 пять или больше пяти

22. Пусть N — количество целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 198, \\ \left| \sqrt{50} \cdot x + \frac{y}{\sqrt{2}} \right| = p \end{cases} \text{ имеет ровно четыре различных решения.}$$

Укажите остаток от деления N на 5.

- 1 2 3 4 5 0

23. Наибольшее значение функции $y = 8 \cdot \sin x - 6 \cdot \cos x$ равно

- 1 8 2 10 3 6 4 7 5 14

24. Площадь выпуклого многоугольника, вершинами которого являются все точки, координаты которых $(x; y)$ совпадают с решениями системы уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 3, \\ 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0, \end{cases}$ равна

- 1 6 2 5 3 6,25 4 4 5 $3\sqrt{2}$

25. Если x_1 и x_2 — два решения неравенства

$x^6 - 25x^4 + 144x^2 < 0$, то величина $x_2 - x_1$ может быть равной

- 1 1 2 3 3 5 4 7 5 9

26. Наибольший из всех корней уравнения

$2 \sin^2 x + 5 \cos x + 1 = 0$, лежащий на промежутке $0 \leq x \leq 2\pi$, принадлежит также промежутку

- 1 $[0; \pi)$ 2 $[\pi; \frac{5\pi}{4})$ 3 $[\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2})$ 4 $[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4})$ 5 $[\frac{7\pi}{4}; 2\pi]$

27. Найдите сумму квадратов всех целочисленных решений неравенства $|x^2 - x - 6| \leq x + 2$ и укажите остаток от деления полученного числа на 5.

1 2 3 4 5 0

28. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p , при которых система
$$\begin{cases} y^3 - x^2y = 0, \\ x^2 + y^2 \leq 72, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

1 2 3 4 5 0

29. Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{13-x}{x+4}} \cdot \sqrt{\frac{x-7}{x-1}} \cdot \frac{(x^2-7x-8)(x^2-6x-16)}{x^2-13x+30} \geq 0$ и укажите в ответе остаток от деления полученного числа на 5.

1 2 3 4 5 0

30. Один из корней уравнения
$$\sin \left[2 \arcsin \left(7 \sin \left(\arcsin \frac{x}{140} \right) \right) \right] = \frac{\sqrt{7} \cdot x}{40}$$
 является положительным натуральным числом. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

Вариант 2-22

1. Сколько корней имеет уравнение $|x^2 - 4| = 4 - |x|$?

1 один или ни одного 2 два 3 три 4 четыре

5 пять или больше пяти

2. Числовое значение выражения $2 \sin(45^\circ)$ равно

- 1 2 2 $\sqrt{3}$ 3 $\sqrt{2}$ 4 1 5 0

3. Укажите множество всех решений неравенства

$$\frac{1}{2-x} < \frac{3}{x-3}.$$

- 1 $(-\infty; 2; 25)$ 2 $(2; 2; 25) \cup (3; +\infty)$ 3 $(1; 5; +\infty)$

- 4 $(2; 25; +\infty)$ 5 $(-\infty; 2) \cup (2; 25; 3)$

4. Если пара чисел x и y — решение системы уравнений

$$\begin{cases} 3x + 4y = 13, \\ 4x + 3y = 15, \end{cases} \text{ то значение выражения } x + y \text{ равно}$$

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

5. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right).$$

- 1 7 2 8 3 9 4 10 5 11

6. Уравнение $x = 2 - \sqrt{x}$ имеет

- 1 единственный корень $x \in (1; 5)$

- 2 единственный корень $x \in (6; 12)$

- 3 ровно два корня

- 4 единственный корень $x \in [5; 6]$

- 5 единственный корень $x \in (-\infty; 1] \cup [12; +\infty)$

7. Выражение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin(2\pi - x)$ равно

