Государственный университет –
Высшая школа экономики

А.А.Быков

Тематические тесты по математике

Для учащихся 11-х классов

Часть 3

Москва 2009

Оглавление

Предисловие 4

Тематические тесты, модуль 3

Тема 48. Вычисление производной 5
Тема 49. Построение и применение касательных 9
Тема 50. Точки экстремума функции 14
Тема 51. Применение производной 16
Тема 52. Сложная функция 20
Тема 53. Обратная функция 24
Тема 54. Множество значений сложной функции 29
Тема 55. Площадь многоугольника на плоскости 33
Тема 56. Площадь круга на координатной плоскости 35
Тема 57. Вычисление площади с помощью интеграла 37
Тема 58. Задачи экономического содержания 38
Тема 59. Оптимизация экономических процессов, 1 42
Тема 60. Оптимизация экономических процессов, 2 45
Тема 61. Прямоугольный и равнобедренный треугольники 49
Тема 62. Биссектриса треугольника 51
Тема 63. Медиана и высота треугольника 54
Тема 64. Площадь треугольника 56
Тема 65. Теоремы синусов и косинусов 59
Тема 66. Окружности 61
Тема 67. Многоугольники 65
Тема 68. Стереометрия 69

Контрольные работы

Вариант 3-11 73
Вариант 3-12 78
Вариант 3-21 84
Вариант 3-22 89
Вариант 3-31 95
Вариант 3-32 100
Вариант 4-11 105
Вариант 4-12 111
Вариант 4-21 117
Вариант 4-22 122
Вариант 4-31 128
Вариант 4-32 134
Ответы 140
Ответы-v2 144

пустая страница

Предисловие

Книга предназначена для школьников 11-го класса, готовящихся к ЕГЭ по математике. Программа подготовки к ЕГЭ разделена на четыре модуля, каждый из которых завершается тематической контрольной работой. Основные темы учебных модулей: **(1)** алгебраические уравнения и неравенства, текстовые задачи, **(2)** тригонометрия, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, **(3)** задачи с параметром, применение производной и интеграла, **(4)** специфические задачи ЕГЭ.

Третья часть пособия соответствует третьему модулю. Планиметрия и стереометрия изучаются параллельно курсу алгебры. Основным обучающим элементом по каждой теме является мини-тест, включающий 5—12 задач, в том числе 4—7 простых, 3—5 средней сложности и 1—2 сложные задачи. Уровень сложности мини-теста подобран так, что хорошо подготовленный слушатель успевает решить 8—12 задач, в среднем решается 6—8 задач. В пособии приводятся два варианта каждого мини-теста. Один из них предназначен для разбора в аудитории, второй — для контроля степени усвоения материала. Как правило, для каждой задачи дается пять вариантов ответа, один из которых верный. Это позволяет преподавателю проверить результаты сразу же по окончании работы и немедленно выставить оценку. Учебное занятие начинается с проверки домашнего задания, за которое также немедленно выставляется оценка каждому слушателю. Такая форма работы, принятая на факультете довузовской подготовки ГУ ВШЭ по всем предметам, позволяет преподавателю планировать учебный процесс, а слушателю правильно распределить свое время. В некоторых задачах мини-тестов, имеющих чисто учебный характер, число ответов может быть меньше пяти.

Название отражает основную тему мини-теста, который может содержать также задачи по смежным темам.

Автор благодарен всем преподавателям факультета довузовской подготовки Государственного университета — Высшей школы экономики за ценные замечания.

Тематические тесты, модуль 3

Тема 48. Вычисление производной

Вариант 1

1. Производная функции $y = x^3$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}\ \dfrac{x^4}{4}$ $\boxed{\mathbf{2}}\ x^2$ $\boxed{\mathbf{3}}\ 3x^2$ $\boxed{\mathbf{4}}\ 3x$ $\boxed{\mathbf{5}}\ \dfrac{x^2}{3}$

2. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 7$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Укажите функцию, производная которой в точке $x = 2$ равна 12.

$\boxed{\mathbf{1}}\ y = x^2$ $\boxed{\mathbf{2}}\ y = x^6$ $\boxed{\mathbf{3}}\ y = 4x$ $\boxed{\mathbf{4}}\ y = x^4$ $\boxed{\mathbf{5}}\ y = x^3$

4. Производная функции $f(x) = x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^5}{5}$ в точке $x = 2$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Производная функции $f(x) = 4\Big(x - x^3 + x^9 - x^{27} + \cdots + x^{\left(3^8\right)} - x^{\left(3^9\right)} + x^{\left(3^{10}\right)}\Big)$ в точке $x = 1$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Укажите значение координаты x, при котором производная функции $y = x^2 - 6x + 5$ равна нулю.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

7. Производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 11$ равна нулю в точках

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \{1;\ 3\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{1;\ 5\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{3;\ 5\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{1\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \{3\}$

8. Все значения x, при которых производная функции $y = \left|x^2 - 6|x| + 5\right|$ равна -2, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \{-4;\ 2\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{-2;\ 4\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{-4;\ -2;\ 2;\ 4\}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{-2;\ 2\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \{-4;\ 4\}$

9. Укажите все значения переменной x, при которых производная функции $y = \dfrac{16}{x}$ равна -4.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\{2\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\{-4;\ 4\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\{-1;\ 1\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\{4\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\{-2;\ 2\}$

10. Найдите наименьшее натуральное значение переменной x, для которого производная функции $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ меньше 0,01, и укажите в ответе остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

11. Производная функции $f(x) = 1\,234\,567 \sin(2\,345\,678x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

12. Производная функции $f(x) = \sin x + \sin 7x + \sin 13x + {} + \sin 19x + \dots + \sin 43x + \sin 49x$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

13. Укажите множество всех корней уравнения $f'(x) = 0$, если $f(x) = 4x + \dfrac{8}{x}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \{0;\ 2\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{-\sqrt{2};\ \sqrt{2}\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{\sqrt{2}\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{\sqrt{2};\ 2\}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \{-2;\ 2\}$

14. При каких значениях x функция $f(x) = \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}$ недифференцируема?

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\{1\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\{0\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\{-1;\ 1\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\{-1;\ 0;\ 1\}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ таких x не существует

Вариант 2

1. Производная функции $y = x^5$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{x^6}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $5x^4$ $\boxed{\mathbf{3}}$ x^4 $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{x^5}{5}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $6x^6$

2. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 9$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Укажите функцию, производная которой в точке $x = 2$ равна 32.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = x^2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = x^6$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = x + 32$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y = x^4$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $y = 2x^3$

4. Производная функции $f(x) = x + \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{10}$ в точке $x = 2$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Производная функции

$f(x) = 6\Big(x - x^5 + x^{25} - x^{125} + \dots + x^{\left(5^8\right)} - x^{\left(5^9\right)} + x^{\left(5^{10}\right)}\Big)$ в точке $x = 1$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Укажите значение координаты x, при котором производная функции $y = x^2 - 5x + 6$ равна нулю.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $1,5$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ $2,5$

7. Производная функции $y = 2x^3 - 21x^2 + 60x - 17$ равна нулю в точках

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \{1;\ 3\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{3;\ 5\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{2;\ 5\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{1;\ 4\}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \{2;\ 3\}$

8. Все значения x, при которых производная функции $y = \left|x^2 - 6|x| + 5\right|$ равна 2, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \{-4;\ 2\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{-2;\ 4\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{-4;\ -2;\ 2;\ 4\}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{-2;\ 2\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \{-4;\ 4\}$

9. Укажите все значения переменной x, при которых производная функции $y = \dfrac{144}{x}$ равна -9.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\{4\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\{-4;\ 4\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\{-3;\ 3\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\{16\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\{-16;\ 16\}$

10. Найдите наименьшее натуральное значение переменной x, для которого производная функции $y = \dfrac{5x - 19}{x - 3}$ меньше 0,01, и укажите в ответе остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

11. Производная функции $f(x) = 82\,532\,946 \sin(764\,297x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

12. Производная функции
$f(x) = \sin x + \sin 5x + \sin 9x + \sin 13x + \dots + \sin 49x + \sin 53x$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

13. Укажите множество всех корней уравнения $f'(x) = 0$, если $f(x) = 3x - \dfrac{9}{x}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ корней нет $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{\sqrt{3}\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{1;\ \sqrt{3}\}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \{\sqrt{3};\ 3\}$

14. При каких значениях x функция $f(x) = \left|x^2 - 5x + 6\right|$ недифференцируема?

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\{2\}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\{2;\ 3\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\{3\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\{1;\ 5\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ таких x не существует

Тема 49. Построение и применение касательных

Вариант 1

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 4x + 5$, если эта касательная проходит через точку $(0;\ 4)$ и абсцисса точки касания положительна.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = 2x + 4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = -4x + 4$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = -2x + 4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y = 6x + 4$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $y = -6x + 4$

2. Касательная к параболе $y = \dfrac{x^2}{2}$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 18$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к параболе $y = 4x^2$, проведенной через точку этой параболы с абсциссой $x = 3$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Площадь треугольника, образованного отрезком оси абсцисс и отрезками касательных к графику функции $y = x^2 - 8x + 7$, проведенными в точках графика с абсциссами $x = 1$ и $x = 7$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Касательная, проведенная к графику функции $y = x^8$ в точке с абсциссой $x = 144$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Касательная, проведенная к графику функции $y = x^8$ в точке с абсциссой $x = 144$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна целому числу, остаток от деления модуля которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями координаты x, для которых касательная к графику функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 11$, проведенная в точке $(x;\ y(x))$, горизонтальна.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

8. Первая прямая касается графика функции $y = \dfrac{11}{x-7}$ в точке с абсциссой $x_1 = 1$. Другая прямая, параллельная первой, касается графика указанной функции в точке, абсцисса которой x_2 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

9. Наибольшая возможная величина площади треугольника, образованного отрезками координатных осей и отрезком касательной к графику функции $y = \dfrac{3}{x}$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

10. Прямая, касающаяся графика функции $y = 2\cos x$ в точке с абсциссой $x = 3\pi$, пересекает ось ординат в точке $(0;\ Y)$, причем

1 $Y \in (-999;\ -1{,}5)$ **2** $Y \in [-1{,}5;\ 0{,}5)$ **3** $Y \in [0{,}5;\ 2{,}5)$

4 $Y \in [2{,}5;\ 4{,}5)$ **5** $Y \in [4{,}5;\ 999)$

11. Площадь конечной фигуры, образованной отрезками всех касательных к окружности единичного радиуса, которые пересекают ось y под углом $\pm 30^\circ$, равна

1 4 **2** $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ **3** $4\sqrt{3}$ **4** $4\sqrt{6}$ **5** 8

Вариант 2

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^2 + 3x + 5$, если эта касательная проходит через точку $(0;\ 1)$ и абсцисса точки касания отрицательна.

1 $y = 2x + 1$ **2** $y = -x + 1$ **3** $y = x + 1$ **4** $y = -2x + 1$

5 $y = -7x + 1$

2. Касательная к параболе $y = \dfrac{x^2}{3}$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 24$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к параболе $y = 2x^2$, проведенной через точку этой параболы с абсциссой $x = 6$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Площадь треугольника, образованного отрезком оси абсцисс и отрезками касательных к графику функции $y = x^2 - 10x + 21$, проведенными в точках графика с абсциссами $x = 3$ и $x = 7$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Касательная, проведенная к графику функции $y = x^3$ в точке с абсциссой $x = 36$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Касательная, проведенная к графику функции $y = x^3$ в точке с абсциссой $x = 36$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна целому числу, остаток от деления модуля которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями координаты x, для которых касательная к графику функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$, проведенная в точке $(x;\ y(x))$, горизонтальна.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

8. Первая прямая касается графика функции $y = \dfrac{6}{x-7}$ в точке с абсциссой $x_1 = 4$. Другая прямая, параллельная первой, касается графика указанной функции в точке, абсцисса которой x_2 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

9. Наибольшая возможная величина площади треугольника, образованного отрезками координатных осей и отрезком касательной к графику функции $y = \dfrac{4}{x}$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Прямая, касающаяся графика функции $y = 3\sin x$ в точке с абсциссой $x = \dfrac{3\pi}{2}$, пересекает ось ординат в точке $(0;\ Y)$, причем

$\boxed{\mathbf{1}}$ $Y \in (-999;\ -1{,}5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $Y \in [-1{,}5;\ 0{,}5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $Y \in [0{,}5;\ 2{,}5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $Y \in [2{,}5;\ 4{,}5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $Y \in [4{,}5;\ 999)$

11. Площадь конечной фигуры, образованной отрезками всех касательных к окружности единичного радиуса, которые пересекают ось y под углом $\pm 15^\circ$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 4 $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $4\sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $4\sqrt{6}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 8

Тема 50. Точки экстремума функции
Вариант 1

1. Функция $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 11$ убывает на промежутке

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in [-1;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [1;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [3;\ 5]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [0;\ 2]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [2;\ 4]$

2. Укажите промежуток, на котором функция $y = \dfrac{7x - 19}{3x - 14}$ не является монотонной.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(0;\ 1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(1;\ 2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(2;\ 3)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(3;\ 4)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(4;\ 5)$

3. Найдите сумму всех возможных значений параметра t, при которых длина промежутка, на котором функция
$y = 2x^3 - 3(t^2 + 6t + 5)x^2 + 36t(t^2 + 5)x + 4(t^2 - 5t + 6)$
является убывающей, равна 4.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 $\boxed{\mathbf{2}}$ 8 $\boxed{\mathbf{3}}$ 6 $\boxed{\mathbf{4}}$ 5 $\boxed{\mathbf{5}}$ 9

4. Укажите первую цифру после запятой в десятичном представлении абсциссы x точки, в которой функция
$y = x^3 - x^4$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0;\ +\infty)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 6 $\boxed{\mathbf{2}}$ 5 $\boxed{\mathbf{3}}$ 7 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 8

5. Точка максимума функции $y = x^3 \cdot (14 - x)^4$ на промежутке $x \in [0;\ 14]$ делит этот промежуток, считая от левого конца, в отношении

$\boxed{\mathbf{1}}$ $9 : 16$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $16 : 9$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $3 : 4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $3 : 7$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $4 : 3$

6. Найдите наибольшее значение функции
$y = \sqrt{x} + \sqrt{48 - 3x}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Наименьшее значение функции $y = x^3 + \dfrac{48}{x}$ на промежутке $x \in (0;\ +\infty)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Если наибольшее значение функции $y = x + \dfrac{1}{x}$ на промежутке $x \in (-\infty;\ a]$ равно $-2,5$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $a = -0,5$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $a = -2,5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $a = -1$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $a = -0,4$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $a = -2$

Вариант 2

1. Функция $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$ убывает на промежутке

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in [3;\ 5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [4;\ 6]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [1;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [0;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [2;\ 4]$

2. Укажите промежуток, на котором функция $y = \dfrac{3x - 7}{7x - 23}$ не является монотонной.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(0;\ 1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(1;\ 2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(2;\ 3)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(3;\ 4)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(4;\ 5)$

3. Найдите сумму всех возможных значений параметра t, при которых длина промежутка, на котором функция $y = 2x^3 - 3(t^2 + 5t + 4)x^2 + 30t(t^2 + 4)x + 5(t^2 + 5t + 6)$ является убывающей, равна 2.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 10 $\boxed{\mathbf{2}}$ 6 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 7,5 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2,5

4. Укажите первую цифру после запятой в десятичном представлении абсциссы x точки, в которой функция $y = x^4 - x^5$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0;\ +\infty)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 6 $\boxed{\mathbf{2}}$ 0 $\boxed{\mathbf{3}}$ 7 $\boxed{\mathbf{4}}$ 2 $\boxed{\mathbf{5}}$ 8

5. Точка максимума функции $y = x^{16} \cdot (14 - x)^9$ на промежутке $x \in [0;\ 14]$ делит этот промежуток, считая от левого конца, в отношении

$\boxed{\mathbf{1}}$ 4 : 3 $\boxed{\mathbf{2}}$ 9 : 16 $\boxed{\mathbf{3}}$ 16 : 25 $\boxed{\mathbf{4}}$ 3 : 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 16 : 9

6. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \sqrt{24 - 2x^2}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Наименьшее значение функции $y = x^3 + \dfrac{48}{x^2}$ на промежутке $x \in (0;\ +\infty)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Если наименьшее значение функции $y = x + \dfrac{1}{x}$ на промежутке $x \in [a;\ +\infty)$ равно $4,25$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $a = 2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $a = 2,5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $a = 4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $a = 0,25$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $a = 0,5$

Тема 51. Применение производной

Вариант 1

1. Если значение параметра p таково, что $p > 0$, и уравнение $56x^4 = 4x^7 + p$ имеет ровно два различных корня, то p — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Если значение параметра $p > 0$ таково, что уравнение $\cos x = px$ имеет ровно четыре различных корня и x — наибольший корень, то значение выражения $x + \operatorname{ctg} x$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Наибольшая возможная площадь треугольника, образованного отрезками координатных осей и отрезком касательной к графику функции $y = (x - 6)^2$, определенной на отрезке $x \in [0;\ 6]$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Число 72 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых таким образом, чтобы их произведение П имело наибольшее возможное значение. Укажите в ответе остаток от деления на 5 указанного значения П.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Точка движется по прямой по закону $x(t) = t^2 - 4t + 3$. Скорость движения при $t = 6$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Точка движется по прямой по закону $x(t) = t^2$, x — координата, t — время. Найдите среднее значение скорости на промежутке $t \in [0;\ 3]$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 9 $\boxed{\mathbf{5}}$ $2,5$

7. Расход топлива за 1 ч движения парохода со скоростью v км/ч равен $432 + v^3$ л. Найдите время, которое потребуется пароходу для преодоления расстояния 72 км с наименьшими полными затратами топлива и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Прямоугольный лист бумаги имеет длину 45 см и ширину 24 см. В его углах вырезали одинаковые квадраты и изготовили коробочку в форме прямоугольного параллелепипеда, открытую сверху. При какой высоте коробки h (в см) ее объем будет наибольшим? Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $h \in (0;\ 5{,}1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $h \in [5{,}1;\ 6{,}1)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $h \in [6{,}1;\ 7{,}6)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $h \in [7{,}6;\ 8{,}1)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $h \in [8{,}1;\ 12)$

9. Радиус прямого кругового цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в прямой круговой конус с радиусом основания 36 и высотой 15, равен натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Озеро имеет форму прямоугольника со сторонами 30 км и 100 км. Билл находится в центре озера в лодке, скорость которой равна 3 км/ч, по суше он может передвигаться со скоростью 5 км/ч. Какое минимальное время (в часах) потребуется ему для перемещения в угол озера, если траекторию движения можно выбирать произвольно?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 $\boxed{\mathbf{2}}$ 13 $\boxed{\mathbf{3}}$ 14 $\boxed{\mathbf{4}}$ 15 $\boxed{\mathbf{5}}$ 16

Вариант 2

1. Если значение параметра p таково, что $p > 0$, и уравнение $40x^2 = 2x^5 + p$ имеет ровно два различных корня, то p — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Если значение параметра p таково, что $p > 0$ и уравнение $\sin x = px$ имеет ровно пять различных корней и x — наибольший корень, то значение выражения $x \cdot \operatorname{ctg} x$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Наибольшая возможная площадь треугольника, образованного отрезками координатных осей и отрезком касательной к графику функции $y = (x-4)^3$, определенной на отрезке $x \in [0;\ 4]$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Число 144 представьте в виде произведения двух положительных сомножителей таким образом, чтобы их сумма S имела наименьшее возможное значение. Укажите в ответе остаток от деления на 5 указанного значения S.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Точка движется по прямой по закону $x(t) = 2t^3 - 5t + 17$. Скорость движения при $t = 4$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Точка движется по прямой по закону $x(t) = t^3$, x — координата, t — время. Найдите среднее значение скорости на промежутке $t \in [0;\ 2]$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{4}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{8}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 4

7. Расход топлива за 1 ч движения парохода со скоростью v км/ч равен $250 + v^3$ л. Найдите время, которое потребуется пароходу для преодоления расстояния 145 км с наименьшими полными затратами топлива и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Прямоугольный лист бумаги имеет длину 24 см и ширину 9 см. В его углах вырезали одинаковые квадраты и изготовили коробочку в форме прямоугольного параллелепипеда, открытую сверху. При какой высоте коробки h ее объем будет наибольшим? Укажите верное утверждение.

$\boxed{\textbf{1}}$ $h \in (0;\ 0{,}6)$ $\boxed{\textbf{2}}$ $h \in [0{,}6;\ 1{,}1)$ $\boxed{\textbf{3}}$ $h \in [1{,}1;\ 1{,}6)$

$\boxed{\textbf{4}}$ $h \in [1{,}6;\ 2{,}1)$ $\boxed{\textbf{5}}$ $h \in [2{,}1;\ 4{,}5)$

9. Радиус прямого кругового конуса наименьшего объема, в который можно вписать прямой круговой цилиндр с радиусом основания 72 и высотой 16, равен натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\textbf{1}}$ 1 $\boxed{\textbf{2}}$ 2 $\boxed{\textbf{3}}$ 3 $\boxed{\textbf{4}}$ 4 $\boxed{\textbf{5}}$ 0

10. Озеро имеет форму прямоугольника со сторонами 40 км и 100 км. Билл находится в центре озера в лодке, скорость которой равна 4 км/ч, по суше он может передвигаться со скоростью 5 км/ч. Какое минимальное время (в часах) потребуется ему для перемещения в угол озера, если траекторию движения можно выбирать произвольно?