- 1 $-2 \cos x$ 2 $2 \cos x$ 3 0 4 $2 \sin x$ 5 $-2 \sin x$

8. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств

$$|x| + |y| \leq 3, \quad x \leq 1, \text{ равна}$$

- 1 16 2 14 3 12 4 8 5 5

9. Значение выражения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$ при условии $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ равно

- 1 $\frac{28}{3}$ 2 7 3 9 4 $\sqrt{10 \cdot 12}$ 5 11

10. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y = |x| - 2005, \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2004? \end{cases}$

- 1 одно 2 два 3 три 4 четыре или больше четырех
 5 решений нет

11. Корень уравнения $\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \operatorname{arctg} \frac{4}{3} = \operatorname{arctg} x$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

12. Система $\begin{cases} mx + 6y = 3, \\ 3mx + 2my = m \end{cases}$ не имеет решений при

- 1 одном значении m , расположенном на промежутке $(-\infty; -4]$
 2 одном значении m , расположенном на промежутке $(-4; 4)$
 3 одном значении m , расположенном на промежутке $[4; +\infty)$
 4 ровно двух значениях параметра m
 5 таких значений параметра m не существует

13. Наименьший положительный период функции $y = \cos 12x + \cos 18x$ равен

- 1 2π 2 $\frac{\pi}{4}$ 3 36π 4 $\frac{\pi}{3}$ 5 $\frac{\pi}{36}$

14. Укажите все корни уравнения $\sqrt{\frac{x-1}{3-x}} - 1 = 2\sqrt{\frac{3-x}{x-1}}$.

- 1 $\{2; 2, 6\}$ 2 2, 6 3 2 4 $\{-2; -2, 6\}$ 5 $\{-2; 2, 6\}$

15. Найдите наименьшее положительное значение параметра b , при котором уравнение $\frac{12}{5 \sin x + 1} = b$ имеет по крайней мере один корень.

- 1 2 3 4 5

16. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства

$$\cos^4 x - \sin^4 x \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 2x, \text{ равна}$$

- 1 $\frac{\pi}{6}$ 2 $\frac{\pi}{4}$ 3 $\frac{\pi}{3}$ 4 $\frac{\pi}{2}$ 5 $\frac{2\pi}{3}$

17. Укажите значение параметра k , при котором уравнение $||x - 4| - 2| = kx$ имеет ровно три различных корня.

- 1 $\frac{1}{2}$ 2 $\frac{1}{4}$ 3 2 4 $\frac{3}{4}$ 5 таких значений не существует

18. Разность наибольшего и наименьшего корней уравнения $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + |x + 1| = 2$ равна

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

19. Площадь фигуры на плоскости, образованной всеми точками, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{7 + 6x - x^2} \geq y \geq |x - 5| - 2$, равна

- 1 $32 + 8\pi$ 2 $8 + 6\pi$ 3 $4\pi - 8$ 4 $8\pi - 4$ 5 $4 + 6\pi$

20. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(11x) + 2 \sin(15x) + \sin(19x) = 0$, то значение выражения $\frac{\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

21. Сколько целых чисел содержится во множестве всех решений неравенства $4 - \frac{9}{x} < \sqrt{\frac{3}{x}}$?

- 1 ни одного или одно 2 два 3 три 4 четыре
 5 пять или больше пяти

22. Пусть N — количество целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 672, \\ \left| \sqrt{75} \cdot x + \frac{y}{\sqrt{3}} \right| = p \end{cases} \text{ имеет ровно четыре различных решения.}$$

Укажите остаток от деления N на 5.