$\boxed{\textbf{1}}$ 12 $\boxed{\textbf{2}}$ 13 $\boxed{\textbf{3}}$ 14 $\boxed{\textbf{4}}$ 15 $\boxed{\textbf{5}}$ 16

Тема 52. Сложная функция

Вариант 1

1. Если $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = 2x + 3$, $u(x) = f(g(x)) - g(f(x))$ и $A = u(3) + u(4) + u(5) + u(6)$, то

$\boxed{\textbf{1}}$ $A \in (-999;\ 11,7)$ $\boxed{\textbf{2}}$ $A \in [11,7;\ 13,6)$ $\boxed{\textbf{3}}$ $A \in [13,6;\ 15,4)$

$\boxed{\textbf{4}}$ $A \in [15,4;\ 17,3)$ $\boxed{\textbf{5}}$ $A \in [17,3;\ 999)$

2. Если область определения функции $f(x) = \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right)$ совпадает с отрезком $[97;\ 98]$, то на своей области определения

$\boxed{\textbf{1}}$ $f(x) = 97 - x$ $\boxed{\textbf{2}}$ $f(x) = x - 98$ $\boxed{\textbf{3}}$ $f(x) = x - 97$

$\boxed{\textbf{4}}$ $f(x) = 96 - x$ $\boxed{\textbf{5}}$ $f(x) = 98 - x$

3. Если функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и достигает своего наименьшего значения, равного 11, в точке $x = 17$, то функция $43 - 3f(3 + 2x)$ достигает своего наибольшего значения в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Четной среди приведенных является функция

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = \operatorname{tg} x$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = |x-2| - |x+2|$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $y = x^3$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $y = \log_3 x + \log_x 3$

5. Если функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и имеет наименьшее значение, равное -2, то наибольшее значение функции $y = 3 - 4 \cdot f(3 - 2x)$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ -2 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 11 $\boxed{\mathbf{4}}$ 6 $\boxed{\mathbf{5}}$ -11

6. Пусть $f(x) = 2003 - x$, $F(x) = f(f(f(\ldots(f(x)))))$, где $f(\ldots)$ присутствует 2003 раза. Значение величины $F(1234)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Пусть $f(x) = 4 - 3x$, $F(x, n) = f(f(f(\ldots(f(x)))))$, где $f(\ldots)$ присутствует n раз. Значение величины $F(7, 2004)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Если при всех $x \in (-\infty;\ +\infty)$ выполнено равенство $f(5 - 3x) = 7 + 6x$, то $f(x) = mx + n$, причем значение выражения $m + n$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

9. Если при всех $x \neq 0$ выполнено равенство
$f(x) + 2f(x^{-1}) = \dfrac{11 + 10x^2}{x}$ и $A = f(3)$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $A \in (-999;\ 7,3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $A \in [7,3;\ 9,4)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $A \in [9,4;\ 11,6)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $A \in [11,6;\ 13,7)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $A \in [13,7;\ 999)$

10. Известно, что $f(x) = x^2 + bx + c$, уравнение $f(x) = 0$ имеет единственный корень, а уравнение $f(f(f(x))) = 0$ имеет ровно три различных корня. Если a — наибольший корень этого уравнения, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $a \in (-999;\ 2)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $a \in [2;\ 2,2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $a \in [2,2;\ 2,4)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $a \in [2,4;\ 2,6)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $a \in [2,6;\ 999)$

Вариант 2

1. Если $f(x) = 4x + 3$, $g(x) = 3x + 4$, $u(x) = f(g(x)) - g(f(x))$ и $A = u(7) + u(8) + u(9) + u(10)$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $A \in (-999;\ 21,7)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $A \in [21,7;\ 23,6)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $A \in [23,6;\ 25,4)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $A \in [25,4;\ 27,3)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $A \in [27,3;\ 999)$

2. Если область определения функции
$f(x) = \frac{2}{\pi} \arccos\left(\cos \frac{\pi x}{2}\right)$ совпадает с отрезком $[97;\ 98]$, то на своей области определения

$\boxed{\mathbf{1}}$ $f(x) = x - 96$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $f(x) = 97 - x$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $f(x) = x - 98$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $f(x) = x - 97$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $f(x) = 98 - x$

3. Если функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и достигает своего наименьшего значения, равного 17, в точке $x = 43$, то функция $57 - 6f(7 + 4x)$ достигает своего наибольшего значения в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Четной среди приведенных является функция

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = \log_2 x + \log_x 2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = |x-2| + |x+2|$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = \sin x$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $y = \sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $y = \dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x}$

5. Если функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и имеет наименьшее значение, равное 3, то наибольшее значение функции $y = 6 - 2 \cdot f(3x+2)$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 3 $\boxed{\mathbf{2}}$ -12 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 0 $\boxed{\mathbf{5}}$ 12

6. Пусть $f(x) = 2006 - x$, $F(x) = f(f(f(\ldots(f(x)))))$, где $f(\ldots)$ присутствует 2006 раз. Значение величины $F(123)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Пусть $f(x) = 3 - 7x$, $F(x,n) = f(f(f(\ldots(f(x)))))$, где $f(\ldots)$ присутствует n раз. Значение величины $F(4, 2006)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Если при всех $x \in (-\infty;\ +\infty)$ выполнено равенство $f(2x+3) = 17 + 6x$, то $f(x) = mx + n$, причем значение выражения $m + n$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

9. Если при всех $x \neq 0$ выполнено равенство $3f(x) - 2f(x^{-1}) = \dfrac{3+8x^2}{x}$ и $A = f(2)$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $A \in (-999;\ 7,3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $A \in [7,3;\ 9,4)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $A \in [9,4;\ 11,6)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $A \in [11,6;\ 13,7)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $A \in [13,7;\ 999)$

10. Известно, что $f(x) = x^3 - 3b^2x + c$, $b > 0$, уравнение

$f(x) = 0$ имеет ровно два различных корня, уравнение $f(f(x)) = 0$ имеет ровно три различных корня. Укажите верное утверждение.

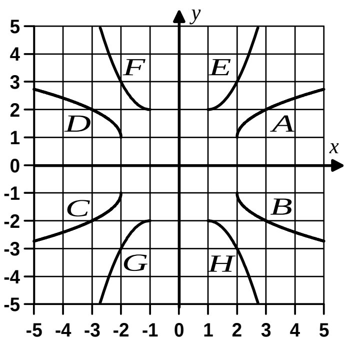
$\boxed{\mathbf{1}}$ $b \in (0;\ 0{,}31)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $b \in [0{,}31;\ 0{,}42)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $b \in [0{,}42;\ 0{,}53)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $b \in [0{,}53;\ 0{,}64)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $b \in [0{,}64;\ 999)$

Тема 53. Обратная функция

Вариант 1

1. На рисунке символами $A, \ldots, H$ помечены графики восьми функций.



Пусть функция, график которой обозначен на рисунке символом A, может быть задана формулой $y = f(x)$, графики (1), (2), (3), (4) заданы уравнениями

(1) $y = f(-x)$, (2) $y = -f(x)$,
(3) $y = -f(-x)$, (4) $x = f(y)$.

Укажите соответствие уравнений и графиков функций.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1)D; (2)B; (3)E; (4)C $\boxed{\mathbf{2}}$ (1)B; (2)C; (3)E; (4)D

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1)B; (2)D; (3)E; (4)C $\boxed{\mathbf{4}}$ (1)E; (2)G; (3)B; (4)C

$\boxed{\mathbf{5}}$ (1)D; (2)B; (3)C; (4)E

2. Пусть область определения функции $f(x) = \dfrac{3x}{4}$ совпадает с отрезком $[24;\ 36]$ и $g(x)$ — обратная функция. Область определения функции $g(x)$ совпадает с отрезком, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Пусть область определения функции $f(x) = \dfrac{3x}{4}$ совпадает с отрезком $[24;\ 36]$ и $g(x)$ — обратная функция. Множество значений функции $g(x)$ совпадает с отрезком, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Пусть область определения функции $f(x) = \dfrac{3x}{4}$ совпадает с отрезком $[24;\ 36]$ и $g(x)$ — обратная функция. Область определения функции $f(x) + g(x)$ совпадает с отрезком, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

5. Пусть область определения функции $f(x) = x^2 - 6x + 5$ совпадает с отрезком $[3;\ 7]$. Укажите правильное выражение для обратной функции $g(x)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $g(x) = 3 - \sqrt{x+4},\ x \in [-4;\ 12]$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $g(x) = x^2 + 6x + 5,\ x \in [-7;\ -3]$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $g(x) = 3 \pm \sqrt{x+4},\ x \in [-4;\ 12]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $g(x) = x^2 - 6x + 5,\ x \in [-7;\ -3]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $g(x) = 3 + \sqrt{x+4},\ x \in [-4;\ 12]$

6. Пусть $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$. Укажите правильное выражение для обратной функции $g(x)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $g(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $g(x) = \dfrac{x+1}{x+3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $g(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $g(x) = \dfrac{x-3}{x-1}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $g(x) = \dfrac{x-1}{x-3}$

7. Обратная функция к функции $f(x) = \sin(3x)$, определенной на отрезке $[-\pi/6;\ \pi/6]$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\arcsin(x/3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $3\arcsin(x)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\arcsin(x)/3$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\arcsin(3x)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\arcsin(x/3)/3$

8. Обратная функция к функции $f(x) = \sin x$, определенной на отрезке $[5\pi/2;\ 7\pi/2]$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $3\pi - \arcsin x$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $3\pi + \arcsin x$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\arcsin(x - 3\pi)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $5\pi/2 - \arcsin x$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $7\pi/2 - \arcsin x$

9. Функция, обратная к функции $f(x) = \log_3(x/2) - 4$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\log_{x/2} 3 + 4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $2 \cdot 3^{x-4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\log_3(2x) + 4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $2 \cdot 3^{x+4}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $0{,}5 \cdot 3^{x+4}$

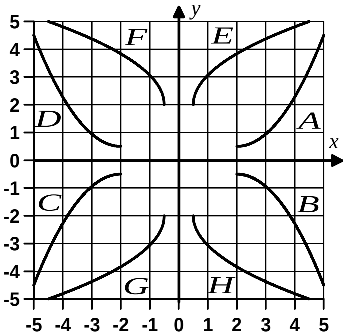
10. Если функция $g(x)$ является обратной к функции $f(x) = \dfrac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\dfrac{\pi x}{2}\right)$, определенной на промежутке $[97;\ 98]$, то на своей области определения

$\boxed{\mathbf{1}}$ $g(x) = 97 - x$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $g(x) = 96 - x$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $g(x) = 98 - x$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $g(x) = 98 + x$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $g(x) = 97 + x$

Вариант 2

1. На рисунке символами $A, \ldots, H$ помечены графики восьми функций.



Пусть функция, график которой обозначен на рисунке символом A, может быть задана формулой $y = f(x)$, графики (1), (2), (3), (4) заданы уравнениями
(1) $y = -f(x)$, (2) $y = -f(-x)$,
(3) $x = f(y)$, (4) $y = f(-x)$.
Укажите соответствие уравнений и графиков функций.

1 (1)D; (2)B; (3)E; (4)C **2** (1)B; (2)C; (3)E; (4)D

3 (1)B; (2)D; (3)E; (4)C **4** (1)E; (2)G; (3)B; (4)C

5 (1)D; (2)B; (3)C; (4)E

2. Пусть область определения функции $f(x) = \dfrac{7x}{3}$ совпадает с отрезком $x \in [24;\ 36]$ и $g(x)$ — обратная функция. Область определения функции $g(x)$ совпадает с отрезком, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

3. Пусть область определения функции $f(x) = \dfrac{7x}{3}$ совпадает с отрезком $x \in [24;\ 36]$ и $g(x)$ — обратная функция. Множество значений функции $g(x)$ совпадает с отрезком, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

4. Пусть область определения функции $f(x) = \dfrac{7x}{3}$ совпадает с отрезком $[24;\ 36]$ и $g(x)$ — обратная функция. Область определения функции $f(x) + g(2x)$ совпадает с отрезком, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

5. Пусть область определения функции $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ совпадает с отрезком $[-1;\ 2]$. Укажите правильное выражение для обратной функции $g(x)$.

1 $g(x) = 2 - \sqrt{1 - x},\ x \in [-8;\ 1]$

2 $g(x) = -x^2 - 4x - 3,\ x \in [-2;\ 1]$

3 $g(x) = 2 \pm \sqrt{1 - x},\ x \in [-8;\ 1]$

4 $g(x) = -x^2 - 4x - 3,\ x \in [-1;\ 2]$

5 $g(x) = 2 - \sqrt{1 - x},\ x \in [-8;\ 1]$

6. Пусть $f(x) = \frac{3x-7}{5x-3}$. Укажите правильное выражение для обратной функции $g(x)$.

1 $g(x) = \dfrac{3x+7}{5x-3}$ **2** $g(x) = \dfrac{3x-7}{5x-3}$ **3** $g(x) = \dfrac{5x-3}{3x-7}$

4 $g(x) = \dfrac{5x+3}{3x+7}$ **5** $g(x) = \dfrac{3x-7}{5x+3}$

7. Обратная функция к функции $f(x) = 3\cos(3x)$, определенной на отрезке $[0;\ \pi/3]$, равна

1 $3\arccos(x/3)$ **2** $3\arccos(x)$ **3** $\arccos(3x)/3$ **4** $3\arccos(3x)$

5 $\arccos(x/3)/3$

8. Обратная функция к функции $f(x) = \sin x$, определенной на отрезке $[7\pi/2;\ 9\pi/2]$, равна

1 $4\pi - \arcsin x$ **2** $4\pi + \arcsin x$ **3** $\arcsin(x - 4\pi)$

4 $\arcsin(x + 4\pi)$ **5** $4\pi + \arcsin(x - 4\pi)$

9. Функция, обратная к функции $f(x) = 2^{4-x/3} - 7$, равна

1 $2\log_{4-x/3} 2 - 7$ **2** $2^{4+3x} + 7$ **3** $\log_2(4 + x/3) - 7$

4 $12 - 3\log_2(x + 7)$ **5** $\log_2(4 + 3x) + 7$

10. Если функция $g(x)$ является обратной к функции $f(x) = \dfrac{2}{\pi} \arccos\left(\cos \dfrac{\pi x}{2}\right)$, определенной на промежутке $[97;\ 98]$, то на своей области определения

1 $g(x) = 97 - x$ **2** $g(x) = 96 + x$ **3** $g(x) = 98 - x$

4 $g(x) = 98 + x$ **5** $g(x) = 97 + x$

Тема 54. Множество значений сложной функции

Вариант 1

1. Найдите множество значений функции $\sin^2 x + 4\sin x$.

1 $[-4;\ 5]$ **2** $[-3;\ 5]$ **3** $[-4;\ 7]$ **4** $[-3;\ 7]$ **5** $[-3;\ 4]$

2. Если число A равно наименьшему значению функции $4\sin^2 x + 3\sin x + 1$, то

1 $A \in (-999;\ 0)$ **2** $A \in [0;\ 0,3)$ **3** $A \in [0,3;\ 0,4)$

4 $A \in [0,4;\ 0,5)$ **5** $A \in [0,5;\ 999)$

3. Найдите множество значений функции $2^{4x} - 2^{2x+3}$.

1 $[-4;\ +\infty)$ **2** $[-8;\ +\infty)$ **3** $[-16;\ +\infty)$ **4** $(0;\ +\infty)$

5 $(-\infty;\ +\infty)$

4. Найдите множество значений функции $2^{4x} - 2^{x+2}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-3;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-4;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-6;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(0;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ +\infty)$

5. Найдите множество значений функции $2^{4x} + 2^{2x+3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-4;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-8;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-16;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(0;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ +\infty)$

6. Найдите множество значений функции $\sqrt{\log_2 x + \log_x 16}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[\sqrt{8};\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[3;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(0;\ +\infty)$

7. Найдите множество значений функции
$\log_{\sin x} 2 + \log_2(\sin x)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-4;\ -1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(-\infty;\ -4]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ -2]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[2;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ -2] \bigcup [2;\ +\infty)$

8. Найдите множество значений функции $\frac{15}{7+8\sin x}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-15;\ -1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-15;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ -1] \bigcup [15;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $[-15;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ -15] \bigcup [1;\ +\infty)$

9. Наименьшее значение функции $\operatorname{tg}^2 x + 1024\cos^2 x$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Наименьшее значение функции $256\operatorname{tg}^2 x + 9\cos^2 x$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

11. Найдите множество значений функции
$x^2-6x+5+\dfrac{64}{x^2-6x+5}$.

1 $(-\infty;\ -16]\bigcup[16;\ +\infty)$ **2** $(-\infty;\ 0)\bigcup[16;\ +\infty)$

3 $(-\infty;\ -16]\bigcup(0;\ +\infty)$ **4** $(-\infty;\ 0)\bigcup[20;\ +\infty)$

5 $(-\infty;\ -20]\bigcup[16;\ +\infty)$

12. Количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции $y=2x+\dfrac{18}{x}$ на промежутке $x\in[1;\ 5]$, равно

1 3 **2** 5 **3** 9 **4** 7 **5** 6

Вариант 2

1. Найдите множество значений функции $\sin^2 x-6\sin x$.

1 $[-9;\ 7]$ **2** $[-6;\ 6]$ **3** $[-5;\ 7]$ **4** $[-6;\ 7]$ **5** $[-9;\ 6]$

2. Если число A равно наименьшему значению функции $4\sin^2 x-5\sin x+2$, то

1 $A\in(-999;\ 0)$ **2** $A\in[0;\ 0,4)$ **3** $A\in[0,4;\ 0,5)$

4 $A\in[0,5;\ 0,6)$ **5** $A\in[0,6;\ 999)$

3. Найдите множество значений функции $3^{2x}-2\cdot 3^{x+1}$.

1 $[-6;\ +\infty)$ **2** $[-9;\ +\infty)$ **3** $[-12;\ +\infty)$ **4** $(0;\ +\infty)$

5 $(-\infty;\ +\infty)$

4. Найдите множество значений функции $3^{3x}-3^{x+3}$.

1 $[-64;\ +\infty)$ **2** $[-26;\ +\infty)$ **3** $[-54;\ +\infty)$ **4** $(0;\ +\infty)$

5 $(-\infty;\ +\infty)$

5. Найдите множество значений функции $3^{3x}+2\cdot 3^{x+1}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-\infty;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-6;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-9;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[-12;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(0;\ +\infty)$

6. Найдите множество значений функции
$\sqrt{-\log_{\sqrt[4]{3}} x-\log_x 81}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[\sqrt{8};\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[3;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(0;\ +\infty)$

7. Найдите множество значений функции
$\log_{3+\sin x} 2+\log_2(3+\sin x)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[2{,}5;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(-\infty;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[2;\ 2{,}5]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[2;\ +\infty)$

8. Найдите множество значений функции $\frac{18}{3+6\sin x}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-\infty;\ -6]\bigcup[2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-6;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ -2]\bigcup[6;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $[-2;\ 6]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ -6]\bigcup[-2;\ +\infty)$

9. Наименьшее значение функции $9\,\mathrm{tg}^2\,x+256\cos^2 x$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Наименьшее значение функции $1024\,\mathrm{tg}^2\,x+81\cos^2 x$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

11. Найдите множество значений функции
$4(x^2-5x+6)+\dfrac{9}{x^2-5x+6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-\infty;\ -12]\bigcup[12;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(-\infty;\ -24]\bigcup[16;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ -37]\bigcup[12;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(-\infty;\ 0)\bigcup[12;\ +\infty)$

$\boxed{5}$ $(-\infty;\ -24]\bigcup[24;\ +\infty)$

12. Количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции $y = 3x + \dfrac{12}{x}$ на промежутке $x \in [1;\ 4]$, равно

$\boxed{1}$ 7 $\boxed{2}$ 3 $\boxed{3}$ 6 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 5

Тема 55. Площадь многоугольника на плоскости

Вариант 1

1. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leqslant y \leqslant 123 - |x - 123|$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

2. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $|x| + |y| \leqslant 8$, равна

$\boxed{1}$ $32\sqrt{2}$ $\boxed{2}$ 64 $\boxed{3}$ $64\sqrt{2}$ $\boxed{4}$ 128 $\boxed{5}$ $128\sqrt{2}$

3. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям

$\begin{cases} y \leqslant 5 - |x - 3|, \\ y \geqslant |x - 4| - 2, \end{cases}$ равна

$\boxed{1}$ 24 $\boxed{2}$ $12{,}5$ $\boxed{3}$ $21{,}5$ $\boxed{4}$ 28 $\boxed{5}$ $12\sqrt{2}$

4. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям

$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leqslant y \leqslant x^2 - 6x + 11, \\ x^2 - 6x + 5 \leqslant 0, \end{cases}$ равна

$\boxed{1}$ 24 $\boxed{2}$ 15 $\boxed{3}$ 36 $\boxed{4}$ 30 $\boxed{5}$ 28

5. Если число S равно площади фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} 12x^2 - 8xy + y^2 \leqslant 0, \\ x^2 - 5x + 6 \leqslant 0, \end{cases}$ то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (0;\ 5,37)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in [5,37;\ 7,23)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in [7,23;\ 9,42)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in [9,42;\ 11,72)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in [11,72;\ 999)$

Вариант 2

1. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству
$0 \leqslant y \leqslant \sqrt{123} - \left|x - \sqrt{123}\right|$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $|x| + |y| \leqslant 4\sqrt{2}$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $32\sqrt{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 64 $\boxed{\mathbf{3}}$ $64\sqrt{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ 128 $\boxed{\mathbf{5}}$ $128\sqrt{2}$

3. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям
$\begin{cases} y \leqslant 6 - |x - 1|, \\ y \geqslant |x - 2| - 3, \end{cases}$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 24 $\boxed{\mathbf{2}}$ 40 $\boxed{\mathbf{3}}$ 36 $\boxed{\mathbf{4}}$ $37,5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $24\sqrt{2}$

4. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям
$\begin{cases} x^2 - 9x + 14 \leqslant y \leqslant x^2 - 9x + 17, \\ x^2 - 9x + 14 \leqslant 0, \end{cases}$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 24 $\boxed{\mathbf{2}}$ 36 $\boxed{\mathbf{3}}$ 15 $\boxed{\mathbf{4}}$ 30 $\boxed{\mathbf{5}}$ 18

5. Если число S равно площади фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} 6x^2 + xy - y^2 \geqslant 0, \\ x^2 - 8x + 15 \leqslant 0, \end{cases}$ то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (0;\ 35,37)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in [35,37;\ 47,23)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in [47,23;\ 49,42)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in [49,42;\ 51,72)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in [51,72;\ 999)$

Тема 56. Площадь круга на координатной плоскости

Вариант 1

1. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leqslant 7$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $7\pi^2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 49 $\boxed{\mathbf{3}}$ 7π $\boxed{\mathbf{4}}$ 49π $\boxed{\mathbf{5}}$ $3,5\pi$

2. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leqslant 6x$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 4π $\boxed{\mathbf{2}}$ 18π $\boxed{\mathbf{3}}$ 9π $\boxed{\mathbf{4}}$ 6π $\boxed{\mathbf{5}}$ 36π

3. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 16, \\ x + y \geqslant 4, \end{cases}$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $12\pi - 4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $4\pi + 4$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $8\pi - 4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $4\pi - 8$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $12\pi + 8$

4. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 6, \\ x + |y| \cdot \sqrt{3} \geqslant 0, \end{cases}$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2π $\boxed{\mathbf{2}}$ π $\boxed{\mathbf{3}}$ $1,5\pi$ $\boxed{\mathbf{4}}$ 4π $\boxed{\mathbf{5}}$ 5π

5. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 36, \\ 3x^2 - 4\sqrt{3}xy + 3y^2 \geqslant 0, \\ y \geqslant x, \end{cases}$$ равна

1 3π **2** 6π **3** $18\,\mathrm{arctg}\,\dfrac{12}{5}$ **4** 12π **5** 15π

6. Вычислите площадь фигуры S на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{27 - x^2} \leqslant y \leqslant \sqrt{36 - x^2}$, и укажите верное утверждение.