- 1 2 3 4 5 0

23. Наибольшее значение функции $y = 12 \cdot \sin x + 5 \cdot \cos x$ равно

- 1 13 2 12 3 5 4 17 5 8,5

24. Площадь выпуклого многоугольника, вершинами которого являются все точки, координаты которых $(x; y)$ совпадают с решениями системы уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 5, \\ 4x^2 - 17xy + 4y^2 = 0, \end{cases}$ равна

- 1 32 2 24 3 48 4 30 5 $32\sqrt{2}$

25. Если x_1 и x_2 — два решения неравенства $x^6 - 20x^4 + 64x^2 < 0$, то величина $x_2 - x_1$ может быть равной

- 1 2 2 3 3 4 4 6 5 8

26. Наибольший из всех корней уравнения $2 \cos^2 x + 7 \sin x + 2 = 0$, лежащий на промежутке $0 \leq x \leq 2\pi$, принадлежит также промежутку

- 1 $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$ 2 $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ 3 $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ 4 $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right)$ 5 $\left[\frac{7\pi}{4}; 2\pi\right]$

27. Найдите сумму квадратов всех целочисленных решений неравенства $|x^2 - 3x - 4| \leq x + 1$ и укажите остаток от деления полученного числа на 5.

1 2 3 4 5 0

28. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p , при которых система
$$\begin{cases} y^3 - x^2y = 0, \\ x^2 + y^2 \leq 98, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

1 2 3 4 5 0

29. Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства
$$\sqrt{\frac{15-x}{x+7}} \cdot \sqrt{\frac{x-8}{x-4}} \cdot \frac{(x^2-13x+22)(x^2-7x-44)}{x^2-18x+65} \geq 0$$
 и укажите в ответе остаток от деления полученного числа на 5.

1 2 3 4 5 0

30. Один из корней уравнения
$$\sin \left[2 \arcsin \left(4 \sin \left(\arcsin \frac{x}{120} \right) \right) \right] = \frac{\sqrt{19} \cdot x}{150}$$
 является положительным натуральным числом. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

Вариант 2-31

1. Решите неравенство $-5x > 3$.

1 $x \in (-\infty; -\frac{5}{3})$ 2 $x \in (-\frac{3}{5}; +\infty)$ 3 $x \in (-\infty; -\frac{3}{5})$

4 $x \in (-\frac{5}{3}; +\infty)$ 5 $x \in (-5; -3)$

2. Значение выражения $2 \sin(135^\circ)$ равно

- 1 $-\sqrt{3}$ 2 $-\sqrt{2}$ 3 $-\sqrt{1}$ 4 $\sqrt{1}$ 5 $\sqrt{2}$

3. Сколько корней имеет уравнение $|x| = 2006x^2$?

- 1 три 2 один 3 ни одного 4 два 5 бесконечно много

4. Если $\sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, то $\sin 2x$ равен

- 1 $-0,25$ 2 $0,25$ 3 $-0,75$ 4 $0,75$ 5 $0,5$

5. Корень уравнения $(\sqrt{x} + 2) \cdot (\sqrt{x} - 2) = 17$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Если x_3 — третий по величине положительный корень уравнения $\cos^2\left(\frac{\pi x}{12}\right) = 0,75$, то

- 1 $x_3 \in (0; 10,1)$ 2 $x_3 \in [10,1; 12,2)$ 3 $x_3 \in [12,2; 14,3)$

- 4 $x_3 \in [14,3; 16,4)$ 5 $x_3 \in [16,4; 999)$

7. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 2 - |x + 2|$, равна

- 1 4 2 8 3 2π 4 16 5 4π

8. Наибольшее значение функции $y = 5 \sin(3x + 2) - 3$ равно

- 1 8 2 2 3 7 4 12 5 5

9. Один из корней уравнения $x - 5 = \sqrt{x + 7}$ равен натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Укажите значение выражения

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

- $\frac{2\pi}{3}$ π 0 $\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{2}$

11. Укажите множество всех решений неравенства

$$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{x-1}.$$

- $(-1; 1)$ $(-\infty; -1)$ пустое множество $(-\infty; +\infty)$
 $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

12. Если
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x - 3} - |3y - 1| = 0, \\ \pi\sqrt{9y^2 - 6y + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 3} = 0, \end{cases}$$
 то

- $\frac{x}{y} \in (-999; 1, 1)$ $\frac{x}{y} \in [1, 1; 2, 2)$ $\frac{x}{y} \in [2, 2; 3, 3)$
 $\frac{x}{y} \in [3, 3; 4, 4)$ $\frac{x}{y} \in [4, 4; 999)$

13. Сколько целых чисел содержится в области определения функции $y = \sqrt{-x^2 + 7x - 12}$?