1 $S \in (0;\ 5]$ **2** $S \in (5;\ 7,5]$ **3** $S \in (7,5;\ 10]$ **4** $S \in (10;\ 12,5]$

5 $S \in (12,5;\ 999)$

Вариант 2

1. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leqslant 9$, равна

1 $9\pi^2$ **2** 81 **3** 81π **4** 9π **5** $4,5\pi$

2. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leqslant 8x$, равна

1 8π **2** 16π **3** 64π **4** 32π **5** 64

3. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 16, \\ x + y \leqslant 4, \end{cases}$ равна

1 $12\pi - 4$ **2** $4\pi + 4$ **3** $8\pi - 4$ **4** $4\pi - 8$ **5** $12\pi + 8$

4. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 6, \\ |x| + y\sqrt{3} \geqslant 0, \end{cases}$ равна

1 2π **2** π **3** $1,5\pi$ **4** 4π **5** 5π

5. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leqslant 36, \\ 3x^2-4\sqrt{3}xy+3y^2 \leqslant 0, \\ x+y \geqslant 0, \end{cases}$$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 15π $\boxed{\mathbf{2}}$ 12π $\boxed{\mathbf{3}}$ $18\,\mathrm{arctg}\,\dfrac{12}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ 3π $\boxed{\mathbf{5}}$ 6π

6. Вычислите площадь фигуры S на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{12-x^2} \leqslant y \leqslant \sqrt{16-x^2}$, и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (0;\ 4{,}5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in (4{,}5;\ 4{,}75]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in (4{,}75;\ 5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in (5;\ 5{,}25]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in (5{,}25;\ 999)$

Тема 57. Вычисление площади с помощью интеграла

Вариант 1

1. Площадь фигуры $0 \leqslant x \leqslant 6;\ 0 \leqslant y \leqslant x^2$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Линия $y = x^2$ делит прямоугольник $0 \leqslant x \leqslant 12;\ 0 \leqslant y \leqslant 144$ на две фигуры, площади которых относятся как

$\boxed{\mathbf{1}}$ $12:1$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $144:1$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $3:1$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $2:1$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $11:2$

3. Площадь фигуры $\dfrac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \dfrac{2\pi}{3},\ 0 \leqslant y \leqslant \sin x$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}$

4. Площадь конечной фигуры, все границы которой лежат на линиях $y = \sqrt[9]{x}$ и $y = \sqrt[5]{x}$ при $x \geqslant 0$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{2}{63}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{6}{55}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{4}{45}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{4}{77}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{1}{15}$

5. Найдите наименьшее из всех действительных чисел, которые больше площади фигуры $1 \leqslant x \leqslant b$, $\dfrac{1}{x^7} \leqslant y \leqslant \dfrac{1}{x^4}$ для всех значений параметра $b > 1$.

1 $\dfrac{3}{28}$ **2** $\dfrac{3}{10}$ **3** $\dfrac{1}{6}$ **4** $\dfrac{1}{20}$ **5** $\dfrac{5}{14}$

Вариант 2

1. Площадь фигуры $0 \leqslant x \leqslant 9$; $0 \leqslant y \leqslant x^2$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

2. Линия $y = x^2$ делит прямоугольник $0 \leqslant x \leqslant 13$; $0 \leqslant y \leqslant 169$ на две фигуры, площади которых относятся как

1 $3:1$ **2** $2:1$ **3** $3:2$ **4** $13:1$ **5** $169:1$

3. Площадь фигуры $\dfrac{\pi}{3} \leqslant x \leqslant \dfrac{5\pi}{6}$, $0 \leqslant y \leqslant \sin x$ равна

1 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **2** $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{2}$ **3** $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **4** $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}$ **5** $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$

4. Площадь конечной фигуры, все границы которой лежат на линиях $y = \sqrt[8]{x}$ и $y = \sqrt[3]{x}$ при $x \geqslant 0$, равна

1 $\dfrac{1}{10}$ **2** $\dfrac{5}{36}$ **3** $\dfrac{5}{24}$ **4** $\dfrac{3}{70}$ **5** $\dfrac{3}{40}$

5. Найдите наименьшее из всех действительных чисел, которые больше площади фигуры $1 \leqslant x \leqslant b$, $\dfrac{1}{x^8} \leqslant y \leqslant \dfrac{1}{x^5}$ для всех значений параметра $b > 1$.

1 $\dfrac{3}{28}$ **2** $\dfrac{3}{40}$ **3** $\dfrac{1}{6}$ **4** $\dfrac{1}{30}$ **5** $\dfrac{5}{24}$

Тема 58. Задачи экономического содержания

Вариант 1

1. Квартира, стоившая 1 млн руб., стала дороже на $3,9\%$. Через год она стала дороже еще на $2,8\%$. Теперь ее цена, выраженная в рублях, является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

2. Процессор с быстродействием 1600 МГц стоит 150 у.е., процессор 1800 МГц стоит 200 у.е., процессор 2000 МГц стоит 300 у.е. В соответствии с критерием достижения максимального значения критерия эффективности, равного $\frac{x}{y+z}$, где
x — производительность процессора, выраженная в МГц,
y — стоимость процессора,
z — стоимость всех остальных компонент компьютера,
наиболее выгодна модель за 200 у.е. Укажите все значения, которые может принимать стоимость всех остальных компонент компьютера.

1 $450 < S < 700$ **2** $250 < S < 450$ **3** $250 < S < 700$

4 $350 < S < 450$ **5** $350 < S < 700$

3. Расход на аренду помещения составляет 66% общих расходов фирмы. Если стоимость аренды (в рублях) уменьшить в 11 раз при неизменных прочих расходах (в рублях), то после этого расход на аренду помещения составит от общих расходов фирмы

1 5% **2** 6% **3** 15% **4** 27,5% **5** 12%

4. Бабушка накормила несколько внуков и внучек. Каждому внуку она дала 3 котлетки и 2 конфетки, каждой внучке – 1 котлетку и 3 конфетки. Всего внуки и внучки съели 23 котлетки и 27 конфеток. Сколько всего детей накормила бабушка?

1 9 **2** 10 **3** 11 **4** 12 **5** 13

5. В поезде не менее семи вагонов, в каждом вагоне не менее семи купе, во всех вагонах одинаковое количество купе, разность общего числа купе в поезде и числа вагонов равна 105. Найдите сумму числа вагонов и числа купе в одном вагоне.

$\boxed{1}$ 17 $\boxed{2}$ 18 $\boxed{3}$ 19 $\boxed{4}$ 21 $\boxed{5}$ 23

6. Если затраты на покупку бананов возросли на 104%, а цена килограмма бананов увеличилась на 20%, то вес купленных бананов возрос на

$\boxed{1}$ $82,5\%$ $\boxed{2}$ 72% $\boxed{3}$ 84% $\boxed{4}$ 96% $\boxed{5}$ 70%

7. В начале года Петя положил 1 млн руб. в банк А, который начисляет 1% каждые 2 года, а Вася одновременно положил 1 млн руб. в банк Б, который начисляет $1,5\%$ каждые 3 года. Проценты прибавляются к вкладу и участвуют в последующем приросте. Через 6 лет разница их вкладов составит (в рублях)

$\boxed{1}$ 64 $\boxed{2}$ 72 $\boxed{3}$ 96 $\boxed{4}$ 112 $\boxed{5}$ 76

8. Стоимость ремонта состоит из стоимости материалов и оплаты труда, причем стоимость материалов составляет 40% оплаты труда. Если увеличить оплату труда на 70%, не меняя стоимость материалов, то стоимость ремонта увеличится на

$\boxed{1}$ 20% $\boxed{2}$ 30% $\boxed{3}$ 40% $\boxed{4}$ 50% $\boxed{5}$ 60%

Вариант 2

1. Квартира, стоившая 1 млн руб., стала дороже на $4,8\%$. Через год она стала дороже еще на $5,3\%$. Теперь ее цена, выраженная в рублях, является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

2. Процессор с быстродействием 1800 МГц стоит 150 у.е., процессор 2000 МГц стоит 200 у.е., процессор 2400 МГц стоит 360 у.е. В соответствии с критерием достижения максимального значения критерия эффективности, равного $\dfrac{x}{y+z}$, где

x — производительность процессора, выраженная в МГц,
y — стоимость процессора,
z — стоимость всех остальных компонент компьютера,
наиболее выгодна модель за 200 у.е. Укажите наименьшую сумму (в у.е.), которой достаточно располагать, чтобы купить компьютер с указанным процессором.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 700 $\boxed{\mathbf{2}}$ 800 $\boxed{\mathbf{3}}$ 850 $\boxed{\mathbf{4}}$ 900 $\boxed{\mathbf{5}}$ 500

3. Расход на аренду помещения составляет 25% общих расходов фирмы. Если стоимость аренды (в рублях) уменьшить в 3 раза при неизменных прочих расходах (в рублях), то после этого расход на аренду помещения составит от общих расходов фирмы

$\boxed{\mathbf{1}}$ 15% $\boxed{\mathbf{2}}$ $8,(3)\%$ $\boxed{\mathbf{3}}$ 12% $\boxed{\mathbf{4}}$ 10% $\boxed{\mathbf{5}}$ 8%

4. В саду растут яблони и груши. Для каждой яблони требуется 1 ведро воды и 3 пакета удобрения, для каждой груши – 4 ведра воды и 2 пакета удобрения. На весь сад израсходовано 19 ведер воды и 27 пакетов удобрения. Сколько деревьев в саду?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 9 $\boxed{\mathbf{2}}$ 10 $\boxed{\mathbf{3}}$ 11 $\boxed{\mathbf{4}}$ 12 $\boxed{\mathbf{5}}$ 13

5. По дороге едут автомобили (не менее двух), в каждом из которых не менее двух пассажиров, во всех автомобилях поровну, сумма числа автомобилей и общего числа пассажиров равна 95. Найдите сумму числа автомобилей и числа пассажиров, едущих в одном автомобиле.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 17 $\boxed{\mathbf{2}}$ 18 $\boxed{\mathbf{3}}$ 19 $\boxed{\mathbf{4}}$ 21 $\boxed{\mathbf{5}}$ 23

6. Если затраты на покупку бананов возросли на 108%, а цена килограмма бананов увеличилась на 30%, то вес купленных бананов возрос на

$\boxed{\mathbf{1}}$ 78% $\boxed{\mathbf{2}}$ 80% $\boxed{\mathbf{3}}$ 60% $\boxed{\mathbf{4}}$ 66% $\boxed{\mathbf{5}}$ 72%

7. В начале года Петя положил 1 млн руб. в банк А, который начисляет 2% каждые 2 года, а Вася одновременно положил 1 млн руб. в банк Б, который начисляет 3% каждые 3 года. Проценты прибавляются к вкладу и участвуют в последующем приросте. Через 6 лет разница их вкладов составит (в рублях)

1 308 **2** 144 **3** 256 **4** 324 **5** 288

8. Стоимость ремонта состоит из стоимости материалов и оплаты труда, причем стоимость материалов составляет 40% оплаты труда. Если увеличить оплату труда на 84%, не меняя стоимость материалов, то стоимость ремонта увеличится на

1 20% **2** 30% **3** 40% **4** 50% **5** 60%

Тема 59. Оптимизация экономических процессов, 1

Вариант 1

1. Предприниматель должен израсходовать в общей сложности 36 у.е. на закупку оборудования (1 у.е. за одну установку) и наем персонала (1 у.е. на сотрудника в расчете на год), причем его доход равен численно произведению количества установок на численность персонала. Наибольший возможный доход (в у.е.) равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

2. Фермер должен израсходовать в общей сложности 144 у.е. на закупку витаминов (18 у.е. за килограмм) и минералов (12 у.е. за килограмм), причем надой молока равен численно произведению количества килограммов витаминов на количество килограммов минералов. Наибольший возможный надой равен (в у.е.)

1 23 **2** $23,5$ **3** 24 **4** $24,5$ **5** 25

3. Рыбак должен израсходовать некоторую сумму денег на подкормку рыбы (18 у.е. за килограмм корма) и покупку удочек (12 у.е. за штуку), причем ожидаемый вес выловленной рыбы (в кг) равен численно произведению количества удочек на вес подкормки. Какова наименьшая сумма (в у.е.), при которой будет выловлено 2400 кг рыбы?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2400 $\boxed{\mathbf{2}}$ 1440 $\boxed{\mathbf{3}}$ 1600 $\boxed{\mathbf{4}}$ 1200 $\boxed{\mathbf{5}}$ 1210

4. Предприниматель должен израсходовать некоторую сумму денег на наем грузчиков (4 у.е. на каждого) и менеджеров (18 у.е. на каждого), причем ожидаемый доход (в у.е.) равен численно произведению числа грузчиков на число менеджеров. Сколько всего сотрудников нужно нанять, чтобы получить доход 2592 у.е. и израсходовать наименьшую сумму на зарплату? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Расстояние от Парижа до Марселя (по шоссе) равно 64 лье. В Париже квартируют 1000 мушкетеров, в Марселе — 3000. На каком расстоянии (в лье) от Парижа следует расположить винокуренный завод для обслуживания мушкетеров, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку P бутылок бургундского на расстояние L лье на лошади составляют $P \cdot L$ бурбонов? Укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Для проведения экзамена закуплено не более чем на 1001 руб. максимально возможное число гелевых ручек, которые продаются наборами по 35 шт. за 35 руб., по 48 шт. за 42 руб., по 44 шт. за 40 руб. Укажите остаток от деления на 5 общего числа закупленных ручек.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Вариант 2

1. Предприниматель должен израсходовать в общей сложности 32 у.е. на закупку оборудования (2 у.е. за одну установку) и наем персонала (2 у.е. на сотрудника в расчете на год), причем его доход равен численно произведению количества установок на численность персонала. Наибольший возможный доход (в у.е.) равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Фермер должен израсходовать в общей сложности 72 у.е. на закупку витаминов (4 у.е. за килограмм) и минералов (6 у.е. за килограмм), причем надой молока равен численно произведению количества килограммов витаминов на количество килограммов минералов. Наибольший возможный надой равен (в у.е.)

$\boxed{\mathbf{1}}$ 46 $\boxed{\mathbf{2}}$ 48 $\boxed{\mathbf{3}}$ 52 $\boxed{\mathbf{4}}$ 54 $\boxed{\mathbf{5}}$ 56

3. Рыбак должен израсходовать некоторую сумму денег на подкормку рыбы (4 у.е. за килограмм корма) и покупку удочек (5 у.е. за штуку), причем ожидаемый вес выловленной рыбы (в кг) равен численно произведению количества удочек на вес подкормки. Какова наименьшая сумма (в у.е.), при которой будет выловлено 1620 кг рыбы?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 240 $\boxed{\mathbf{2}}$ 360 $\boxed{\mathbf{3}}$ 256 $\boxed{\mathbf{4}}$ 320 $\boxed{\mathbf{5}}$ 400

4. Предприниматель должен израсходовать некоторую сумму денег на наем грузчиков (3 у.е. на каждого) и менеджеров (15 у.е. на каждого), причем ожидаемый доход (в у.е.) равен численно произведению числа грузчиков на число менеджеров. Сколько всего сотрудников нужно нанять, чтобы получить доход 1620 у.е. и израсходовать наименьшую сумму на зарплату? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

5. Расстояние от Парижа до Марселя (по шоссе) равно 36 лье. В Париже квартируют 200 мушкетеров, в Марселе — 400. На каком расстоянии (в лье) от Парижа следует расположить винокуренный завод для обслуживания мушкетеров, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку P бутылок бургундского на расстояние L лье на лошади составляют $P \cdot L$ бурбонов? Укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

6. Для проведения экзамена закуплено не более чем на 4000 руб. максимально возможное число гелевых ручек, которые продаются наборами по 56 шт. за 56 руб., по 58 шт. за 62 руб., по 62 шт. за 58 руб. Укажите остаток от деления на 5 общего числа закупленных ручек.

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

Тема 60. Оптимизация экономических процессов, 2

Вариант 1

1. Город А расположен на отметке "10 км" шоссе Москва — Петушки и потребляет 30 тыс. л пива в день. Город Б расположен на отметке "50 км" того же шоссе и потребляет 10 тыс. л пива в день. На какой отметке этого шоссе следует расположить пивоваренный завод, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку V тыс. л пива на расстояние L км составляют $V \cdot L^2$ руб.?

$\boxed{1}$ 10 км $\boxed{2}$ 20 км $\boxed{3}$ 30 км $\boxed{4}$ 40 км $\boxed{5}$ 50 км

2. Расстояние от Парижа до Марселя (по шоссе) равно 72 лье. В Париже квартируют 25 000 мушкетеров, в Марселе — 9000. На каком расстоянии (в лье) от Парижа следует расположить винокуренный завод для обслуживания мушкетеров, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку P декалитров бургундского на расстояние L лье составляют $P \cdot L^3$ бурбонов? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Предприниматель должен израсходовать 1944 у.е. на наем грузчиков (2 у.е. на каждого) и менеджеров (18 у.е. на каждого), причем ожидаемый доход (в у.е.) равен численно произведению числа грузчиков на квадрат числа менеджеров. Сколько всего сотрудников нужно нанять, чтобы получить максимальный доход? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Доход нефтяной компании (в у.е.) равен численно произведению квадрата числа геологов на куб числа добытчиков. Наем одного геолога обходится в 16 у.е., одного добытчика — в 3 у.е. Если доход заданной величины получен при наименьшем возможном расходе на наем, то число t, равное отношению числа геологов x к числу добытчиков y, удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $t \in \big(0;\ 0,2\big)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $t \in \big[0,2;\ 0,3\big)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $t \in \big[0,3;\ 0,5\big)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $t \in \big[0,5;\ 0,8\big)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $t \in \big[0,8;\ 999\big)$

5. Условия размещения вклада в паевом фонде таковы, что первые 3 года вклад уменьшается на $4x\,\%$ в год, последующие 6 лет вклад увеличивается на $5x\,\%$ в год, причем величину $x \in [0;\ 25]$ вы можете выбрать сами. При каком значении x

через 9 лет прирост вклада будет наибольшим? Укажите верное утверждение.

1 $x \in (0;\ 11)$ **2** $x \in [11;\ 12)$ **3** $x \in [12;\ 14)$ **4** $x \in [14;\ 18)$

5 $x \in [18;\ 50)$

6. В начале 1948 г. Билл положил 1 млн руб. в пустой сейф. В начале каждого последующего года он вынимает из сейфа $m\%$ имеющихся там рублей. При каком значении m он вынет из сейфа в начале 1998 г. максимальную сумму (инфляция и девальвация не учитываются)?

1 50 **2** 5 **3** 10 **4** 2 **5** 1

Вариант 2

1. Город А расположен на отметке "10 км" шоссе Москва — Петушки и потребляет 30 тыс. л пива в день. Город Б расположен на отметке "50 км" того же шоссе и потребляет 90 тыс. л пива в день. На какой отметке этого шоссе следует расположить пивоваренный завод, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку V тыс. л пива на расстояние L км составляют $V \cdot L^2$ руб.?

1 10 км **2** 20 км **3** 30 км **4** 40 км **5** 50 км

2. Расстояние от Парижа до Марселя (по шоссе) равно 90 лье. В Париже квартируют 9000 мушкетеров, в Марселе — 4000. На каком расстоянии (в лье) от Парижа следует расположить винокуренный завод для обслуживания мушкетеров, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку P декалитров бургундского на расстояние L лье составляют $P \cdot L^3$ бурбонов? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

3. Предприниматель должен израсходовать 1440 у.е. на наем грузчиков (2 у.е. на каждого) и менеджеров (15 у.е. на каждого), причем ожидаемый доход (в у.е.) равен численно произведению числа грузчиков на квадрат числа менеджеров. Сколько всего сотрудников нужно нанять, чтобы получить максимальный доход? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. Доход нефтяной компании (в у.е.) равен численно произведению квадрата числа геологов на куб числа добытчиков. Наем одного геолога обходится в 3 у.е., одного добытчика — в 4 у.е. Если доход заданной величины получен при наименьшем возможном расходе на наем, то число t, равное отношению числа геологов x к числу добытчиков y, удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $t \in \big(0;\ 0,6\big)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $t \in \big[0,6;\ 0,7\big)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $t \in \big[0,7;\ 0,8\big)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $t \in \big[0,8;\ 0,9\big)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $t \in \big[0,9;\ 999\big)$

5. Условия размещения вклада в паевом фонде таковы, что первые 3 года вклад уменьшается на $2x\,\%$ в год, последующие 4 года вклад увеличивается на $5x\,\%$ в год, причем величину $x \in [0;\ 50]$ вы можете выбрать сами. При каком значении x через 7 лет прирост вклада будет наибольшим? Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (0;\ 11)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [11;\ 12)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [12;\ 14)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [14;\ 18)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [18;\ 50)$

6. В начале 1973 г. Билл положил 1 млн руб. в пустой сейф. В начале каждого последующего года он вынимает из сейфа $m\%$ имеющихся там рублей. При каком значении m он вынет из сейфа в начале 1998 г. максимальную сумму (инфляция и девальвация не учитываются)?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 20 $\boxed{\mathbf{2}}$ 5 $\boxed{\mathbf{3}}$ 10 $\boxed{\mathbf{4}}$ 25 $\boxed{\mathbf{5}}$ 4

Тема 61. Прямоугольный и равнобедренный треугольники

Вариант 1

1. Если в треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $AC = 14$, длина высоты, опущенной на основание AC, равна 21, то угол при основании равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\operatorname{arctg} 3$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{2}{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{2}{7}$

2. Если P — периметр прямоугольного треугольника, длина гипотенузы которого равна 10, а длина высоты, опущенной на гипотенузу, равна 3, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $P \in (0;\ \mathbf{21})$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $P \in [\mathbf{21};\ 22)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $P \in [22;\ 23)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $P \in [23;\ 24)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $P \in [24;\ 999)$

3. В равнобедренном треугольнике длина высоты, опущенной на основание, в 4 раза больше радиуса вписанного круга. Тангенс угла при основании равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\sqrt{5}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\sqrt{8}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\sqrt{11}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{12}$

4. Радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами $AB = BC = 25$, $AC = 48$, лежит в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $R \in (1;\ 44{,}5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $R \in (44{,}5;\ 45]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $R \in (45;\ 45{,}5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $R \in (45{,}5;\ 46]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $R \in (46;\ 100)$

5. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 и 12. Разность длин катетов треугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Если солнце находится на 60° выше горизонта, длина тени вертикального столба равна 15 м. Какую длину будет иметь тень к тому моменту, когда солнце будет находиться на 30° выше горизонта?