- два одно или ни одного три пять или больше пяти
 четыре

14. Значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)$ равно

- $\sqrt{8}$ $\frac{3}{\sqrt{5}}$ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ $\frac{1}{\sqrt{8}}$ не существует

15. При каких значениях параметра p система уравнений

$$\begin{cases} 3x + py = 7, \\ px + 27y = 21 \end{cases}$$
 не имеет решений?

- $p = 9$ $p = -9$ $p \in \{9; -9\}$

4 таких значений параметра не существует

5 $p \in (-\infty; -9) \cup (-9; 9) \cup (9; +\infty)$

16. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = |x| + 2? \end{cases}$

1 одно **2** два **3** три **4** четыре **5** решений нет

17. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $x - 4\sqrt{x} + 3 \leq 0$?

1 шесть или меньше шести **2** семь **3** восемь **4** девять

5 десять или больше десяти

18. Множество значений функции $f(x) = \frac{3}{2 - \sin x}$ представляет собой промежуток, длина которого равна

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 1,5 **5** 0,5

19. Система уравнений $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение при

1 $a = \pm\sqrt{48}$ **2** $a = \pm\sqrt{32}$ **3** $a = \pm 4$ **4** $a = \pm\sqrt{24}$ **5** $a = \pm 8$

20. Множество всех решений неравенства $\arcsin(x) \geq -\frac{\pi}{6}$ образует промежуток, длина которого равна

1 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ **2** $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **3** 0,5 **4** 1,5 **5** $\sqrt{3}$

21. Если x — наименьший положительный корень уравнения $128 \cdot \cos(x) \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) = \cos(255x)$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

22. Если число A равно произведению всех различных корней уравнения $\sqrt{x^2 - 317x + 44} = \sqrt{x^2 - 317x + 33} + 1$, то

1 $A \in (0; 7)$ 2 $A \in [7; 9)$ 3 $A \in [9; 11)$ 4 $A \in [11; 13)$

5 $A \in [13; 999)$

23. Если число X равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(27x) + \sin(37x) = \sqrt{2} \cdot \sin(64x) \cdot \cos(5x)$, то

значение выражения $\frac{\pi}{X}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

24. Сумма всех различных корней уравнения

$\sqrt{49 + x} - \sqrt[3]{x} = 7$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

25. Число M , равное наибольшему значению функции $f(x) = 4 \sin 2x + 6 \cos^2 x$, удовлетворяет условиям

1 $M \in (-99; 4]$ 2 $M \in (4; 5]$ 3 $M \in (5; 6]$ 4 $M \in (6; 7]$

5 $M \in (7; 99)$

26. Пусть число N равно количеству различных целочисленных значений параметра p , при которых ни одно решение неравенства $|x - 3p + 4| \geq 17$ не является решением неравенства $|x - 4p + 6| \leq 8$. Найдите остаток от деления N на 5.

1 2 3 4 5 0

27. Сумма всех целочисленных решений неравенства

$\sqrt{\frac{x+2}{12-x}} \cdot \frac{(x^2-12x+27) \cdot (x^2-15x+54)}{(x^2-11x+10)} \cdot \sqrt{\frac{x-8}{x-5}} \geq 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

28. Наибольшая длина промежутка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства

$\sqrt{16 \sin^2\left(\frac{\pi x}{12}\right) + 5} \leq 4 \cos^2\left(\frac{\pi x}{12}\right)$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

29. Если число N равно количеству различных корней уравнения $\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{(x-49)^2}{64}$, то остаток от деления N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

30. Если P — наименьшее положительное значение параметра p , при котором система $\begin{cases} ||y| - 5| = \sqrt{32 - (|x| - 6)^2}, \\ y = x - p \end{cases}$ имеет ровно пять различных решений, то

1 $P \in (0; 3]$ **2** $P \in (3; 3,5]$ **3** $P \in (3,5; 4]$ **4** $P \in (4; 4,5]$
5 $P \in (4,5; 999)$

Вариант 2-32

1. Решите неравенство $-2x > 3$.

1 $x \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ **2** $x \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ **3** $x \in (-3; -2)$
4 $x \in \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ **5** $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$

2. Значение выражения $2 \sin(240^\circ)$ равно

- 1** $-\sqrt{3}$ **2** $-\sqrt{2}$ **3** $-\sqrt{1}$ **4** $\sqrt{1}$ **5** $\sqrt{2}$

3. Сколько корней имеет уравнение $|x| = x^2 - 2006$?

- 1** один **2** два **3** три **4** ни одного **5** бесконечно много

4. Если $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$, то $\sin 2x$ равен

- 1** $-0,25$ **2** $0,25$ **3** $-0,75$ **4** $0,75$ **5** $0,5$

5. Корень уравнения $(\sqrt{x} + 3) \cdot (\sqrt{x} - 3) = 23$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

6. Если x_2 — второй по величине положительный корень уравнения $\sin^2\left(\frac{\pi x}{12}\right) = 0,75$, то

- 1** $x_2 \in (0; 8, 1)$ **2** $x_2 \in [8, 1; 9, 2)$ **3** $x_2 \in [9, 2; 10, 3)$

- 4** $x_2 \in [10, 3; 11, 4)$ **5** $x_2 \in [11, 4; 999)$

7. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 5 - |x - 5|$, равна

- 1** $12,5$ **2** 50 **3** 25π **4** 25 **5** $12,5\pi$

8. Наибольшее значение функции $y = 4 \sin(2x - 3) - 1$ равно

- 1** 1 **2** 8 **3** 3 **4** 4 **5** 5

9. Один из корней уравнения $x - 7 = \sqrt{x + 5}$ равен натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

10. Укажите значение выражения

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\left(\frac{1}{2}\right).$$

- 1** 0 **2** $\frac{5\pi}{6}$ **3** $\frac{2\pi}{3}$ **4** $\frac{7\pi}{6}$ **5** π

11. Укажите множество всех решений неравенства $\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1}$.

- 1** (0; 1) **2** $(-\infty; 0)$ **3** пустое множество

- 4** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ **5** $(-\infty; +\infty)$

12. Если $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 3x + 2} - |y + 2| = 0, \\ \sqrt{y^2 + 4y + 4} + \pi\sqrt{x^2 - x - 2} = 0, \end{cases}$ то

- 1** $\frac{y}{x} \in (-999; 1, 1)$ **2** $\frac{y}{x} \in [1, 1; 2, 2)$ **3** $\frac{y}{x} \in [2, 2; 3, 3)$

- 4** $\frac{y}{x} \in [3, 3; 4, 4)$ **5** $\frac{y}{x} \in [4, 4; 999)$

13. Сколько целых чисел содержится в области определения функции $y = \sqrt{-x^2 - 10x - 24}$?

- 1** два **2** три **3** четыре **4** одно или ни одного

- 5** пять или больше пяти

14. Значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ равно

- 1** $\sqrt{8}$ **2** $\frac{2}{3}$ **3** $\frac{3}{2}$ **4** $\frac{1}{\sqrt{8}}$ **5** не существует

15. При каких значениях параметра p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + py = 5, \\ px + 8y = 10 \end{cases} \text{ не имеет решений?}$$

- 1** $p = -4$ **2** $p = 4$ **3** $p \in \{4; -4\}$

4 таких значений параметра не существует

5 $p \in (-\infty; -4) \cup (-4; 4) \cup (4; +\infty)$

16. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = |x - 1| \end{cases}$?