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}$ м $\boxed{\mathbf{2}}$ $15\sqrt{3}$ м $\boxed{\mathbf{3}}$ 30 м $\boxed{\mathbf{4}}$ 45 м $\boxed{\mathbf{5}}$ 22,5 м

Вариант 2

1. Если в треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $AC = 42$, длина высоты, опущенной на основание AC, равна 7, то угол при основании равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\operatorname{arctg} 3$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{7}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\operatorname{arctg}\dfrac{2}{3}$

2. Если P — периметр прямоугольного треугольника, длина гипотенузы которого равна 11, а длина высоты, опущенной на гипотенузу, равна 4, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $P \in (0;\ \mathbf{28})$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $P \in [\mathbf{28};\ 29)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $P \in [29;\ 30)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $P \in [30;\ 31)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $P \in [31;\ 999)$

3. В равнобедренном треугольнике длина высоты, опущенной на основание, в 5 раз больше радиуса вписанного круга. Тангенс угла при основании равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{5}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\sqrt{8}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\sqrt{10}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\sqrt{9}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{15}$

4. Радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами $AB = BC = 5$, $AC = 6$, лежит в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $R \in (1;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $R \in (3;\ 3{,}1]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $R \in (3{,}1;\ 3{,}2]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $R \in (3{,}2;\ 3{,}3]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $R \in (3{,}3;\ 100)$

5. В треугольнике точка касания вписанной окружности делит одну из сторон на отрезки длиной 13 и 27. Разность длин двух других сторон равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Если солнце находится на 45° выше горизонта, длина тени вертикального столба равна 10 м. Какую длину будет иметь тень к тому моменту, когда солнце будет находиться на 30° выше горизонта?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 30 м $\boxed{\mathbf{2}}$ $10\sqrt{3}$ м $\boxed{\mathbf{3}}$ 10 м $\boxed{\mathbf{4}}$ $5\sqrt{3}$ м $\boxed{\mathbf{5}}$ $3,(3)$ м

Тема 62. Биссектриса треугольника

Вариант 1

1. Если L — длина биссектрисы треугольника со сторонами 9, 12, 7, проведенной к стороне 7, то L^2 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. В треугольнике биссектриса угла, образованного сторонами $AB = 16$ и $AC = 20$, рассекает сторону BC на отрезки, меньший из которых имеет длину 12. Длина большего из этих отрезков равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 14 $\boxed{\mathbf{2}}$ 18 $\boxed{\mathbf{3}}$ 20 $\boxed{\mathbf{4}}$ 16 $\boxed{\mathbf{5}}$ 15

3. Если биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника рассекает высоту на части, равные 51 и 24, то длина боковой стороны равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. В равнобедренном треугольнике ABC, $AB = BC$, проведена биссектриса AD угла BAC, точка D лежит на BC, длины отрезков $AC = 6$ и $BD = 8$. Величина периметра треугольника ABC равна натуральному числу, сумма цифр которого равна

$\boxed{1}$ 4 $\boxed{2}$ 12 $\boxed{3}$ 8 $\boxed{4}$ 10 $\boxed{5}$ 3

5. В треугольнике ABC даны стороны $BC = 8$, $CA = 10$, $AB = 13$. Найдите отношение, в котором точка пересечения биссектрис делит биссектрису угла B.

$\boxed{1}$ $13:10$ $\boxed{2}$ $21:10$ $\boxed{3}$ $12:7$ $\boxed{4}$ $16:7$ $\boxed{5}$ $15:8$

6. В треугольнике ABC длины сторон $AB = 5$, $BC = 2$, $AC = 4$, проведены биссектрисы AM, BN, CK, причем $M \in BC$, $N \in AC$, $K \in AB$. В каком отношении делит биссектриса CK отрезок MN (считая от точки M)?

$\boxed{1}$ $10:11$ $\boxed{2}$ $8:9$ $\boxed{3}$ $5:6$ $\boxed{4}$ $7:9$ $\boxed{5}$ $9:11$

7. В треугольнике ABC биссектрисы AM, BN, CK пересекаются в точке O, $M \in BC$, $N \in AC$, $K \in AB$, отношение сторон $BC : AC : AB = 5 : 6 : 8$. Площадь треугольника AKO равна 84. Площадь треугольника BMO равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

Вариант 2

1. Если L — длина биссектрисы треугольника со сторонами 15, 18, 11, проведенной к стороне 11, то L^2 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{1}$ 1 $\boxed{2}$ 2 $\boxed{3}$ 3 $\boxed{4}$ 4 $\boxed{5}$ 0

2. В треугольнике биссектриса угла, образованного сторонами $AB = 16$ и $AC = 24$, рассекает сторону BC на отрезки, меньший из которых имеет длину 12. Длина большего из этих отрезков равна

$\boxed{1}$ 18 $\boxed{2}$ 14 $\boxed{3}$ 24 $\boxed{4}$ 16 $\boxed{5}$ 20

3. Если биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника рассекает высоту на части, равные 185 и 60, то длина основания равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

4. В равнобедренном треугольнике ABC, $AB = BC$, проведена биссектриса AD угла BAC, точка D лежит на BC, длины отрезков $AC = 15$ и $BD = 4$. Величина периметра треугольника ABC равна натуральному числу, сумма цифр которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 7 $\boxed{\mathbf{2}}$ 6 $\boxed{\mathbf{3}}$ 12 $\boxed{\mathbf{4}}$ 8 $\boxed{\mathbf{5}}$ 10

5. В треугольнике ABC даны стороны $BC = 6$, $CA = 7$, $AB = 10$. Найдите отношение, в котором точка пересечения биссектрис делит биссектрису угла B.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $13 : 10$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $21 : 10$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $12 : 7$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $16 : 7$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $15 : 8$

6. В треугольнике ABC длины сторон $AB = 6$, $BC = 3$, $AC = 4$, проведены биссектрисы AM, BN, CK, причем $M \in BC$, $N \in AC$, $K \in AB$. В каком отношении делит биссектриса CK отрезок MN (считая от точки M)?

$\boxed{\mathbf{1}}$ $10 : 11$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $9 : 10$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $7 : 9$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $8 : 9$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $9 : 11$

7. В треугольнике MNK биссектрисы MH, NS, KT пересекаются в точке O, $H \in NK$, $S \in MK$, $T \in MN$, отношение сторон $NK : MK : MN = 9 : 8 : 7$. Площадь треугольника MTO равна 120. Площадь треугольника NHO равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Тема 63. Медиана и высота треугольника
Вариант 1

1. Если m — длина медианы треугольника со сторонами 3, 5, 6, проведенной к стороне 6, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $m^2 \in (0;\ \mathbf{8})$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $m^2 \in [\mathbf{8};\ 9)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $m^2 \in [9;\ 10)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $m^2 \in [10;\ 11)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $m^2 \in [11;\ 999)$

2. Длина высоты h треугольника со сторонами 40, 42, 13, опущенной на сторону длиной 13, находится в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $h \in (0;\ 39]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $h \in (39;\ 40]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $h \in (40;\ 41]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $h \in (41;\ 42]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $h \in (42;\ 999)$

3. В треугольнике основание равно 30, а высота и медиана, проведенные к основанию, равны соответственно 12 и 13. Длина меньшей боковой стороны b удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $b \in [0;\ 14)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $b \in [14;\ 15)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $b \in [15;\ 16)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $b \in [16;\ 17)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $b \in [17;\ 99)$

4. В треугольнике ABC проведены биссектриса BM и высота BN, причем $M \in AC$ и $N \in AC$, длины отрезков $AM = 16$, $MN = 3$, $NC = 1$. При этих условиях квадрат высоты BN равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. В треугольнике PQR длины сторон $PQ = 5$, $QR = 3$, $PR = 6$, проведены биссектриса QM и медиана QN, причем $M \in PR$ и $N \in PR$. Найдите длину отрезка MN и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $MN \in (0;\ 0,25]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $MN \in (0,25;\ 0,5]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $MN \in (0,5;\ 0,75]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $MN \in (0,75;\ 1,25]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $MN \in (1,25;\ 999)$

Вариант 2

1. Если m — длина медианы треугольника со сторонами 4, 8, 10, проведенной к стороне 10, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $m^2 \in (0;\ \mathbf{13})$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $m^2 \in [\mathbf{13};\ 14)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $m^2 \in [14;\ 15)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $m^2 \in [15;\ 16)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $m^2 \in [16;\ 999)$

2. Длина высоты h треугольника со сторонами 20, 13, 21, опущенной на сторону длиной 21, находится в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $h \in (0;\ 10]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $h \in (10;\ 11]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $h \in (11;\ 12]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $h \in (12;\ 13]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $h \in (13;\ 999)$

3. В треугольнике основание равно 16, а высота и медиана, проведенные к основанию, равны соответственно 12 и 13. Длина большей боковой стороны b удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $b \in [0;\ 14)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $b \in [14;\ 15)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $b \in [15;\ 16)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $b \in [16;\ 17)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $b \in [17;\ 99)$

4. В треугольнике ABC проведены биссектриса BM и высота BN, причем $M \in AC$ и $N \in AC$, длины отрезков $AM = 8$, $MN = 3$, $NC = 1$. При этих условиях квадрат высоты BN равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. В треугольнике ABC длины сторон $AB = 6$, $BC = 9$, $AC = 5$, проведены биссектриса BM и медиана BN, причем $M \in AC$ и $N \in AC$. Найдите длину отрезка MN и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $MN \in (0;\ 0,25]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $MN \in (0,25;\ 0,5]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $MN \in (0,5;\ 0,75]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $MN \in (0,75;\ 1,25]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $MN \in (1,25;\ 999)$

Тема 64. Площадь треугольника
Вариант 1

1. Точка P находится на продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B, $BP = 2\,AB$. Точка Q находится на продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C, $CQ = 3\,BC$. Точка R находится на продолжении стороны AC треугольника ABC за точку A, $AR = 4\,AC$. Отношение площадей треугольников $S_{PQR} : S_{ABC}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. В треугольнике ABC известны длина стороны $AB = 14$ и два угла, $\angle A = \operatorname{arctg}\dfrac{2}{3}$, $\angle B = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{2}$. Площадь треугольника ABC равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Прямая делит каждую из двух боковых сторон треугольника ABC в отношении $3 : 2$, считая от их общей вершины A, при этом образуются треугольник AMN и четырехугольник $MNCB$. Площадь треугольника AMN относится к площади четырехугольника $MNCB$ как

$\boxed{\mathbf{1}}$ $9 : 16$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $4 : 9$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $9 : 4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $3 : 2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $9 : 25$

4. Прямая, непараллельная основанию, делит каждую из двух боковых сторон треугольника ABC в отношении $3 : 2$, при этом образуются треугольник AMN и четырехугольник $MNCB$. Площадь треугольника AMN равна 42. Площадь четырехугольника $MNCB$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Точка M находится на продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B, $BM = 7\,AB$. Точка N находится на продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C, причем $15\,CN = 7\,BC$. Найдите $\dfrac{S_{BMN}}{S_{ACN}}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Если площадь треугольного пшеничного поля, две стороны которого равны 6 км и 8 км, принимает наибольшее возможное значение, то третья сторона равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 км $\boxed{\mathbf{2}}$ 9 км $\boxed{\mathbf{3}}$ 7 км $\boxed{\mathbf{4}}$ 8 км $\boxed{\mathbf{5}}$ 10 км

7. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Сколько найдется таких точек M, лежащих внутри $ABCD$, что треугольники ABM и CDM будут равновелики и одновременно BCM и ADM будут равновелики?

$\boxed{\mathbf{1}}$ одна $\boxed{\mathbf{2}}$ две $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре $\boxed{\mathbf{5}}$ пять или больше

Вариант 2

1. Точка P находится на продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B, $BP = 2\,AB$. Точка Q находится на продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C, $CQ = 3\,BC$. Точка R находится на продолжении стороны AC треугольника ABC за точку A, $AR = 3\,AC$. Отношение площадей треугольников $S_{PQR} : S_{ABC}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. В треугольнике ABC известны длина стороны $AB = 26$ и два угла, $\angle A = \operatorname{arctg}\dfrac{3}{4}$, $\angle B = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{3}$. Площадь треугольника

ABC равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Прямая делит каждую из двух боковых сторон треугольника ABC в отношении $3:4$, считая от их общей вершины A, при этом образуются треугольник AMN и четырехугольник $MNCB$. Площадь треугольника AMN относится к площади четырехугольника $MNCB$ как

$\boxed{\mathbf{1}}$ $3:4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $9:16$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $9:40$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $9:25$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $3:7$

4. Прямая, непараллельная основанию, делит каждую из двух боковых сторон треугольника ABC в отношении $3:4$, при этом образуются треугольник AMN и четырехугольник $MNCB$. Площадь треугольника AMN равна 36. Площадь четырехугольника $MNCB$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Точка M находится на продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B, $BM = 7\,AB$. Точка N находится на продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C, причем $9\,CN = 7\,BC$. Найдите $\dfrac{S_{BMN}}{S_{ACN}}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Если площадь треугольного пшеничного поля, две стороны которого равны 12 км и 9 км, принимает наибольшее возможное значение, то третья сторона равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 км $\boxed{\mathbf{2}}$ 15 км $\boxed{\mathbf{3}}$ 18 км $\boxed{\mathbf{4}}$ $10,5$ км $\boxed{\mathbf{5}}$ 16 км

7. Дан треугольник ABC. Сколько найдется таких точек M, что треугольники ABM, BCM и CAM будут равновелики?
1 одна **2** две **3** три **4** четыре **5** пять или больше

Тема 65. Теоремы синусов и косинусов
Вариант 1

1. Сторона треугольника, вписанного в окружность радиуса 5, лежащая против угла 45°, равна
1 $3\sqrt{2}$ **2** $5\sqrt{2}$ **3** 5 **4** $2\sqrt{5}$ **5** $3\sqrt{5}$

2. Если длина стороны треугольника на 80% больше радиуса описанной около треугольника окружности, то синус противолежащего угла треугольника равен
1 $0,5$ **2** $0,6$ **3** $0,7$ **4** $0,8$ **5** $0,9$

3. В треугольнике длина основания равна 6, а величины углов, прилежащих к основанию, равны 60° и 45°. Найдите величину площади треугольника.
1 $9\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$ **2** $9(\sqrt{3}-1)$ **3** $6\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$ **4** $6(\sqrt{3}-1)$
5 $3\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

4. Две стороны треугольника длиной 5 и 10 образуют тупой угол, синус которого равен $0,8$. Третья сторона треугольника равна
1 $\sqrt{65}$ **2** $\sqrt{125}$ **3** $\sqrt{135}$ **4** $\sqrt{185}$ **5** $\sqrt{165}$

5. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 5$, $BC = \sqrt{45}$ и величина $\angle A = \arccos(-0{,}8)$. Найдите длину стороны AB и укажите верное утверждение.
1 $AB \in (0;\ 2]$ **2** $AB \in (2;\ 2,5]$ **3** $AB \in (2,5;\ 3]$
4 $AB \in (3;\ 3,5]$ **5** $AB \in (3,5;\ 999)$

6. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 9$, $BC = \sqrt{153}$ и величина $\angle A = \arccos\left(-\dfrac{1}{3}\right)$. Найдите длину стороны AB и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $AB \in (0;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $AB \in (4;\ 5]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $AB \in (5;\ 6]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $AB \in (6;\ 7]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $AB \in (7;\ 999)$

7. Треугольник ABC вписан в окружность, площадь которой равна 52π. Длина стороны $AC = 10$, а угол, лежащий против стороны BC, равен 120°. Пусть x — длина стороны AB. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (0;\ 2,5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [2,5;\ 3,5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [3,5;\ 4,5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [4,5;\ 5,5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [5,5;\ 999)$

Вариант 2

1. Радиус окружности, описанной около треугольника, в котором сторона $\sqrt{6}$ лежит против угла 15°, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{9}+\sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\sqrt{12}+\sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\sqrt{9}+\sqrt{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\sqrt{12}+\sqrt{6}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{6}+\sqrt{3}$

2. Если длина стороны треугольника равна радиусу описанной около треугольника окружности, то синус противолежащего угла треугольника равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0,4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $0,5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $0,6$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $0,7$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3. В треугольнике длина основания равна 6, а величины углов, прилежащих к основанию, равны 30° и 45°. Найдите величину площади треугольника.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $9\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $9(\sqrt{3}-1)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $6\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $6(\sqrt{3}-1)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $3\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

4. Две стороны треугольника длиной 15 и 3 образуют тупой угол, синус которого равен $0,6$. Третья сторона треугольника равна

1 $\sqrt{162}$ **2** $\sqrt{180}$ **3** $\sqrt{306}$ **4** $\sqrt{288}$ **5** $\sqrt{144}$

5. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 5$, $BC = \sqrt{52}$ и величина $\angle A = \arccos(-0{,}6)$. Найдите длину стороны AB и укажите верное утверждение.

1 $AB \in (0;\ 2]$ **2** $AB \in (2;\ 2,5]$ **3** $AB \in (2,5;\ 3]$

4 $AB \in (3;\ 3,5]$ **5** $AB \in (3,5;\ 999)$

6. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 13$, $BC = \sqrt{211}$ и величина $\angle A = \arccos(-0{,}25)$. Найдите длину стороны AB и укажите верное утверждение.

1 $AB \in (0;\ 4]$ **2** $AB \in (4;\ 5]$ **3** $AB \in (5;\ 6]$ **4** $AB \in (6;\ 7]$

5 $AB \in (7;\ 999)$

7. Треугольник ABC вписан в окружность, площадь которой равна 67π. Длина стороны $AC = 11$, а угол, лежащий против стороны BC, равен 120°. Пусть x — длина стороны AB. Укажите верное утверждение.

1 $x \in (0;\ 2,5)$ **2** $x \in [2,5;\ 3,5)$ **3** $x \in [3,5;\ 4,5)$

4 $x \in [4,5;\ 5,5)$ **5** $x \in [5,5;\ 999)$

Тема 66. Окружности
Вариант 1

1. Найдите длину дуги, которая опирается на вписанный угол величиной 45° в окружности, радиус которой равен 6.

1 π **2** 3π **3** $1,5\pi$ **4** 4π **5** 6π

2. Точка C делит хорду AB окружности радиуса 21 на отрезки $AC = 19$ и $CB = 8$. Найдите наибольшее возможное расстояние от точки C до точки на окружности и укажите отстаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. В угол, равный 60°, вписаны две окружности, извне касающиеся друг друга. Радиус меньшей окружности равен 1, радиус большей окружности равен R. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $R \in (1;\ 1{,}71)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $R \in [1{,}71;\ 2{,}23)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $R \in [2{,}23;\ 3{,}47)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $R \in [3{,}47;\ 4{,}61)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $R \in [4{,}61;\ 999)$

4. Из точки A проведена касательная AB к окружности с центром O, точка B лежит на окружности, $AB = 18$. Через точку A проведена также прямая, проходящая через точку O, пересекающая окружность в точках C и D, точка D лежит между A и C, $AC = 36$. Диаметр окружности равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Стороны треугольника $AB = 7$, $BC = 8$ и $AC = 9$. Отношение радиуса вписанной окружности к радиусу описанной окружности лежит в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{r}{R} \in (0;\ 0,45)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{r}{R} \in [0,45;\ 0,475)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{r}{R} \in [0,475;\ 0,5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{r}{R} \in [0,5;\ 0,525)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{r}{R} \in [0,525;\ 1)$

6. Около остроугольного треугольника BCD описана окружность, и к ней в точке C проведена касательная CA. Другая окружность касается прямой BD в точке D, проходит через точку C и второй раз пересекает прямую CA в точке A. Известно, что $AD = 25$, $BC = 36$, $BD = 32$. Длина стороны AC, представленная в виде десятичной дроби, содержит на первом месте после запятой цифру

1 1 или 6 **2** 2 или 7 **3** 3 или 8 **4** 4 или 9 **5** 5 или 0

7. В круге расстояние между параллельными хордами длиной 10 и 24 равно 17. Площадь круга равна

1 144π **2** 196π **3** 169π **4** 289π **5** 225π

8. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$ так, что $\angle ABD = 52^\circ$, $\angle BDA = 47^\circ$, $\angle CAD = 53^\circ$. Угловая мера дуги BC, не содержащей точек A и D, равна

1 48° **2** 56° **3** 72° **4** 112° **5** 96°

9. Радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами $AB = BC = 10$, $AC = 16$, лежит в пределах

1 $R \in (1;\ 8]$ **2** $R \in (8;\ 8{,}1]$ **3** $R \in (8{,}1;\ 8{,}2]$ **4** $R \in (8{,}2;\ 8{,}3]$

5 $R \in (8{,}3;\ 100)$

Вариант 2

1. Найдите длину дуги, которая опирается на вписанный угол величиной 60° в окружности, радиус которой равен 12.

1 2π **2** 3π **3** 8π **4** 16π **5** 4π

2. Точка C делит хорду AB окружности радиуса 17 на отрезки $AC = 11$ и $CB = 3$. Найдите наибольшее возможное расстояние от точки C до точки на окружности и укажите отстаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

3. В угол, равный 30°, вписаны две окружности, извне касающиеся друг друга. Радиус меньшей окружности равен 1, радиус большей окружности равен R. Укажите верное утверждение.

1 $R \in (1;\ 1{,}51)$ **2** $R \in [1{,}51;\ 2{,}01)$ **3** $R \in [2{,}01;\ 2{,}51)$

4 $R \in [2{,}51;\ 3{,}01)$ **5** $R \in [3{,}01;\ 999)$

4. Из точки A проведена касательная AB к окружности с центром O, точка B лежит на окружности, $AB = 24$. Через точку A проведена также прямая, проходящая через точку O, пересекающая окружность в точках C и D, точка D лежит между A и C, $AC = 36$. Диаметр окружности равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

5. Стороны треугольника $AB = 8$, $BC = 9$ и $AC = 11$. Отношение радиуса вписанной окружности к радиусу описанной окружности лежит в пределах

1 $\dfrac{r}{R} \in (0;\ 0,45)$ **2** $\dfrac{r}{R} \in [0,45;\ 0,475)$ **3** $\dfrac{r}{R} \in [0,475;\ 0,5)$

4 $\dfrac{r}{R} \in [0,5;\ 0,525)$ **5** $\dfrac{r}{R} \in [0,525;\ 1)$

6. Около остроугольного треугольника BCD описана окружность, и к ней в точке C проведена касательная CA. Другая окружность касается прямой BD в точке D, проходит через точку C и второй раз пересекает прямую CA в точке A. Известно, что $AD = 36$, $BC = 25$, $BD = 29$. Длина стороны AC, представленная в виде десятичной дроби, содержит на первом месте после запятой цифру

1 1 или 6 **2** 2 или 7 **3** 3 или 8 **4** 4 или 9 **5** 5 или 0

7. В круге радиуса 13 расстояние между двумя параллельными хордами длиной 10 и 24, расположенными по разные стороны от центра круга, равно

1 13 **2** 14 **3** 15 **4** 16 **5** 17

8. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$ так, что $\angle ABD = 73^\circ$, $\angle BDA = 57^\circ$, $\angle CAD = 43^\circ$. Угловая мера дуги BC, не содержащей точек A и D, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 28° $\boxed{\mathbf{2}}$ 16° $\boxed{\mathbf{3}}$ 32° $\boxed{\mathbf{4}}$ 14° $\boxed{\mathbf{5}}$ 24°

9. Радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами $AB = BC = 5$, $AC = 8$, лежит в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $R \in (1;\ 3,9]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $R \in (3,9;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $R \in (4;\ 4,1]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $R \in (4,1;\ 4,2]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $R \in (4,2;\ 100)$

Тема 67. Многоугольники

Вариант 1

1. Укажите радиус окружности, вписанной в ромб со стороной 5, одна из диагоналей которого равна 8.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $1,2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $2,4$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 2

2. Средняя линия трапеции с основаниями 11 и 7 делит площадь трапеции в отношении

$\boxed{\mathbf{1}}$ $11:7$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $7:6$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $5:4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $6:5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $11:9$

3. В параллелограмме $ABCD$ дано: $AB = 3\sqrt{3}$, $BC = 2$, $\angle BAD = 30^\circ$. Длина диагонали AC равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{22}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $2\sqrt{13}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ 7 $\boxed{\mathbf{4}}$ $5\sqrt{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $2\sqrt{10}$

4. Внутри ромба нарисован квадрат со сторонами длиной 11, все вершины которого лежат на сторонах ромба. Если к тому же длины диагоналей ромба равны различным натуральным числам, то остаток от деления длины большей диагонали на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Основания трапеции равны $AD = 9$ и $BC = 4$. Боковые стороны трапеции отсекают от прямой, параллельной основанию, отрезок MN, длина которого равна 6. Найдите отношение площади трапеции $AMND$ к площади трапеции $MBCN$.

1 2,4 **2** 2,25 **3** 2,5 **4** 2,75 **5** 2,69

6. Длины оснований трапеции равны 20 и 30. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основанию. Длина отрезка этой прямой между точками ее пересечения с боковыми сторонами равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

7. Площадь трапеции равна 108, длины оснований относятся как $1:2$. Прямая, параллельная основанию, делит боковые стороны в отношении $1:5$, считая от меньшего основания. Площадь меньшего четырехугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

8. Площадь трапеции равна 27, длины оснований относятся как $1:2$. Прямая, непараллельная основанию, делит боковые стороны в отношении $1:2$. Найдите площадь меньшего четырехугольника.

1 11 **2** 10 **3** 8 **4** 12 **5** 9

9. Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 30, острый угол при основании равен $45°$. Боковая сторона трапеции равна

1 $\sqrt{60}$ **2** $\sqrt[4]{1800}$ **3** $\sqrt{30}$ **4** 30 **5** $\sqrt[4]{1200}$

10. Если острый угол при основании равнобедренной трапеции равен $\arcsin\frac{3}{5}$ и в трапецию можно вписать окружность, радиус которой равен 1, то радиус описанной около нее окружности лежит в пределах

1 $R \in (1;\ 2{,}5)$ **2** $R \in [2{,}5;\ 3)$ **3** $R \in [3;\ 3{,}5)$ **4** $R \in [3{,}5;\ 4)$

5 $R \in [4;\ 999)$

11. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции расстояние от центра этого круга до дальней вершины в 2 раза больше радиуса круга, то тангенс острого угла трапеции равен

1 $0,96$ **2** $\sqrt{3}$ **3** $\dfrac{2}{3}$ **4** $0,25$ **5** $0,75$

Вариант 2

1. Укажите радиус окружности, вписанной в ромб со стороной 13, одна из диагоналей которого равна 10.

1 5 **2** $3\dfrac{1}{13}$ **3** $4,(3)$ **4** $4\dfrac{8}{13}$ **5** $3,(6)$

2. Средняя линия трапеции с основаниями 11 и 3 делит площадь трапеции в отношении

1 $9:4$ **2** $11:3$ **3** $7:4$ **4** $9:5$ **5** $8:5$

3. В параллелограмме $ABCD$ дано: $AB = 9$, $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle BAD = 30^\circ$. Длина диагонали AC равна

1 $3\sqrt{13}$ **2** $\sqrt{39}$ **3** $3\sqrt{7}$ **4** $2\sqrt{13}$ **5** $7\sqrt{3}$

4. Внутри ромба нарисован квадрат со сторонами длиной 17, все вершины которого лежат на сторонах ромба. Если к тому же длины диагоналей ромба равны различным натуральным числам, то остаток от деления длины большей диагонали на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

5. Основания трапеции равны $AD = 9$ и $BC = 3$. Боковые стороны трапеции отсекают от прямой, параллельной основанию, отрезок MN, длина которого равна 7. Найдите отношение площади трапеции $AMND$ к площади трапеции $MBCN$.

1 0,8 **2** 0,9 **3** 1,1 **4** 1,15 **5** 1,(1)

6. Длины оснований трапеции равны 110 и 90. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основанию. Длина отрезка этой прямой между точками ее пересечения с боковыми сторонами равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

7. Площадь трапеции равна 48, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, параллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 1 : 3, считая от меньшего основания. Площадь меньшего четырехугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

8. Площадь трапеции равна 48, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, непараллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 1 : 3. Найдите площадь меньшего четырехугольника.

1 20 **2** 19 **3** 18 **4** 17 **5** 16

9. Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 40, тупой угол равен 150°. Боковая сторона трапеции равна

1 $\sqrt{40}$ **2** $\sqrt[4]{1800}$ **3** $\sqrt{80}$ **4** $\sqrt[4]{1200}$ **5** $\sqrt{60}$

10. Если отношение радиусов описанной и вписанной в равнобедренную трапецию окружностей равно 18, то острый угол при основании этой трапеции равен $\arcsin(k^{-1})$, где

1 $k \in (1;\ 3)$ **2** $k \in [3;\ 4)$ **3** $k \in [4;\ 5)$ **4** $k \in [5;\ 6)$

5 $k \in [6;\ 999)$

11. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции расстояние от центра этого круга до дальней вершины в 10 раз больше радиуса круга, то косинус острого угла трапеции равен
$\boxed{\mathbf{1}}$ $0,96$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $0,99$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $0,92$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $0,98$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $0,84$

Тема 68. Стереометрия
Вариант 1

1. Точка M находится на расстояниях $\sqrt{15}$ и 6 от двух параллельных прямых и на расстоянии $\sqrt{11}$ от плоскости, проходящей через эти прямые. Наибольшее возможное расстояние между прямыми равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен
$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Все ребра треугольной пирамиды равны между собой. Найдите угол между медианой одной из ее граней и скрещивающимся с этой медианой ребром пирамиды.
$\boxed{\mathbf{1}}$ $\arccos\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\arccos\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\arccos\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\arccos\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $\arccos\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$

3. Найдите величину угла между скрещивающимися диагоналями соседних граней куба.
$\boxed{\mathbf{1}}$ $\arccos\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\arccos\sqrt{\dfrac{1}{3}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\arccos\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\arccos(0)$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $\arccos\dfrac{1}{2}$

4. Найдите величину угла между боковым ребром и основанием правильной четырехугольной пирамиды, если величина угла между апофемой боковой грани и основанием равна γ.

1 $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{tg}\gamma\right)$ **2** $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\operatorname{tg}\gamma\right)$ **3** $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\gamma\right)$
4 $\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\gamma\right)$ **5** $\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\operatorname{tg}\gamma\right)$

5. Найдите наименьшее возможное значение длины ребра куба, одна грань которого лежит в плоскости основания правильной четырехугольной пирамиды, а четыре вершины другой грани — на ее боковой поверхности, если сторона основания пирамиды равна a, а высота равна h.

1 $\frac{ah}{a+h\sqrt{2}}$ **2** $\frac{ah}{a+h}$ **3** $\frac{2ah}{a+2h}$ **4** $\frac{2ah}{a+h}$ **5** $\frac{ah}{a\sqrt{2}+h}$

6. Найдите площадь сечения куба с единичным ребром плоскостью, проходящей через середины двух смежных ребер и через центр куба.

1 $\sqrt{3}$ **2** $\frac{8\sqrt{2}}{9}$ **3** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **4** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **5** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

7. Плоскость проходит через вершины A_1 и C_1 и через середину бокового ребра DD_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, высота которой равна 6, а длина ребра основания — 4. Найдите площадь сечения.

1 $25\sqrt{3}$ **2** $24\sqrt{3}$ **3** $16\sqrt{6}$ **4** $12\sqrt{6}$ **5** 36

Вариант 2

1. Точка M находится на расстояниях $\sqrt{38}$ и 7 от двух параллельных прямых и на расстоянии $\sqrt{13}$ от плоскости, проходящей через эти прямые. Точка N находится на расстояниях 7 и $\sqrt{38}$ от тех же прямых. Наибольшее возможное расстояние между точками M и N равно

1 $\sqrt{135}$ **2** $\sqrt{86}$ **3** $\sqrt{53}$ **4** $\sqrt{173}$ **5** $\sqrt{52}$

2. Найдите величину угла между боковым ребром и основанием правильного тетраэдра.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\arccos\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\arccos\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\arccos\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\arccos\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\arccos\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$

3. Найдите величину угла между между скрещивающимися главной диагональю куба и диагональю грани.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\arccos\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\arccos\sqrt{\dfrac{1}{3}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\arccos\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\arccos(0)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\arccos\dfrac{1}{2}$

4. Найдите величину угла между боковым ребром и основанием правильной треугольной пирамиды, если величина угла между апофемой боковой грани и основанием равна γ.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\operatorname{arctg}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{tg}\gamma\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\operatorname{arctg}\left(\dfrac{1}{2}\operatorname{tg}\gamma\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\operatorname{arctg}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\gamma\right)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\operatorname{arctg}\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\gamma\right)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\operatorname{arctg}\left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\operatorname{tg}\gamma\right)$

5. Найдите длину ребра куба, одна грань которого лежит в плоскости основания правильной треугольной пирамиды, а четыре вершины другой грани — на ее боковой поверхности, если сторона основания пирамиды равна a, а высота равна h.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{ah\sqrt{2}}{a\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})h}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{ah\sqrt{3}}{a\sqrt{3}+(2+\sqrt{3})h}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{ah\sqrt{3}}{a\sqrt{2}+(3+\sqrt{2})h}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{ah\sqrt{2}}{a\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})h}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{ah\sqrt{2}}{a\sqrt{2}+(2+\sqrt{3})h}$

6. Плоскость проходит через центр куба и рассекает два смежных ребра нижнего основания на отрезки, длины которых относятся как $1:2$ и $2:1$, считая от общей вершины этих ребер.

Эта же плоскость рассекает одно из боковых ребер на отрезки, длины которых относятся как

1 3 : 1 **2** 4 : 1 **3** 5 : 1 **4** 5 : 2 **5** 3 : 2

7. Плоскость проходит через вершины A_1 и C_1 и через середину бокового ребра EE_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, высота которой равна 15, а длина ребра основания — 12. Найдите площадь сечения.

1 $145\sqrt{6}$ **2** $144\sqrt{6}$ **3** $195\sqrt{3}$ **4** $215\sqrt{3}$ **5** 296

Контрольные работы

Вариант 3-11

1. Холодильник, стоивший 10 тыс. руб., подорожал на 9%. Через месяц он подешевел также на 9%. После этого его цена, выраженная в рублях, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

2. Укажите числовое значение выражения $\log_2\left(3^{\log_9 8}\right)$.

1 3 **2** $\frac{3}{2}$ **3** 4 **4** $\frac{2}{3}$ **5** 2

3. Укажите сумму всех корней уравнения $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$, принадлежащих отрезку $-\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{2}$.

1 $\frac{\pi}{3}$ **2** $\frac{2\pi}{3}$ **3** π **4** $\frac{4\pi}{3}$ **5** $\frac{5\pi}{3}$

4. Решите уравнение $(9\sqrt{3})^x = 27$.

1 $x = \frac{4}{3}$ **2** $x = \frac{3}{2}$ **3** $x = 2$ **4** $x = \frac{5}{3}$ **5** $x = \frac{6}{5}$

5. Наименьшее значение параметра b, при котором уравнение $x^2 - 12x + 46 = b$ имеет по крайней мере один корень, — натуральное число. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

6. Значение выражения $2^{2\log_4 24 + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

7. Укажите наименьшее целочисленное решение неравенства $\log_3(8x) \geqslant 3$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2 $\boxed{\mathbf{2}}$ 4 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 5 $\boxed{\mathbf{5}}$ 1

8. Решите неравенство $\sin x < \dfrac{1}{2}$ (в ответах $n \in \mathbf{Z}$).

$\boxed{\mathbf{1}}$ $2\pi n - \dfrac{7\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $2\pi n + \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{5\pi}{6}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $2\pi n - \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $2\pi n + \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{11\pi}{6}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $2\pi n - \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{7\pi}{6}$

9. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $5^{x-1} + 5^{3-x} \leqslant 26$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно или ни одного $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре

$\boxed{\mathbf{5}}$ пять или больше пяти

10. Если график функции $y = 2^x$ сдвинуть влево вдоль оси x на 3 единицы и затем сжать вдоль оси y в 4 раза, то получится график функции

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = 2^x$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = 2^{x+1}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = 2^{x-2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y = 2^{x+2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $y = 2^{x-3}$

11. Если гипербола $y = \dfrac{b}{4x}$, $b \neq 0$, и прямая $y = 8 - 4x$ имеют единственную общую точку, то b — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

12. Все решения неравенства $\log_4(-\sin x) > \log_4(-\cos x)$, принадлежащие промежутку $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\left(\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\left(\pi;\ \frac{5\pi}{4}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\left(\frac{5\pi}{4};\ \frac{3\pi}{2}\right)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\left(0;\ \frac{\pi}{4}\right) \bigcup \left(\frac{5\pi}{4};\ \frac{7\pi}{4}\right)$

13. Если $x = \dfrac{4\log_7 6 - 2\log_7 3}{\log_{\sqrt{7}} 12}$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-999;\ 1{,}5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [1{,}5;\ 2{,}5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [2{,}5;\ 3{,}5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [3{,}5;\ 4{,}5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [4{,}5;\ 999)$

14. Все решения неравенства $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-x} \geqslant \dfrac{49}{9}$ образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \leqslant 2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \leqslant -2$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \geqslant 2$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \geqslant -2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-2 \leqslant x \leqslant 2$

15. Укажите множество значений функции
$y = \log_{0,2}\left(-x^2 - 4x - 3,96\right)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-\infty;\ -2]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(-\infty;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ -2] \bigcup [2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[-2;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $[2;\ +\infty)$

16. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $4\cos^2 x + 4\sin x - 4 = p$ имеет хотя бы одно решение, принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $p \in (-\infty;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $p \in (1;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $p \in (2;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $p \in (3;\ 4]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $p \in (4;\ +\infty)$

17. Все значения параметра p, при которых хотя бы одно число $x \in [4;\ 9]$ является решением неравенства $|x - p| \leqslant 6$, образуют промежуток, длина которого — натуральное число. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

18. В классе 33 ученика, 14 из них изучают английский язык, 18 — французский, а 7 учеников не изучают ни одного иностранного языка. Сколько учеников изучают одновременно английский и французский языки?

1 3 **2** 4 **3** 5 **4** 6 **5** 1

19. Произведение всех различных корней уравнения $\cos(2\arcsin x) = -x$ равно

1 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **2** 1 **3** -1 **4** $\frac{1}{2}$ **5** $-\frac{1}{2}$

20. Найдите наибольшее положительное значение параметра p, при котором уравнение $|x-8| + 5 = \frac{5x}{p}$ имеет единственный корень, и укажите верное утверждение.

1 $p_{\max} \in [-\infty;\ 5)$ **2** $p_{\max} \in [5;\ 6)$ **3** $p_{\max} \in [6;\ 7)$

4 $p_{\max} \in [7;\ 8)$ **5** $p_{\max} \in [8;\ +\infty)$

21. Укажите первую цифру после запятой в представлении суммы всех различных корней уравнения $x^{\log_6(6x)-2} = 36$ в виде десятичной дроби.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 5 **5** 7

22. Сколько имеется целых чисел, которые не принадлежат множеству значений функции $y = \log_{(6x-x^2-7)} 32$?

1 одно или ни одного **2** два **3** три **4** четыре

5 пять или больше пяти

23. Все решения неравенства $\arcsin(x) \leqslant \arcsin(4x-1)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{1}{8}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{1}{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{1}{10}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{1}{12}$

24. Наименьшее значение функции $y = \left(\log_{\sqrt{3}} x\right) \cdot \left(\log_{\sqrt{3}}(81x)\right) + 27$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

25. Если Билл увеличит производительность своего труда на 60%, а Джек уменьшит на 60% по сравнению с планом, то они вместе выполнят всю работу за 3 дня. Если Билл уменьшит производительность на 50%, а Джек увеличит на 50% по сравнению с планом, то они выполнят работу за 4 дня. Отношение плановой производительности Билла к плановой производительности Джека равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $15:7$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $9:5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $12:7$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $3:5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $12:5$

26. Сумма всех различных значений параметра p, при которых уравнение $(p-3)x^2 + (p-7)x + p - 5 = 0$ имеет единственный корень, является натуральным числом. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

27. Все значения параметра a, для которых система уравнений $\begin{cases} y = \sqrt{2x - x^2}, \\ x + y = a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $a \in [2;\ 1+\sqrt{2})$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $a \in [1;\ \sqrt{2})$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $a \in [2;\ 2\sqrt{2})$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $a \in (\sqrt{2}-1;\ \sqrt{2}+1)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $a \in (1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2})$

28. Сумма всех корней уравнения $3^x \cdot 61^{\left(-\frac{1}{x}\right)} = 217$ принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-999;\ 3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[3;\ 4)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[4;\ 5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[5;\ 6)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[6;\ 999)$

29. Если значение параметра k таково, что уравнение $x = kx^5 + 8$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $12,5$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 10 $\boxed{\mathbf{3}}$ 8 $\boxed{\mathbf{4}}$ 12 $\boxed{\mathbf{5}}$ $7,5$

30. Если x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin(23x) + \sin(239x) = \sin(39x) + \sin(255x)$, то значение выражения $\pi \cdot x_1^{-1}$ является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Вариант 3-12

1. Холодильник, стоивший 10 тыс. руб., подорожал на 6%. Через месяц он подешевел также на 6%. После этого его цена, выраженная в рублях, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Укажите числовое значение выражения $\log_3\left(2^{\log_4 27}\right)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2 $\boxed{\mathbf{2}}$ 3 $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{2}{3}$

3. Укажите сумму всех корней уравнения $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$, принадлежащих отрезку $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{3\pi}{2}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{2\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ π $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{4\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{5\pi}{3}$

4. Решите уравнение $(3\sqrt{3})^x = 81$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = 2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \dfrac{4}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \dfrac{8}{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \dfrac{5}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = \dfrac{8}{5}$

5. Наименьшее значение параметра b, при котором уравнение $x^2 - 14x + 56 = b$ имеет по крайней мере один корень, — натуральное число. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

6. Значение выражения $2^{2\log_4 12 + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{3}{2}\right)}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

7. Укажите наименьшее целочисленное решение неравенства $\log_{0,5}(15x) \leqslant -6$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2 $\boxed{\mathbf{2}}$ 4 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 3 $\boxed{\mathbf{5}}$ 6

8. Решите неравенство $\sin x > \dfrac{1}{2}$ (в ответах $n \in \mathbf{Z}$).

$\boxed{\mathbf{1}}$ $2\pi n - \dfrac{7\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $2\pi n + \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{5\pi}{6}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $2\pi n - \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $2\pi n + \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{11\pi}{6}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $2\pi n - \dfrac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \dfrac{7\pi}{6}$

9. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $4^x + 4^{3-x} \leqslant 20$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно или ни одного $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре

$\boxed{\mathbf{5}}$ пять или больше пяти

10. Если график функции $y = 9^x$ сдвинуть вправо вдоль оси x на 1,5 единицы и затем растянуть вдоль оси y в 3 раза, то получится график функции

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = 9^x$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = 9^{x+1}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = 9^{x+2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y = 9^{x-1}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $y = 9^{x-2}$

11. Если гипербола $y = \dfrac{b}{4x}$, $b \neq 0$, и прямая $y = 6 - 4x$ имеют единственную общую точку, то b — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

12. Все решения неравенства $\log_3(-\sin x) > \log_3(\cos x)$, принадлежащие промежутку $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\left(\dfrac{7\pi}{4};\ 2\pi\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\left(\dfrac{3\pi}{2};\ \dfrac{7\pi}{4}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\left(\pi;\ \dfrac{5\pi}{4}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\left(\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{3\pi}{4}\right)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\left(\dfrac{3\pi}{4};\ \dfrac{7\pi}{4}\right)$

13. Если $x = \dfrac{4\log_7 9 + 2\log_{49} 81}{\log_{\sqrt{7}}(3\sqrt{3})}$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-999;\ 1{,}5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [1{,}5;\ 2{,}5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [2{,}5;\ 3{,}5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [3{,}5;\ 4{,}5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [4{,}5;\ 999)$

14. Все решения неравенства $\left(\dfrac{3}{8}\right)^{-x} \geqslant 7{,}(1)$ образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $-2 \leqslant x \leqslant 2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \leqslant 2$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \leqslant -2$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \geqslant 2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \geqslant -2$

15. Укажите множество значений функции

$y = \log_{\frac{1}{3}}\left(-x^2 - 6x - 8\dfrac{8}{9}\right)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ -2]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(-\infty;\ 2]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ -2] \bigcup [2;\ +\infty)$

16. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $3\sin^2 x + 2\cos x + \dfrac{2}{3} = p$ имеет хотя бы одно решение, принадлежит промежутку

1 $p \in (-\infty;\ 1]$ **2** $p \in (1;\ 2]$ **3** $p \in (2;\ 3]$ **4** $p \in (3;\ 4]$

5 $p \in (4;\ +\infty)$

17. Все значения параметра p, при которых хотя бы одно число $x \in [3;\ 11]$ является решением неравенства $|x-p| \leqslant 9$, образуют промежуток, длина которого — натуральное число. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

18. В классе 30 учеников, 14 из них изучают английский язык, 18 — французский, а 6 учеников не изучают ни одного иностранного языка. Сколько учеников изучают одновременно английский и французский языки?