1 одно **2** два **3** три **4** четыре **5** решений нет

17. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $x - 5\sqrt{x} + 6 \leq 0$?

1 шесть или меньше шести **2** семь **3** восемь **4** девять

5 десять или больше десяти

18. Множество значений функции $f(x) = \frac{18}{5 - 4 \sin x}$ представляет собой промежуток, длина которого равна

1 12 **2** 3 **3** 9 **4** 18 **5** 16

19. Система уравнений $\begin{cases} x + y = 3, \\ xy = a \end{cases}$ имеет единственное решение при

1 $a = 1$ **2** $a = 1, 25$ **3** $a = 2, 25$ **4** $a = 2, 5$ **5** $a = 5$

20. Множество всех решений неравенства $\arcsin(x) \leq \frac{\pi}{6}$ образует промежуток, длина которого равна

1 1,5 **2** 0,5 **3** $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ **4** $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **5** $\sqrt{3}$

21. Если x — наименьший положительный корень уравнения $256 \cdot \cos(x) \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) + \cos(257x) = 0$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

22. Если число A равно произведению всех различных корней уравнения $\sqrt{x^2 - 176x + 32} = \sqrt{x^2 - 176x + 23} + 1$, то

1 $A \in (0; 9)$ **2** $A \in [9; 11)$ **3** $A \in [11; 13)$ **4** $A \in [13; 15)$

5 $A \in [15; 999)$

23. Если число X равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(41x) + \sin(35x) = \sqrt{2} \cdot \sin(76x) \cdot \cos(3x)$, то

значение выражения $\frac{\pi}{X}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

24. Сумма всех различных корней уравнения

$\sqrt{81 + x} - \sqrt[3]{x} = 9$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

25. Число M , равное наибольшему значению функции $f(x) = \sin 2x + 2 \cos^2 x$, удовлетворяет условиям

1 $M \in (-99; 2, 4]$ **2** $M \in (2, 4; 2, 5]$ **3** $M \in (2, 5; 2, 6]$

4 $M \in (2, 6; 2, 7]$ **5** $M \in (2, 7; 99)$

26. Пусть число N равно количеству различных

целочисленных значений параметра p , при которых ни одно решение неравенства $|x - 3p + 7| \geq 16$ не является решением неравенства $|x - 4p + 3| \leq 6$. Найдите остаток от деления N на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

27. Сумма всех целочисленных решений неравенства

$\sqrt{\frac{x+2}{11-x}} \cdot \frac{(x^2-10x+16) \cdot (x^2-13x+40)}{(x^2-10x+9)} \cdot \sqrt{\frac{x-6}{x-3}} \geq 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

28. Наибольшая длина промежутка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства

$\sqrt{16 \sin^4\left(\frac{\pi x}{12}\right) + 11} \geq 4 \cos\left(\frac{\pi x}{12}\right)$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

29. Если число N равно количеству различных корней уравнения $\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{(x-48)^2}{81}$, то остаток от деления N на 5 равен

1 2 3 4 5 0

30. Если P — наименьшее положительное значение параметра p , при котором система $\begin{cases} ||y| - 6| = \sqrt{50 - (|x| - 8)^2}, \\ y = x - p \end{cases}$ имеет ровно пять различных решений, то

1 $P \in (0; 3]$ 2 $P \in (3; 4]$ 3 $P \in (4; 4, 5]$ 4 $P \in (4, 5; 5]$

5 $P \in (5; 999)$

ОТВЕТЫ

Тематические тесты, v1

Тема 25, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
10. 11.

Тема 26, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10. 11.

Тема 27, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
10. 11. 12.

Тема 28, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Тема 29, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6.