1 6 **2** 8 **3** 10 **4** 12 **5** 2

19. Произведение всех различных корней уравнения $\cos(2\arccos x) = -x$ равно

1 1 **2** -1 **3** $\dfrac{1}{2}$ **4** $-\dfrac{1}{2}$ **5** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

20. Найдите наибольшее положительное значение параметра p, при котором уравнение $|x-6|+2 = \dfrac{2x}{p}$ имеет единственный корень, и укажите верное утверждение.

1 $p_{\max} \in [-\infty;\ 5)$ **2** $p_{\max} \in [5;\ 6)$ **3** $p_{\max} \in [6;\ 7)$

4 $p_{\max} \in [7;\ 8)$ **5** $p_{\max} \in [8;\ +\infty)$

21. Укажите величину целой части корня квадратного из суммы всех корней уравнения $x^{\log_3(3x)-5} = \dfrac{1}{27}$.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 5 **5** 7

22. Сколько имеется целых чисел, которые не принадлежат множеству значений функции $y = \log_{(8x-x^2-13)} 81$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно или ни одного $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре

$\boxed{\mathbf{5}}$ пять или больше пяти

23. Все решения неравенства $\arcsin(x) \leqslant \arcsin(3x-1)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{1}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{1}{12}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{1}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{1}{8}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{1}{3}$

24. Наименьшее значение функции
$y = \big(\log_5 x\big) \cdot \big(\log_5(625x)\big) + 17$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

25. Если Билл увеличит производительность своего труда на 20%, а Джек уменьшит на 20% по сравнению с планом, то они вместе выполнят всю работу за 3 дня. Если Билл уменьшит производительность на 30%, а Джек увеличит на 30% по сравнению с планом, то они выполнят работу за 4 дня. Отношение плановой производительности Билла к плановой производительности Джека равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 5 : 3 $\boxed{\mathbf{2}}$ 7 : 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 7 : 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 3 : 7 $\boxed{\mathbf{5}}$ 3 : 5

26. Сумма всех различных значений параметра p, при которых уравнение $(p-2)x^2 + (p-3)x + p - 4 = 0$ имеет единственный корень, является натуральным числом. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

27. Все значения параметра a, для которых система уравнений $\begin{cases} y = \sqrt{2x - x^2}, \\ y = x + a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $a \in [1;\ \sqrt{2})$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $a \in [0;\ \sqrt{2} - 1)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $a \in (1 - \sqrt{2};\ 0]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $a \in (-\sqrt{2} - 1;\ \sqrt{2} - 1)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $a \in (1 - \sqrt{2};\ 1 + \sqrt{2})$

28. Сумма всех корней уравнения $2^x \cdot 19^{\left(-\frac{1}{x}\right)} = 117$ принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-999;\ 3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[3;\ 4)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[4;\ 5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[5;\ 6)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[6;\ 999)$

29. Если значение параметра k таково, что уравнение $x = kx^5 + 6$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $12,5$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 10 $\boxed{\mathbf{3}}$ $7,5$ $\boxed{\mathbf{4}}$ 6 $\boxed{\mathbf{5}}$ 12

30. Если x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin(25x) + \sin(237x) = \sin(37x) + \sin(249x)$, то значение выражения $\pi \cdot x_1^{-1}$ является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Вариант 3-21

1. Решите уравнение $(3\sqrt{3})^{0,5\cdot x} = 9$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = 2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \dfrac{4}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \dfrac{8}{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \dfrac{5}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = \dfrac{8}{5}$

2. Укажите все положительные значения параметра p, при которых наибольшее значение функции $2px - x^2$ меньше 4.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $p \in (0;\ 2)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $p \in (2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $p \in (0;\ 4)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $p \in (4;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $p \in (2;\ 4)$

3. Найдите длину высоты, опущенной на основание, в равнобедренном треугольнике, длина основания которого равна 12, а длина боковой стороны равна 10.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 4 $\boxed{\mathbf{2}}$ 3 $\boxed{\mathbf{3}}$ 12 $\boxed{\mathbf{4}}$ 8 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

4. В прошлом году акция компании "Кокос" стоила 100 руб. В январе этого года акция стала дороже на 20%, в феврале она стала дороже еще на 30%. На сколько рублей возросла стоимость акции с прошлого года?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 50 $\boxed{\mathbf{2}}$ 54 $\boxed{\mathbf{3}}$ 53 $\boxed{\mathbf{4}}$ 56 $\boxed{\mathbf{5}}$ 64

5. Наименьшее положительное число, принадлежащее множеству значений функции $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}\cos x + \sin x + 2}$, равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $2 + \sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 1 $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{3 - \sqrt{2}}{7}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\sqrt{3} - 1$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $2 - \sqrt{3}$

6. Решите неравенство $32^{-x} < \dfrac{1}{16}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (0,8;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in (-\infty;\ 0,8)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in (1,25;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in (-\infty;\ -0,8)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in (-\infty;\ 1,25)$

7. Укажите числовое значение выражения $\log_3\left(2^{\log_{32} 81}\right)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{5}{4}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{3}{5}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{4}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{5}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{4}{3}$

8. В равнобедренном треугольнике MNK боковые стороны $MN = NK$, проведена биссектриса ML, причем $MK = 28$, $NL = 9$. Найдите длину отрезка $LK = x$ и укажите верное утверждение.

1 $x \in (0;\ 6]$ **2** $x \in (6;\ 8]$ **3** $x \in (8;\ 10]$ **4** $x \in (10;\ 12]$

5 $x \in (12;\ 999)$

9. Все решения неравенства $\cos^4\left(\frac{x}{2}\right) \geqslant \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{5}{16}$, принадлежащие промежутку $x \in \left[-\pi;\ \pi\right]$, образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{\pi}{3}$ **2** $\frac{2\pi}{3}$ **3** π **4** $\frac{4\pi}{3}$ **5** $\frac{5\pi}{3}$

10. Наименьшее положительное значение параметра p, при котором уравнение $x + \frac{49}{x} = p$ имеет ровно один корень, равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

11. Расходы на заработную плату составляют 80% общих расходов фирмы. Если величина заработной платы (в рублях) уменьшится в 12 раз при неизменных прочих расходах (в рублях), то после этого расход на заработную плату составит от общих расходов фирмы

1 $6,(6)\%$ **2** 6% **3** 25% **4** 36% **5** 68%

12. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $\log_{0,5} x > -1$?

1 одно **2** два **3** три **4** четыре или больше четырех

5 ни одного

13. Число A, равное значению выражения $\dfrac{\log_2 20}{\log_{20} 2} - \dfrac{\log_2 5}{\log_{80} 2}$, принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $A \in (-999;\ 0]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $A \in (0;\ 1{,}5]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $A \in (1{,}5;\ 2{,}5]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $A \in (2{,}5;\ 5]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $A \in (5;\ 999)$

14. Площадь трапеции равна 192, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, параллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 3 : 5, считая от меньшего основания. Площадь меньшего четырехугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

15. Если включить первый насос на 7 ч, а второй — на 9 ч, то они заполнят водой 47% бака. Если включить первый насос на 9 ч, а второй — на 7 ч, они заполнят 59% бака. Какая часть бака будет заполнена, если на протяжении 16 ч первый насос будет наливать, а второй — откачивать воду из бака?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 84% $\boxed{\mathbf{2}}$ 72% $\boxed{\mathbf{3}}$ 64% $\boxed{\mathbf{4}}$ 96% $\boxed{\mathbf{5}}$ 92%

16. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin(15x) + \sin(19x) = \sin(27x) + \sin(31x)$, то значение выражения $\dfrac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

17. Число, равное разности наибольшего и наименьшего решений неравенства $16^x - 25 \cdot 12^x + 144 \cdot 9^x \leqslant 0$, принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-99; 0,5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0,5;\ 1)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[1;\ 1,5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[1,5;\ 2)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[2;\ 99)$

18. Все значения параметра p, при которых любое решение неравенства $|x - 11| \leqslant 7$ является также решением неравенства

$|x-p| \leqslant 21$, образуют отрезок, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

19. Производительность труда Джека уменьшилась на 18%. На сколько процентов нужно повысить свою производительность труда Биллу по сравнению с плановой, чтобы время совместного выполнения работы не изменилось, если плановая производительность труда Билла на 20% больше, чем тот же показатель Джека?

1 20% **2** 15% **3** 10% **4** 12% **5** 18%

20. Все решения неравенства $x^{0,5\cdot\log_2 x} \leqslant \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ образуют промежуток, длина которого, записанная в виде десятичной дроби, содержит на первом месте после запятой цифру

1 4 **2** 6 **3** 3 **4** 9 **5** 7

21. В треугольнике ABC известны длины сторон $BC = 13$ и $AC = 6$, а также угол $\alpha = 60^\circ$, лежащий против стороны BC. Пусть c — длина стороны AB. Укажите верное утверждение.

1 $0 < c \leqslant 14$ **2** $14 < c \leqslant 15$ **3** $15 < c \leqslant 16$ **4** $16 < c \leqslant 17$

5 $17 < c \leqslant 19$

22. Если x — корень уравнения $2\arcsin\left(\sin\dfrac{\pi x}{2}\right) = \dfrac{11\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 30, то значение выражения $(x-15)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

23. Найдите наименьшее натуральное число a, при котором уравнение $x + \dfrac{432}{\sqrt{x}} = a$ имеет по крайней мере один положительный корень, и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

24. Сумма всех различных целочисленных значений параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} \sqrt{x(10-x)} \leqslant \sqrt{9}, \\ \sqrt{(x-a)(5-x+a)} \leqslant \sqrt{4} \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

25. Число S, равное сумме всех различных корней уравнения $3^{(2^x)} \cdot 191^{(2^{-x})} = 38652$, удовлетворяет условию

1 $S \in (-999;\ 0)$ **2** $S \in [0;\ 1)$ **3** $S \in [1;\ 2)$ **4** $S \in [2;\ 3)$

5 $S \in [3;\ 999)$

26. Наименьшее значение функции $-\log_3(\sin^2 x) - \log_{\sin x} 81$ на промежутке $x \in \left(0;\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ лежит в пределах

1 $-\infty < y_{\min} \leqslant 4,5$ **2** $4,5 < y_{\min} \leqslant 5$ **3** $5 < y_{\min} \leqslant 5,5$

4 $5,5 < y_{\min} \leqslant 6$ **5** $6 < y_{\min} \leqslant 999$

27. Точка P находится на продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B, $BP = 2\,AB$. Точка Q находится на продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C, $CQ = 2\,BC$. Точка R находится на продолжении стороны AC треугольника ABC за точку A, $AR = 3\,AC$. Отношение площадей треугольников $S_{PQR} : S_{ABC}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

28. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p, при которых система уравнений $\begin{cases} y = 2\sin\left|\arcsin\dfrac{x}{2}\right|, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

29. Если S — сумма всех различных корней уравнения $\sin(7x) - 6\sin(5x) + 16\sin(3x) - 25\sin(x) = 0$, принадлежащих промежутку $\left[0;\ \dfrac{3\pi}{2}\right]$, то значение выражения $\dfrac{6 \cdot S}{\pi}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

30. Число A, равное сумме всех различных корней уравнения $2\sqrt{\log^2_{64}(x-2)} = 1 - \log_8(2x+1)$, удовлетворяет условиям

1 $A \in (-\infty;\ 4,5]$ **2** $A \in [4,5;\ 5,5)$ **3** $A \in [5,5;\ 6,5)$

4 $A \in [6,5;\ 7,5)$ **5** $A \in [7,5;\ +\infty)$

Вариант 3-22

1. Решите уравнение $(3\sqrt{3})^{2x} = 81$.

1 $x = \dfrac{3}{4}$ **2** $x = \dfrac{4}{3}$ **3** $x = 2$ **4** $x = \dfrac{5}{3}$ **5** $x = \dfrac{6}{5}$

2. Укажите все положительные значения параметра p, при которых наибольшее значение функции $4px - x^2$ меньше 36.

1 $p \in (0;\ 6)$ **2** $p \in (6;\ +\infty)$ **3** $p \in (0;\ 3)$ **4** $p \in (3;\ +\infty)$

5 $p \in (3;\ 6)$

3. Найдите длину высоты, опущенной на основание, в равнобедренном треугольнике, длина основания которого равна 16, а длина боковой стороны равна 10.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{89}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 9 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 8 $\boxed{\mathbf{5}}$ 6

4. В прошлом году акция компании "Кокос" стоила 100 руб. В январе этого года акция стала дороже на 40%, в феврале она стала дороже еще на 30%. На сколько рублей возросла стоимость акции с прошлого года?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 70 $\boxed{\mathbf{2}}$ 77 $\boxed{\mathbf{3}}$ 76 $\boxed{\mathbf{4}}$ 96 $\boxed{\mathbf{5}}$ 82

5. Наименьшее положительное число, принадлежащее множеству значений функции $y = \dfrac{1}{2\sin x + \cos x + 2}$, равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{5}+2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{1}{5}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\sqrt{5}-2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{3}+2$

6. Решите неравенство $16^{-x} < \dfrac{1}{32}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-\infty;\ -0,8)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in (1,25;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in (-\infty;\ 0,8)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in (0,8;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in (-\infty;\ 1,25)$

7. Укажите числовое значение выражения $\log_2\left(3^{\log_{243} 64}\right)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{5}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{3}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{5}{4}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{6}{5}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{4}{3}$

8. В равнобедренном треугольнике MNK боковые стороны $MN = NK$, проведена биссектриса ME, причем $MK = 36$, $NE = 25$. Найдите длину отрезка $EK = x$ и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (0;\ 15]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in (15;\ 16]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in (16;\ 17]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in (17;\ 18]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in (18;\ 999)$

9. Все решения неравенства $\cos^4\left(\frac{x}{2}\right) \geqslant \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{4}$, принадлежащие промежутку $x \in \left[-\pi;\ \pi\right]$, образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{\pi}{3}$ **2** $\frac{2\pi}{3}$ **3** π **4** $\frac{4\pi}{3}$ **5** $\frac{5\pi}{3}$

10. Наименьшее положительное значение параметра p, при котором уравнение $x + \frac{81}{x} = p$ имеет ровно один корень, равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

11. Расходы на заработную плату составляют 25% общих расходов фирмы. Если величина заработной платы (в рублях) уменьшится в 8 раз при неизменных прочих расходах (в рублях), то после этого расход на заработную плату составит от общих расходов фирмы

1 5% **2** 3,125% **3** 12% **4** 6% **5** 4%

12. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $\log_{0,2}(10x) > -2$?

1 одно **2** два **3** три **4** четыре или больше четырех

5 ни одного

13. Число A, равное значению выражения $\frac{\log_4 12}{\log_{12} 4} - \frac{\log_4 6}{\log_{24} 4}$, принадлежит промежутку

1 $A \in (-999;\ 0]$ **2** $A \in (0;\ 1]$ **3** $A \in (1;\ 2]$ **4** $A \in (2;\ 3]$

5 $A \in (3;\ 999)$

14. Площадь трапеции равна 147, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, параллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 1 : 6, считая от меньшего основания. Площадь меньшего четырехугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

[1] 1 **[2]** 2 **[3]** 3 **[4]** 4 **[5]** 0

15. Если включить первый насос на 5 ч, а второй на 8 ч, то они заполнят водой 63% бака. Если включить первый насос на 8 ч, а второй на 5 ч, они заполнят 77% бака. Какая часть бака будет заполнена, если на протяжении 18 ч первый насос будет наливать, а второй — откачивать воду из бака?

[1] 84% **[2]** 72% **[3]** 64% **[4]** 96% **[5]** 92%

16. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin(11x) + \sin(17x) = \sin(25x) + \sin(31x)$, то значение выражения π/x равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

[1] 1 **[2]** 2 **[3]** 3 **[4]** 4 **[5]** 0

17. Число, равное разности наибольшего и наименьшего решений неравенства $16^x - 7 \cdot 12^x + 12 \cdot 9^x \leqslant 0$, принадлежит промежутку

[1] $(-99; 0]$ **[2]** $(0;\ 0,5]$ **[3]** $(0,5;\ 1]$ **[4]** $(1;\ 1,5]$ **[5]** $(1,5;\ 99)$

18. Все значения параметра p, при которых любое решение неравенства $|x - 8| \leqslant 12$ является также решением неравенства $|x - p| \leqslant 27$, образуют отрезок, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

[1] 1 **[2]** 2 **[3]** 3 **[4]** 4 **[5]** 0

19. Производительность труда Джека уменьшилась на 46%. На сколько процентов нужно повысить свою производительность труда Биллу по сравнению с плановой, чтобы время совместного выполнения работы не изменилось, если плановая производительность труда Билла на 15% больше, чем тот же показатель Джека?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 40% $\boxed{\mathbf{2}}$ 61% $\boxed{\mathbf{3}}$ 60% $\boxed{\mathbf{4}}$ 30% $\boxed{\mathbf{5}}$ 44%

20. Все решения неравенства $x^{0{,}5\cdot\log_2 x} \leqslant 4\sqrt{x^3}$ образуют промежуток, длина которого, записанная в виде десятичной дроби, содержит на первом месте после запятой цифру

$\boxed{\mathbf{1}}$ 6 $\boxed{\mathbf{2}}$ 4 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5 $\boxed{\mathbf{4}}$ 9 $\boxed{\mathbf{5}}$ 3

21. В остроугольном треугольнике ABC известны длины сторон $BC = 11$ и $AC = 8$, а также угол $\alpha = 60^\circ$, лежащий против стороны BC. Пусть c — длина стороны AB. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0 < c \leqslant 10$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $10 < c \leqslant 11$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $11 < c \leqslant 12$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $12 < c \leqslant 13$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $13 < c \leqslant 19$

22. Если x — корень уравнения $2\arcsin\left(\sin\dfrac{\pi x}{2}\right) = \dfrac{13\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 26, то значение выражения $(x-13)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

23. Найдите наименьшее натуральное число a, при котором уравнение $x + \dfrac{250}{\sqrt{x}} = a$ имеет по крайней мере один положительный корень, и укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

24. Сумма всех различных целочисленных значений параметра a, при которых система неравенств

$\begin{cases} \sqrt{x(13-x)} \leqslant \sqrt{12}, \\ \sqrt{(x-a)(4-x+a)} \leqslant \sqrt{3} \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

25. Число S, равное сумме всех различных корней уравнения $4^{(3^x)} \cdot 19^{(3^{-x})} = 94873$, удовлетворяет условию

1 $S \in (-999;\ 0)$ **2** $S \in [0;\ 1)$ **3** $S \in [1;\ 2)$ **4** $S \in [2;\ 3)$

5 $S \in [3;\ 999)$

26. Наименьшее значение функции $-2\log_5(\cos x) - \log_{\cos x} 625$ на промежутке $x \in \left(0;\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ лежит в пределах

1 $-\infty < y_{\min} \leqslant 4$ **2** $4 < y_{\min} \leqslant 4,5$ **3** $4,5 < y_{\min} \leqslant 5$

4 $5 < y_{\min} \leqslant 5,5$ **5** $5,5 < y_{\min} \leqslant 999$

27. Точка P находится на продолжении стороны AB треугольника ABC за точку B, $BP = 2\,AB$. Точка Q находится на продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C, $CQ = 3\,BC$. Точка R находится на продолжении стороны AC треугольника ABC за точку A, $AR = 5\,AC$. Отношение площадей треугольников $S_{PQR} : S_{ABC}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

28. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p, при которых система уравнений $\begin{cases} y = 4\sin\left|\arcsin\dfrac{x}{4}\right|, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.
Остаток от деления N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

29. Если S — сумма всех различных корней уравнения $\sin(7x) - 7\sin(5x) + 18\sin(3x) - 28\sin(x) = 0$, принадлежащих промежутку $\big(0;\ 2\pi\big)$, то значение выражения $\dfrac{6 \cdot S}{\pi}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

30. Число A, равное сумме всех различных корней уравнения $2\sqrt{\log_4^2(x-2)} = 3 - \log_2(2x+1)$, удовлетворяет условиям

$\boxed{\mathbf{1}}$ $A \in (-\infty;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $A \in [4;\ 4,5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $A \in [4,5;\ 5,5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $A \in [5,5;\ 6,5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $A \in [6,5;\ +\infty)$

Вариант 3-31

1. Стиральная машина, стоившая 10 тыс. руб., стала дороже на 17%. Через год она стала дешевле на 14%. Теперь ее цена, выраженная в рублях, является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Числовое значение выражения $\log_{\sqrt[4]{6}} 216$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 36 $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{4}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ 16 $\boxed{\mathbf{4}}$ 12 $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{3}{4}$

3. Решите уравнение $\operatorname{tg} x \cdot (\cos x + \operatorname{ctg} x) + \sin x = 0$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-1)^m\dfrac{\pi}{3} + \pi m$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi m$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-1)^m\dfrac{\pi}{6} + \pi m$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\pm\dfrac{\pi}{6} + 2\pi m$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(-1)^{m+1}\dfrac{\pi}{6} + \pi m$, $m \in \mathbf{Z}$

4. Корень уравнения $5^x = 3^{-1}$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $5^{-\frac{1}{3}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $-\dfrac{3}{5}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $3^{-\frac{1}{5}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\log_5 3$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-\log_3 5$

5. Опрос прохожих на улицах Петербурга показал, что 61% из них учатся, 48% работают, 18% не учатся и не работают. Сколько прохожих одновременно учатся и работают?
1 48% **2** 34% **3** 27% **4** 37% **5** 43%

6. Укажите множество значений функции $y = 2 + 3^x$.
1 $[5;\ +\infty)$ **2** $(2;\ +\infty)$ **3** $(3;\ +\infty)$ **4** $[2;\ +\infty)$ **5** $(5;\ +\infty)$

7. Решите уравнение $\log_2 x = 3$.
1 $x = 2^3$ **2** $x = 3^2$ **3** $x = \log_3 2$ **4** $x = \log_2 3$ **5** $x = \sqrt{3}$

8. Множество всех решений неравенства $3^x + 3^{3-x} \leqslant 12$ является отрезком, длина которого равна
1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5

9. Если Билл увеличит свою производительность труда на 80%, а Джек уменьшит на 50% по сравнению с планом, то время совместного выполнения работы не изменится по сравнению с плановым, которое равно 30 дней. Биллу в одиночку на выполнение работы понадобится целое число дней. Укажите остаток от деления этого числа на 5.
1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

10. Укажите множество значений функции
$y = 1 - \log_2(2x + 4)$.
1 $(-\infty; 0)$ **2** $(-\infty;\ -1)$ **3** $(-\infty;\ 1)$ **4** $(-\infty;\ +\infty)$

5 $(-\infty;\ -2]$

11. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\cos(2004\,x) + \cos(1247\,x) = 0$, то значение выражения

$\dfrac{2\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

12. Множество всех решений неравенства $9 \cdot 2^{\left(\log_2^2 x\right)} \leqslant \dfrac{x^5}{8} + x^{\log_2 x}$ представляет собой промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 4 $\boxed{\mathbf{4}}$ 8 $\boxed{\mathbf{5}}$ 6

13. Значение выражения $\left(\log_2 81\right) \cdot \left(\log_3 25\right) \cdot \left(\log_5 16\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

14. Множество всех значений параметра b, при которых уравнение $\dfrac{21}{5 + 2\sin x} = b$ имеет хотя бы один корень, представляет промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 3 $\boxed{\mathbf{2}}$ 8 $\boxed{\mathbf{3}}$ 4 $\boxed{\mathbf{4}}$ 7 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2

15. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $\log_2(5 - x) \leqslant 2$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ ни одного $\boxed{\mathbf{2}}$ одно $\boxed{\mathbf{3}}$ два $\boxed{\mathbf{4}}$ три

$\boxed{\mathbf{5}}$ четыре или больше четырех

16. Значение выражения $\dfrac{6\log_7\left(\log_2 32 + \log_3 81\right) - 3\log_{49} 81}{\log_{\sqrt{7}}(\sqrt{3}\sqrt[4]{3})}$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

17. В равнобедренном треугольнике ABC, $AB = BC$, проведена биссектриса AD угла BAC, точка D лежит на BC, длины отрезков $AC = 4$ и $BD = 9$. Величина периметра треугольника ABC равна натуральному числу, сумма цифр которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 11 $\boxed{\mathbf{2}}$ 8 $\boxed{\mathbf{3}}$ 10 $\boxed{\mathbf{4}}$ 9 $\boxed{\mathbf{5}}$ 12

18. Наименьшее значение функции $y = 64^x - 8^{x+2} + 2004$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

19. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $3^x + 81 \cdot 3^{-x} \leqslant 30$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно или ни одного $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре

$\boxed{\mathbf{5}}$ пять или больше пяти

20. Пусть число $\mathcal{X}$ равно наименьшему положительному корню уравнения

$$\sin(x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) - \tfrac{1}{64\cos(x)} = 0.$$

Найдите значение выражения $\dfrac{\pi}{\mathcal{X}}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

21. Наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2) + \log_x 81$ на промежутке $x \in (1;\ +\infty)$ лежит в пределах

$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\infty < y_{\min} \leqslant 4,5$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $4,5 < y_{\min} \leqslant 5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $5 < y_{\min} \leqslant 5,5$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $5,5 < y_{\min} \leqslant 6$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $6 < y_{\min} \leqslant 999$

22. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 5$, $BC = \sqrt{65}$ и величина $\angle A = \arccos(-0{,}6)$. Найдите длину стороны AB и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $AB \in (0;\ 2,5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $AB \in (2,5;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $AB \in (3;\ 3,5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $AB \in (3,5;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $AB \in (4;\ 999)$

23. Число S, равное сумме всех различных целочисленных решений неравенства $\log_{15}\bigl(x^2 - 14x + 48\bigr) \leqslant 1$, принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (-999;\ 47]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in (47;\ 61]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in (61;\ 67]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in (67;\ 73]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in (73;\ 999)$

24. Предприниматель должен израсходовать в общей сложности 720 у.е. на закупку оборудования (4 у.е. за одну установку) и наем персонала (6 у.е. за человека в расчете на год), причем его доход равен численно произведению количества установок на численность персонала. Наибольший возможный доход равен (в у.е.)

$\boxed{\mathbf{1}}$ 4600 $\boxed{\mathbf{2}}$ 4800 $\boxed{\mathbf{3}}$ 5200 $\boxed{\mathbf{4}}$ 5400 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5600

25. Укажите множество значений функции $y = \log_{(x^2+25)} 5$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(0;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0,5;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(0;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(0;\ 0,5]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $(-\infty;\ 0) \bigcup [2;\ +\infty)$

26. Укажите наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $\sin^2 x + \cos x = p$ имеет хотя бы один корень.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1,125 $\boxed{\mathbf{2}}$ 1,25 $\boxed{\mathbf{3}}$ 1,75 $\boxed{\mathbf{4}}$ 1,5 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2

27. Все решения неравенства $\arcsin(4x - 3) \leqslant \arcsin(3 - 5x)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{1}{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{1}{7}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{1}{8}$

28. Уравнение
$\log_7(12x-1)\cdot\log_x(12x-1)=\log_7(12x-1)+\log_7\left(x^2\right)$ имеет корень, принадлежащий промежутку

1 $x\in(0,1;\ 0,125]$ **2** $x\in(0,125;\ 0,2]$ **3** $x\in(0,2;\ 0,25]$

4 $x\in(0,25;\ 0,334]$ **5** $x\in(0,334;\ 1)$

29. Площадь трапеции равна 75, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, непараллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 2 : 3. Найдите площадь меньшего четырехугольника.

1 29 **2** 30 **3** 31 **4** 32 **5** 33

30. Если число S равно сумме наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения
$5^{(\operatorname{tg} x)}\cdot 1250000^{(-\operatorname{ctg} x)}=50$, то число $T=\operatorname{tg} S$ удовлетворяет условию

1 $T\in(-999;\ 0,1)$ **2** $T\in[0,1;\ 0,1667)$ **3** $T\in[0,1667;\ 0,2)$

4 $T\in[0,2;\ 0,25)$ **5** $T\in[0,25;\ 999)$

Вариант 3-32

1. Стиральная машина, стоившая 10 тыс. руб., стала дороже на 13%. Через год она стала дешевле на 23%. Теперь ее цена, выраженная в рублях, является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

2. Числовое значение выражения $\log_{\sqrt[5]{3}} 81$ равно

1 20 **2** $\dfrac{4}{5}$ **3** 15 **4** $\dfrac{5}{4}$ **5** 9

3. Решите уравнение $\operatorname{ctg} x \cdot \sin x + 1 = -\cos x$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(-1)^m\dfrac{\pi}{3} + \pi m$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\pm\dfrac{\pi}{6} + 2\pi m$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-1)^m\dfrac{\pi}{6} + \pi m$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi m$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbf{Z}$

4. Корень уравнения $5^x = 3$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $5^{\frac{1}{3}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\log_5 3$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{3}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $3^{\frac{1}{5}}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\log_3 5$

5. Опрос прохожих на улицах Петербурга показал, что 46% из них учатся, 64% работают, 17% не учатся и не работают. Сколько прохожих одновременно учатся и работают?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 48% $\boxed{\mathbf{2}}$ 34% $\boxed{\mathbf{3}}$ 37% $\boxed{\mathbf{4}}$ 27% $\boxed{\mathbf{5}}$ 43%

6. Укажите множество значений функции $y = 3 + 2^x$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(3;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[4;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[3;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(4;\ +\infty)$

7. Решите уравнение $\log_3 x = 2$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = 2^3$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = 3^2$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \log_3 2$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \log_2 3$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = \sqrt{3}$

8. Множество всех решений неравенства $2^{x+1} + 2^{2-x} \leqslant 9$ является отрезком, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 5

9. Если Билл увеличит свою производительность труда на 80%, а Джек уменьшит на 30% по сравнению с планом, то время совместного выполнения работы не изменится по сравнению с плановым, которое равно 36 дней. Биллу в одиночку на выполнение работы понадобится целое число дней. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Укажите множество значений функции
$y = 1 + \log_2(2x + 4)$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[0;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[1;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(-\infty;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(0;\ +\infty)$

11. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\cos(2004\,x) + \cos(1494\,x) = 0$, то значение выражения $\dfrac{2\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

12. Множество всех решений неравенства $10 \cdot 3^{\left(\log_3^2 x\right)} \leqslant x^3 + x^{\log_3 x}$ представляет собой промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 4 $\boxed{\mathbf{4}}$ 6 $\boxed{\mathbf{5}}$ 8

13. Значение выражения $\left(\log_2 9\right) \cdot \left(\log_3 121\right) \cdot \left(\log_{11} 32\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

14. Множество всех значений параметра b, при которых уравнение $\dfrac{36}{11 - 7\sin x} = b$ имеет хотя бы один корень, представляет промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 14 $\boxed{\mathbf{2}}$ 18 $\boxed{\mathbf{3}}$ 8 $\boxed{\mathbf{4}}$ 9 $\boxed{\mathbf{5}}$ 7

15. Сколько целых чисел являются решениями неравенства $\log_2(4 - x) \leqslant 1$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ два или меньше двух $\boxed{\mathbf{2}}$ три $\boxed{\mathbf{3}}$ четыре $\boxed{\mathbf{4}}$ пять

$\boxed{\mathbf{5}}$ шесть или больше шести

16. Значение выражения $\dfrac{6\log_3 48 - 3\log_3\left(\log_{\sqrt{2}} 64 - \log_5 125\right)}{\log_{\sqrt{3}} 8}$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 $\boxed{\mathbf{2}}$ 10 $\boxed{\mathbf{3}}$ 9 $\boxed{\mathbf{4}}$ 6 $\boxed{\mathbf{5}}$ 4

17. В равнобедренном треугольнике ABC, $AB = BC$, проведена биссектриса AD угла BAC, точка D лежит на BC, длины отрезков $AC = 5$ и $BD = 16$. Величина периметра треугольника ABC равна натуральному числу, сумма цифр которого равна

1 7 **2** 9 **3** 8 **4** 12 **5** 10

18. Наименьшее значение функции $y = 144^x - 12^{x+1} + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

19. Сколько целочисленных решений имеет неравенство $5^x - 25 \cdot 5^{-x} \leqslant 24$?

1 одно или ни одного **2** два **3** три **4** четыре

5 пять или больше пяти

20. Пусть число $\mathcal{X}$ равно второму по величине положительному корню уравнения $\cos(x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) = \frac{1}{64\sin(x)}$. Найдите значение выражения $\dfrac{\pi}{\mathcal{X}}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

21. Наименьшее значение функции $y = \log_5(x^2) + 2\log_x 125$ на промежутке $x \in (1;\ +\infty)$ лежит в пределах

1 $-\infty < y_{\min} \leqslant 6,5$ **2** $6,5 < y_{\min} \leqslant 7$ **3** $7 < y_{\min} \leqslant 7,5$

4 $7,5 < y_{\min} \leqslant 8$ **5** $8 < y_{\min} \leqslant 999$

22. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 5$, $BC = \sqrt{41}$ и величина $\angle A = \arccos(-0{,}6)$. Найдите длину стороны AB и укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $AB \in (0;\ 1,5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $AB \in (1,5;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $AB \in (2;\ 2,5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $AB \in (2,5;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $AB \in (3;\ 999)$

23. Число S, равное сумме всех различных целочисленных решений неравенства $\log_{14}\bigl(x^2 - 13x + 36\bigr) \leqslant 1$, принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (-999;\ 19]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in (19;\ 22]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in (22;\ 24]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in (24;\ 28]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in (28;\ 999)$

24. Предприниматель должен израсходовать в общей сложности 1440 у.е. на закупку оборудования (18 у.е. за одну установку) и наем персонала (12 у.е. за человека в расчете на год), причем его доход равен численно произведению количества установок на численность персонала. Наибольший возможный доход равен (в у.е.)

$\boxed{\mathbf{1}}$ 2300 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2350 $\boxed{\mathbf{3}}$ 2400 $\boxed{\mathbf{4}}$ 2450 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2500

25. Укажите множество значений функции $y = \log_{(x^2+3)} 9$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(0;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(0;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(0;\ 0,5]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(-\infty;\ 0) \bigcup [1;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $[2;\ +\infty)$

26. Укажите наименьшее значение параметра p, при котором уравнение $\cos^2 x + \cos x = p$ имеет хотя бы один корень.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 0 $\boxed{\mathbf{2}}$ $-0{,}75$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $-0{,}25$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-0{,}5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ -1

27. Все решения неравенства $\arcsin(2x-3) \leqslant \arcsin(5-5x)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{1}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{1}{6}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{1}{7}$

28. Уравнение
$\log_8(45x+4)\cdot\log_x(45x+4)=\log_8(45x+4)+\log_8\left(x^2\right)$ имеет корень, принадлежащий промежутку
$\boxed{\mathbf{1}}$ $x\in(0,1;\ 0,125]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x\in(0,125;\ 0,2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x\in(0,2;\ 0,25]$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $x\in(0,25;\ 0,334]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x\in(0,334;\ 1)$

29. Площадь трапеции равна 48, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, непараллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 1 : 3. Найдите площадь меньшего четырехугольника.
$\boxed{\mathbf{1}}$ 20 $\boxed{\mathbf{2}}$ 19 $\boxed{\mathbf{3}}$ 18 $\boxed{\mathbf{4}}$ 17 $\boxed{\mathbf{5}}$ 16

30. Если число S равно сумме наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения
$2^{(\operatorname{tg} x)}\cdot 32000000^{(-\operatorname{ctg} x)}=20$, то число $T=\operatorname{tg} S$ удовлетворяет условию
$\boxed{\mathbf{1}}$ $T\in(-999;\ 0,1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $T\in[0,1;\ 0,1(6))$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $T\in[0,1(6);\ 0,2)$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $T\in[0,2;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $T\in[0,25;\ 999)$

Вариант 4-11

1. Телевизор, стоивший 10 тыс. руб., стал дороже на 19%. Через месяц он стал дороже еще на 14%. Теперь его цена, выраженная в рублях, является целым числом, остаток от деления которого на 5 равен
$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

2. Если a_n — арифметическая прогрессия, $a_1+a_4+a_{10}=12$, то значение выражения a_3+a_7 равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен
$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} y = |x|, \\ xy = 4\,? \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре или больше четырех

$\boxed{\mathbf{5}}$ решений нет

4. Множество всех решений уравнения $a^2x + 3 = 9x - a$ совпадает с множеством $(-\infty;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{1}}$ только при $a = 0$ $\boxed{\mathbf{2}}$ только при $a = 9$ $\boxed{\mathbf{3}}$ при $a = \pm 3$

$\boxed{\mathbf{4}}$ только при $a = 3$ $\boxed{\mathbf{5}}$ только при $a = -3$

5. Касательная к параболе $y = \dfrac{x^2}{2}$, проведенная через точку этой параболы с координатой $x = 2$, пересекает ось абсцисс в точке, координата x которой принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-999;\ 0,5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in (0,5;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in (1;\ 1,5]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in (1,5;\ 2]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in (2;\ 999)$

6. Угол между векторами $(3;\ 7)$ и $(5;\ 2)$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 45° $\boxed{\mathbf{2}}$ 60° $\boxed{\mathbf{3}}$ 135° $\boxed{\mathbf{4}}$ 90° $\boxed{\mathbf{5}}$ 30°

7. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют системе неравенств $4x \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 12x$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 8π $\boxed{\mathbf{2}}$ 128π $\boxed{\mathbf{3}}$ 24π $\boxed{\mathbf{4}}$ 36π $\boxed{\mathbf{5}}$ 32π

8. Найдите произведение всех различных значений параметра a, при которых уравнение $x^3 - ax^2 + 16x = 0$ имеет ровно два различных корня.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 64 $\boxed{\mathbf{2}}$ -64 $\boxed{\mathbf{3}}$ -16 $\boxed{\mathbf{4}}$ 256 $\boxed{\mathbf{5}}$ -256

9. Если первый член геометрической прогрессии с положительными членами равен $2-\sqrt{3}$, а третий равен $2+\sqrt{3}$, то четвертый член равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{7+4\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\sqrt{48}+\sqrt{56}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $7\sqrt{3}+4$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $7+4\sqrt{3}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{49}+\sqrt{243}$

10. За 12 дней совместной работы Билл и Джек строят 7 домов. Если Билл повысит свою производительность на 100%, то за 6 дней совместной работы они построят 5 домов. Сколько домов построят они за 12 дней совместной работы, если Билл еще раз повысит свою производительность на 100%?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 18 $\boxed{\mathbf{2}}$ 20 $\boxed{\mathbf{3}}$ 16 $\boxed{\mathbf{4}}$ 14 $\boxed{\mathbf{5}}$ 15

11. Если S — площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к графику функции $y=x^2$, проведенной через точку этого графика с абсциссой $x=6$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0<S<30$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $30\leqslant S<35$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $35\leqslant S<45$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $45\leqslant S<60$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $60\leqslant S<9999$

12. Если произведение первого и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии равно 11, а произведение второго и четвертого членов той же прогрессии равно 59, то разность прогрессии равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{5}$

13. Все значения параметра a, при которых графики функций $y=x^2+3x+2a$ и $y=x+1$ не имеют общих точек, образуют множество

$\boxed{\mathbf{1}}$ $(1;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $(-\infty;\ 1)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $(2;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $(-\infty;\ 2)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $(-1;\ 1)$

14. Сколько имеется целочисленных значений параметра b, при которых окружность $x^2+y^2=R^2$ радиуса $R=5$ и парабола $2y = x^2 - b$ имеют ровно четыре общие точки? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

15. В параллелограмме $ABCD$ вектор $\overrightarrow{AB} = (1;\ 3)$, вектор $\overrightarrow{BC} = (3;\ 1)$. Длина диагонали BD равна

1 $\sqrt{10}$ **2** 5 **3** $\sqrt{8}$ **4** 3 **5** $\sqrt{13}$

16. Функция $y = x^5 - x^6$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0;\ +\infty)$ в точке

1 $x = \dfrac{3}{4}$ **2** $x = \dfrac{4}{5}$ **3** $x = 0$ **4** $x = \dfrac{5}{6}$ **5** $x = \dfrac{6}{5}$

17. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 10 тыс. руб., процентная ставка составляет 10% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько процентов доход за четвертый год хранения больше дохода за второй год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась?

1 на 10% **2** на 20% **3** на 11% **4** на 21% **5** на 24%

18. Сумма всех различных значений параметра a, при которых гипербола $y = \dfrac{3x}{x-2}$ имеет единственную общую точку с прямой $y = a - 4x$, равна

1 16 **2** 24 **3** 14 **4** 12 **5** 22

19. Найдите площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых (x, y) удовлетворяют условиям $0 \leqslant y \leqslant 2 - ||x| - 1|$.

1 8 **2** 7 **3** 9 **4** 8,5 **5** 6

20. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если сумма всех членов прогрессии равна 2, а сумма квадратов всех членов этой прогрессии равна 8.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\dfrac{2}{7}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $-\dfrac{2}{9}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $-\dfrac{1}{8}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\dfrac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-\dfrac{1}{4}$

21. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $x^3-3x^2-9x+3=p$ имеет не менее двух различных корней, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

22. Три положительных числа являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. Если среднее из них увеличить в 5 раз, то они станут последовательными членами арифметической прогрессии. Число q, равное знаменателю исходной геометрической прогрессии, принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $q\in(1;\ 3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $q\in[3;\ 6)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $q\in[6;\ 8)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $q\in[8;\ 10)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $q\in[10;\ 999)$

23. Наименьшее значение параметра $R>0$, при котором система $\begin{cases} x^2+y^2=2Rx, \\ |x|+|y|=10 \end{cases}$ имеет ровно два решения, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

24. Сумма всех различных значений параметра p, при которых система $\begin{cases} \left(x-42-\dfrac{p}{4}\right)\cdot\left(x-42-\dfrac{p}{5}\right)\leqslant 0, \\ |x|\geqslant|p| \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

25. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $\dfrac{20x}{x^2+9} = p$ имеет единственный корень, удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $p_{\max} \in [0;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $p_{\max} \in (1;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $p_{\max} \in (2;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $p_{\max} \in (3;\ 4]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $p_{\max} \in (4;\ 999)$

26. Если точка M, лежащая на стороне AB треугольника ABC, делит сторону AB в отношении $8:7$ считая от точки A, то вектор $\overrightarrow{CM}$ можно представить в виде
$\overrightarrow{CM} = p\cdot\overrightarrow{CA} + q\cdot\overrightarrow{CB}$, где

$\boxed{\mathbf{1}}$ $p = \dfrac{8}{15},\ q = \dfrac{7}{15}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $p = \dfrac{7}{15},\ q = \dfrac{8}{15}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $p = \dfrac{7}{8},\ q = \dfrac{8}{7}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $p = \dfrac{8}{7},\ q = \dfrac{7}{8}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $p = \dfrac{7}{\sqrt{113}},\ q = \dfrac{8}{\sqrt{113}}$

27. Если значение параметра k таково, что уравнение $(x+6)^9 = kx$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-999;\ 0,5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in (0,5;\ 0,75]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in (0,75;\ 1]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in (1;\ 1,5]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in (1,5;\ 999]$

28. Рыбак должен израсходовать некоторую сумму денег на подкормку рыбы (3 у.е. за килограмм корма) и покупку удочек (5 у.е. за штуку), причем ожидаемый вес выловленной рыбы (в кг) равен численно произведению количества удочек на вес подкормки. Какова наименьшая сумма (в у.е.), при которой будет выловлено 960 кг рыбы?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 240 $\boxed{\mathbf{2}}$ 360 $\boxed{\mathbf{3}}$ 256 $\boxed{\mathbf{4}}$ 320 $\boxed{\mathbf{5}}$ 400

29. Множество точек на плоскости, для которых одновременно $0 \leqslant x \leqslant 4,\ \ 0 \leqslant y \leqslant 108,\ \ \log_x\left(\dfrac{y}{4}\right) \leqslant 3$, состоит из нескольких фигур, суммарная площадь которых равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

30. Если P — наименьшее положительное значение параметра p, при котором система уравнений $\begin{cases} \left(|x|-11\right)^2+\left(|y|-6\right)^2=122, \\ y=x-p \end{cases}$ имеет ровно три различных решения, то

1 $P\in(0;\ 2,5]$ **2** $P\in(2,5;\ 4,5]$ **3** $P\in(4,5;\ 6,5]$

4 $P\in(6,5;\ 8,5]$ **5** $P\in(8,5;\ 999)$

Вариант 4-12

1. Телевизор, стоивший 10 тыс. руб., стал дороже на 17%. Через месяц он стал дороже еще на 16%. Теперь его цена, выраженная в рублях, является целым числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

2. Если a_n — арифметическая прогрессия, $a_2+a_7+a_9=21$, то значение выражения a_4+a_8 равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

3. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} y=|x|, \\ y=x^2 \end{cases}$?