Тема 30, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

Тема 31, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
10.

Тема 32, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
10. 11.

Тема 33, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10.

Тема 34, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
 10. 11.

Тема 35, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
 10.

Тема 36, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
 10. 11. 12.

Тема 37, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

Тема 38, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
 10.

Тема 39, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
 10.

Тема 40, в. 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
 10.

Тема 41, в. 1.

1. 2. 3. 4.

Тема 42, в. 1.

1. \blacklozenge Решение — совокупность всех различных корней уравнений $x^2 - 2x - p = 0$ и $x^2 + 2x - 2 - p = 0$, дискриминанты которых $D_1 = 4 + 4p$, $D_2 = 12 + 4p$. 2. \blacklozenge Данное уравнение примет вид $x^4 - 2px^2 + x + p^2 - p = 0$ после введения параметра $p = \sqrt{3}$. Решая последнее уравнение как квадратное относительно параметра, получим совокупность двух квадратных уравнений с параметром $x^2 + x = p$, $x^2 - x + 1 = p$. 3. \blacklozenge Уравнение эквивалентно $p^2 - p(2x^2 + 1) + x^4 - x = 0$, с дополнительными условиями $x \geq 0$, $x^2 \leq p$. Решая как квадратное относительно параметра, получим

совокупность $p = x^2 + x + 1$ (корней нет); $p = x^2 - x$, при $p = 0$ единственный корень $x = 0$, а при $p > 0$ корень $x = (1 + \sqrt{1 + 4p})/2$.

4. ♦ Эквивалентно неравенству $(x^2 + px + 1)(x^2 + px - 1) \leq 0$.

5. ♦ $p \in (-\infty; -0,25) \Rightarrow x = a/2$; $p = -0,25 \Rightarrow x \in \{-1/8; 1/2\}$;
 $p \in (-0,25; +\infty) \cap p \neq 0 \cap p \neq 6 \Rightarrow x = (1 \pm \sqrt{1 + 4p})/2$; $x = p/2$;
 $p = 0 \Rightarrow x \in \{0; 1\}$; $p = 6 \Rightarrow x \in \{-2; 3\}$. 6. 4

Тема 43, в. 1.

1. 2 2. 2 3. 1 4. 3 5. 2 6. 2 7. 4 8. 5 9. 2

10. 5

Тема 44, в. 1.

1. 4 2. 3 3. 4 4. 4 5. 4 6. 5 7. 4 8. 5 9. 3

10. 4

Тема 45, в. 1.

1. 4 2. 4 3. 5 4. 3 5. 5 6. 2 7. 5 8. 3 9. 5

10. 4

Тема 46, в. 1.

1. 1 2. 2 3. 5 4. 3 5. 1 6. 1 7. 3

Тема 47, в. 1.

1. 5 2. 2 3. 3 4. 1 5. 5 6. 2 7. 4

Контрольные работы

Вариант 2-11

1. 5 2. 1 3. 3 4. 4 5. 3 6. 4 7. 5 8. 4 9. 3 10.
5 11. 2 12. 4 13. 2 14. 5 15. 1 16. 2 17. 3 18. 1 19. 2
 20. 2 21. 5 22. 3 23. 4 24. 1 25. 1 26. 5 27. 3 28. 1 29.
4 30. 1

Вариант 2-12

1. 3 2. 2 3. 4 4. 3 5. 3 6. 2 7. 4 8. 1 9. 5 10.
2 11. 3 12. 2 13. 4 14. 1 15. 2 16. 3 17. 2 18. 5 19. 1
 20. 2 21. 3 22. 5 23. 2 24. 4 25. 4 26. 1 27. 4 28. 2 29.
5 30. 3

Вариант 2-21

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19.
 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29.
 30.

Вариант 2-22

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19.
 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29.
 30.

Вариант 2-31

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19.
 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29.
 30.

Вариант 2-32

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.
 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19.
 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29.
 30.