1 одно **2** два **3** три **4** четыре или больше четырех

5 решений нет

4. Множество всех решений уравнения $a^2x + 2 = 4x - a$ совпадает с множеством $(-\infty;\ +\infty)$

$\boxed{\mathbf{1}}$ только при $a = -4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ только при $a = 4$

$\boxed{\mathbf{3}}$ только при $a = -2$ $\boxed{\mathbf{4}}$ только при $a = 2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ при $a = \pm 2$

5. Касательная к параболе $y = \dfrac{x^2}{2}$, проведенная через точку этой параболы с координатой $x = 5$, пересекает ось абсцисс в точке, координата x которой принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in (-999;\ 0,5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in (0,5;\ 1]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in (1;\ 1,5]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in (1,5;\ 2]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in (2;\ 999)$

6. Угол между векторами $(-4;\ 7)$ и $(11;\ -3)$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 45° $\boxed{\mathbf{2}}$ 135° $\boxed{\mathbf{3}}$ 60° $\boxed{\mathbf{4}}$ 150° $\boxed{\mathbf{5}}$ 120°

7. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют системе неравенств $2x \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 8x$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 15π $\boxed{\mathbf{2}}$ 60π $\boxed{\mathbf{3}}$ 6π $\boxed{\mathbf{4}}$ 36π $\boxed{\mathbf{5}}$ 12π

8. Найдите произведение всех различных значений параметра a, при которых уравнение $x^3 - ax^2 + 20x = 0$ имеет ровно два различных корня.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 100 $\boxed{\mathbf{2}}$ -400 $\boxed{\mathbf{3}}$ 80 $\boxed{\mathbf{4}}$ 400 $\boxed{\mathbf{5}}$ -80

9. Если первый член геометрической прогрессии с положительными членами равен $\sqrt{3} + 1$, а третий равен $\sqrt{3} - 1$, то четвертый член равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{8} - \sqrt{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\sqrt{6} - 3$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\sqrt{12} - \sqrt{8}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $2\sqrt{3} - 3$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $2 - \sqrt{3}$

10. За 30 дней совместной работы Билл и Джек строят 61 дом. Если Билл повысит свою производительность на 20%, то за 30 дней совместной работы они построят 66 домов. Сколько домов построят они за 30 дней совместной работы, если Билл еще раз повысит свою производительность на 20%?

1 68 **2** 70 **3** 76 **4** 73 **5** 72

11. Если S — площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к графику функции $y = 2x^2$, проведенной через точку этого графика с абсциссой $x = 4$, то

1 $0 < S < 30$ **2** $30 \leqslant S < 35$ **3** $35 \leqslant S < 45$ **4** $45 \leqslant S < 60$

5 $60 \leqslant S < 9999$

12. Если произведение первого и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии равно 16, а произведение второго и четвертого членов той же прогрессии равно 19, то разность прогрессии равна

1 1 **2** $\sqrt{2}$ **3** $0{,}5 \cdot \sqrt{3}$ **4** 1,2 **5** $0{,}5 \cdot \sqrt{2}$

13. Все значения параметра a, при которых графики функций $y = x^2 - x + 3a$ и $y = x + 2$ не имеют общих точек, образуют множество

1 $(-1;\ 1)$ **2** $(1;\ +\infty)$ **3** $(2;\ +\infty)$ **4** $(-\infty;\ 2)$ **5** $(-\infty;\ 1)$

14. Сколько имеется целочисленных значений параметра b, при которых окружность $x^2 + y^2 = R^2$ радиуса $R = 3$ и парабола $2y = x^2 - b$ имеют ровно четыре общие точки? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

15. В параллелограмме $ABCD$ вектор $\overrightarrow{AB} = (2;\ 4)$, вектор $\overrightarrow{BC} = (4;\ 1)$. Длина диагонали BD равна

1 $\sqrt{10}$ **2** 5 **3** $\sqrt{8}$ **4** 3 **5** $\sqrt{13}$

16. Функция $y = x^2 - x^4$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0;\ +\infty)$ в точке

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \sqrt{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = 0$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

17. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 10 тыс. руб., процентная ставка составляет 20% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько процентов доход за четвертый год хранения больше дохода за второй год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась?

$\boxed{\mathbf{1}}$ на 40% $\boxed{\mathbf{2}}$ на 21% $\boxed{\mathbf{3}}$ на 44% $\boxed{\mathbf{4}}$ на 400% $\boxed{\mathbf{5}}$ на 20%

18. Сумма всех различных значений параметра a, при которых гипербола $y = \dfrac{x}{x-3}$ имеет единственную общую точку с прямой $y = a - 2x$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 24 $\boxed{\mathbf{2}}$ 14 $\boxed{\mathbf{3}}$ 16 $\boxed{\mathbf{4}}$ 12 $\boxed{\mathbf{5}}$ 22

19. Найдите площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых (x, y) удовлетворяют условиям $0 \leqslant y \leqslant 4 - ||x| - 3|$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 24 $\boxed{\mathbf{2}}$ 36 $\boxed{\mathbf{3}}$ 32 $\boxed{\mathbf{4}}$ 31 $\boxed{\mathbf{5}}$ 30

20. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если сумма всех членов прогрессии равна 3, а сумма квадратов всех членов этой прогрессии равна 12.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\dfrac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $-\dfrac{1}{9}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $-\dfrac{2}{13}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\dfrac{1}{5}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-\dfrac{1}{7}$

21. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $x^3 - 12x^2 + 36x - 1 = p$ имеет не менее двух различных корней, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

22. Три положительных числа являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. Если среднее из них увеличить в 6 раз, то они станут последовательными членами арифметической прогрессии. Число q, равное знаменателю исходной геометрической прогрессии, принадлежит промежутку

1 $q \in (1;\ 3)$ **2** $q \in [3;\ 6)$ **3** $q \in [6;\ 8)$ **4** $q \in [8;\ 10)$

5 $q \in [10;\ 999)$

23. Найдите положительное значение параметра R, при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2Rx, \\ |x| + |y| = 62 \end{cases}$ имеет ровно три решения, и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

24. Сумма всех различных значений параметра p, при которых система $\begin{cases} \left(x - 18 - \dfrac{p}{3}\right) \cdot \left(x - 18 - \dfrac{p}{5}\right) \leqslant 0, \\ |x| \geqslant |p| \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

25. Наибольшее значение параметра p, при котором уравнение $\dfrac{30x}{x^2 + 36} = p$ имеет единственный корень, удовлетворяет условию

1 $p_{\max} \in [0;\ 1]$ **2** $p_{\max} \in (1;\ 2]$ **3** $p_{\max} \in (2;\ 3]$ **4** $p_{\max} \in (3;\ 4]$

5 $p_{\max} \in (4;\ 999)$

26. Если точка M, лежащая на стороне AB треугольника ABC, делит сторону AB в отношении $5:12$ считая от точки A, то вектор $\overrightarrow{CM}$ можно представить в виде
$\overrightarrow{CM} = p \cdot \overrightarrow{CA} + q \cdot \overrightarrow{CB}$, где
1 $p = \dfrac{5}{12},\ q = \dfrac{12}{5}$ **2** $p = \dfrac{12}{5},\ q = \dfrac{5}{12}$ **3** $p = \dfrac{12}{17},\ q = \dfrac{5}{17}$
4 $p = \dfrac{5}{17},\ q = \dfrac{12}{17}$ **5** $p = \dfrac{5}{13},\ q = \dfrac{12}{13}$

27. Если значение параметра k таково, что уравнение $(x+7)^5 = kx$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен
1 $x \in (-999;\ 0,5]$ **2** $x \in (0,5;\ 0,75]$ **3** $x \in (0,75;\ 1]$
4 $x \in (1;\ 1,5]$ **5** $x \in (1,5;\ 999]$

28. Рыбак должен израсходовать некоторую сумму денег на подкормку рыбы (4 у.е. за килограмм корма) и покупку удочек (5 у.е. за штуку), причем ожидаемый вес выловленной рыбы (в кг) равен численно произведению количества удочек на вес подкормки. Какова наименьшая сумма (в у.е.), при которой будет выловлено 1620 кг рыбы?
1 240 **2** 360 **3** 256 **4** 320 **5** 400

29. Множество точек на плоскости, для которых одновременно $0 \leqslant x \leqslant 3,\ \ 0 \leqslant y \leqslant 224,\ \ \log_x\left(\dfrac{2}{7}y\right) \leqslant 6$, состоит из нескольких фигур, суммарная площадь которых равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен
1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

30. Если P — наименьшее положительное значение параметра p, при котором система уравнений

$\begin{cases} \left(|x|-10\right)^2+\left(|y|-9\right)^2=109, \\ y=x-p \end{cases}$ имеет ровно три различных решения, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $P\in(0;\ 2,5]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $P\in(2,5;\ 4,5]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $P\in(4,5;\ 6,5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $P\in(6,5;\ 8,5]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $P\in(8,5;\ 999)$

Вариант 4-21

1. Если при смешивании первого раствора с концентрацией 70% и второго раствора с концентрацией 80% получился раствор с концентрацией 74%, то количество первого раствора относится к количеству второго раствора как

$\boxed{\mathbf{1}}$ 3 : 4 $\boxed{\mathbf{2}}$ 4 : 3 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 : 2 $\boxed{\mathbf{4}}$ 5 : 3 $\boxed{\mathbf{5}}$ 2 : 3

2. Производная функции $y=x^3$ в точке $x=7$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Если сумма седьмого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 12, то сумма пятого, шестого, двенадцатого и тринадцатого членов равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 $\boxed{\mathbf{2}}$ 24 $\boxed{\mathbf{3}}$ 36 $\boxed{\mathbf{4}}$ 48 $\boxed{\mathbf{5}}$ 18

4. Площадь фигуры $0\leqslant x\leqslant 11;\ 0\leqslant y\leqslant 3x^2$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

5. Если второй член геометрической прогрессии равен 2, а шестой член равен 32, то пятый член равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 8 $\boxed{\mathbf{2}}$ ±8 $\boxed{\mathbf{3}}$ -16 $\boxed{\mathbf{4}}$ ±4 $\boxed{\mathbf{5}}$ ±16

6. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $|x|+|y|\leqslant 3,\ |x|\leqslant 2$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 $\boxed{\mathbf{2}}$ 14 $\boxed{\mathbf{3}}$ 15 $\boxed{\mathbf{4}}$ 16 $\boxed{\mathbf{5}}$ 18

7. Производная функции $f(x) = \sqrt{21}\sin(\sqrt{84}\cdot x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y = 2x^2 - 2, \\ x^2 + y^2 = 1\,? \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре или больше четырех

$\boxed{\mathbf{5}}$ решений нет

9. Если Билл выкопает 7 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 9 м траншеи, то на все это потребуется 31 мин. Если Билл выкопает 15 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 13 м траншеи, то на все это потребуется 63 мин. Если Билл выкопает 11 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 11 м траншеи, то на все это потребуется промежуток времени, продолжительность которого (в минутах) равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 6x + 5$, проведенной через точку пересечения этого графика с осью ординат, имеет вид

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = 5x + 4$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = -6x + 5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = -5x + 6$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y = 6x - 5$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $y = 6x + 5$

11. Площадь фигуры $-\dfrac{\pi}{3} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{4}$, $0 \leqslant y \leqslant \cos x$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{2}$

12. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_1, b_2, b_3, \ldots$ равна 15, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 6, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $q \in (0;\ 0,3]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $q \in (0,3;\ 0,4]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $q \in (0,4;\ 0,5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $q \in (0,5;\ 0,7]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $q \in (0,7;\ 1)$

13. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $1 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 4$ и $y \geqslant x$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $1,5\pi$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 2π $\boxed{\mathbf{3}}$ π $\boxed{\mathbf{4}}$ $0,5\pi$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\pi}{3}$

14. Если Билл повысит производительность труда на 40% по сравнению с плановой, а Джек понизит на 40% по сравнению с плановой, то их производительности сравняются и они вместе выполнят работу за 50 мин. Укажите плановое время совместного выполнения работы в минутах.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 36 $\boxed{\mathbf{2}}$ 52 $\boxed{\mathbf{3}}$ 42 $\boxed{\mathbf{4}}$ 46 $\boxed{\mathbf{5}}$ 38

15. Касательная к параболе $y = x^2 + 6x - 48$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 0$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

16. Сумма вклада в банке после первого года хранения равнялась 24 у.е., а после третьего года хранения — 54 у.е. На сколько у.е. увеличился вклад за второй год хранения, если процентная ставка не менялась, доход начисляется в конце каждого года и прибавляется к сумме вклада?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 12 $\boxed{\mathbf{2}}$ 15 $\boxed{\mathbf{3}}$ 16 $\boxed{\mathbf{4}}$ 13 $\boxed{\mathbf{5}}$ 14

17. Функция $y = 24x^2 - 8x^3$ достигает своего максимального значения на промежутке $(0;\ +\infty)$ в точке, абсцисса которой равна

1 6 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 8

18. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E, $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BE} = \vec{c}$. Укажите верное утверждение.

1 $\vec{c} = \dfrac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ **2** $\vec{c} = \dfrac{\vec{b} - \vec{a}}{2}$ **3** $\vec{c} = \dfrac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$

4 $\vec{c} = \dfrac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ **5** $\vec{c} = -\dfrac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

19. Площадь конечной фигуры, все границы которой лежат на линиях $y = \sqrt[6]{x}$ и $y = \sqrt[4]{x}$ при $x \geqslant 0$, равна

1 $\dfrac{3}{28}$ **2** $\dfrac{1}{8}$ **3** $\dfrac{1}{12}$ **4** $\dfrac{1}{24}$ **5** $\dfrac{2}{35}$

20. Город А расположен на отметке "10 км" шоссе Москва — Петушки и потребляет 10 тыс. л пива в день. Город Б расположен на отметке "50 км" того же шоссе и потребляет 30 тыс. л пива в день. На какой отметке этого шоссе следует расположить пивоваренный завод, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку V л пива на расстояние L км составляют $V \cdot L$ руб.?

1 10 км **2** 20 км **3** 30 км **4** 40 км **5** 50 км

21. Функцию $y = f(x)$, график которой симметричен графику функции $y = 3^{-5x}$ относительно прямой $y = x$, можно задать уравнением

1 $y = -\dfrac{1}{5}\log_3 x$ **2** $y = -3\log_5 x$ **3** $y = \dfrac{1}{3}\log_3(-x)$

4 $y = -\dfrac{1}{3}\log_5 x$ **5** $y = -5\log_3(-x)$

22. Если S — площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к графику функции $y = x^3$, проведенной через точку этого графика с абсциссой $x = 3$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0 < S \leqslant 30$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $30 < S \leqslant 35$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $35 < S \leqslant 40$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $40 < S \leqslant 50$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $50 < S < 9999$

23. В начале первой недели в пруд запустили 8 инфузорий. В конце каждой недели каждая инфузория делится на 3 части, после чего карась съедает 6 инфузорий. В начале 31-й недели число инфузорий в пруду будет равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

24. Множество точек на плоскости, для которых одновременно $0 \leqslant x \leqslant 3$, $\quad 0 \leqslant y \leqslant 448$, $\quad \log_x\left(\dfrac{y}{7}\right) \leqslant 6$, состоит из нескольких фигур, причем наибольшая площадь одной из этих фигур равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

25. Если значение параметра p таково, что $p > 0$, и уравнение $81x^6 = 2x^9 + p$ имеет ровно два различных корня, то p — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

26. Предприниматель должен израсходовать 1440 у.е. на наем грузчиков (2 у.е. на каждого) и менеджеров (15 у.е. на каждого), причем ожидаемый доход (в у.е.) равен численно произведению числа грузчиков на квадрат числа менеджеров. Сколько всего сотрудников нужно нанять, чтобы получить максимальный доход? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

27. Вычислите площадь фигуры S на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{1-x^2} \leqslant y \leqslant \sqrt{4-x^2}$.

1 $\sqrt{3}+\frac{\pi}{6}$ **2** $\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}$ **3** $\frac{3\pi}{2}$ **4** $\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$ **5** $\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$

28. Сумма всех различных значений параметра b, при которых система $\begin{cases} 2x^2-19x+38 \leqslant y \leqslant x^2-9x+29, \\ y = x+b \end{cases}$ имеет не меньше одного и не больше трех решений, равна натуральному числу. Остаток от деления этого числа на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

29. В начале 1973 г. Билл положил 1 млн руб. в пустой сейф. В начале каждого последующего года он вынимает из сейфа $m\%$ имеющихся там рублей. При каком значении m он вынет из сейфа в начале 1998 г. максимальную сумму (инфляция и девальвация не учитываются)?

1 20 **2** 5 **3** 10 **4** 25 **5** 4

30. Сумма всех различных значений параметра p, при которых система $\begin{cases} x^2+8px+15p^2 \leqslant 0, \\ (x-240)^2 \geqslant (17p)^2 \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

Вариант 4-22

1. Если при смешивании первого раствора с концентрацией 40% и второго раствора с концентрацией 48% получился раствор с концентрацией 42%, то количество первого раствора относится к количеству второго раствора как

1 3 : 2 **2** 2 : 3 **3** 1 : 4 **4** 3 : 1 **5** 1 : 3

2. Производная функции $y = x^3$ в точке $x = 4$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

3. Если сумма третьего и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 24, то сумма четвертого, пятого, девятого и десятого членов равна

1 6 **2** 12 **3** 24 **4** 36 **5** 48

4. Площадь фигуры $0 \leqslant x \leqslant 13;\ 0 \leqslant y \leqslant 3x^2$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

5. Если третий член геометрической прогрессии равен 2, а седьмой член равен 32, то четвертый член равен

1 4 **2** ± 4 **3** -4 **4** ± 8 **5** ± 16

6. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $|x| + |y| \leqslant 3,\ |x| \leqslant 1$, равна

1 6 **2** 8 **3** 10 **4** 12 **5** 14

7. Производная функции $f(x) = \sqrt{22}\sin(\sqrt{88} \cdot x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

8. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5, \\ x^2 + y^2 = 1\,? \end{cases}$

1 одно **2** два **3** три **4** четыре или больше четырех

5 решений нет

9. Если Билл выкопает 13 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 11 м траншеи, то на все это потребуется 31 мин. Если Билл выкопает 7 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 9 м траншеи, то на все это потребуется 24 мин. Если Билл выкопает 8 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 8 м траншеи, то на все это потребуется промежуток времени, продолжительность которого (в минутах) равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

10. Уравнение касательной к графику функции $y = -x^2 + 5x - 6$, проведенной через точку пересечения этого графика с осью ординат, имеет вид

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = 11x + 5$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = 5x + 6$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = 4x - 3$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y = 5x - 6$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $y = -5x - 6$

11. Площадь фигуры $\dfrac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{3}$, $0 \leqslant y \leqslant \cos x$ равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

12. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_1, b_2, b_3, \ldots$ равна 12, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 3, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

$\boxed{\mathbf{1}}$ $q \in (0;\ 0,3]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $q \in (0,3;\ 0,4]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $q \in (0,4;\ 0,5]$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $q \in (0,5;\ 0,7]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $q \in (0,7;\ 1)$

13. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $9 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 16$ и $y \geqslant x$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{5\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 5π $\boxed{\mathbf{3}}$ $2,5\pi$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $3,5\pi$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{10\pi}{3}$

14. Если Билл повысит производительность труда на 60% по сравнению с плановой, а Джек понизит на 60% по сравнению с плановой, то их производительности сравняются и они вместе выполнят работу за 25 мин. Укажите плановое время совместного выполнения работы в минутах.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 21 $\boxed{\mathbf{2}}$ 18 $\boxed{\mathbf{3}}$ $13,5$ $\boxed{\mathbf{4}}$ 20 $\boxed{\mathbf{5}}$ 16

15. Касательная к параболе $y = x^2 + 3x - 48$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 0$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

16. Сумма вклада в банке после первого года хранения равнялась 36 у.е., а после третьего года хранения — 81 у.е. На сколько у.е. увеличился вклад за первый год хранения, если процентная ставка не менялась, доход начисляется в конце каждого года и прибавляется к сумме вклада?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 10 $\boxed{\mathbf{2}}$ 15 $\boxed{\mathbf{3}}$ 9 $\boxed{\mathbf{4}}$ 12 $\boxed{\mathbf{5}}$ $13,5$

17. Функция $y = 36x^2 - 4x^3$ достигает своего максимального значения на промежутке $(0;\ +\infty)$ в точке, абсцисса которой равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 6 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 8

18. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{c}$. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\overrightarrow{c} = \dfrac{\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\overrightarrow{c} = -\dfrac{\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\overrightarrow{c} = \dfrac{\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}}{2}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\overrightarrow{c} = \dfrac{\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\overrightarrow{c} = \dfrac{\overrightarrow{2a} + \overrightarrow{b}}{3}$

19. Площадь конечной фигуры, все границы которой лежат на линиях $y = \sqrt[8]{x}$ и $y = \sqrt[3]{x}$ при $x \geqslant 0$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{5}{24}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{3}{40}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{3}{70}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{5}{36}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{1}{10}$

20. Город А расположен на отметке "10 км" шоссе Москва — Петушки и потребляет 30 тыс. л пива в день. Город Б расположен на отметке "50 км" того же шоссе и потребляет 10 тыс. л пива в день. На какой отметке этого шоссе следует расположить пивоваренный завод, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку V л пива на расстояние L км составляют $V \cdot L$ руб.?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 10 км $\boxed{\mathbf{2}}$ 20 км $\boxed{\mathbf{3}}$ 30 км $\boxed{\mathbf{4}}$ 40 км $\boxed{\mathbf{5}}$ 50 км

21. Функцию $y = f(x)$, график которой симметричен графику функции $y = -2^{-0,4x}$ относительно прямой $y = x$, можно задать уравнением

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y = \dfrac{2}{5}\log_2 x$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y = -\dfrac{5}{2}\log_2(-x)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y = -2\log_{0,8}(-x)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $y = -\dfrac{2}{5}\log_2(-x)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $y = 0,2\log_2 x$

22. Если S — площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к графику функции $y = 30x^5$, проведенной через точку этого графика с абсциссой $x = 1$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0 < S \leqslant 30$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $30 < S \leqslant 35$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $35 < S \leqslant 40$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $40 < S \leqslant 50$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $50 < S < 9999$

23. В начале первой недели в пруд запустили 7 инфузорий. В конце каждой недели каждая инфузория делится на 2 части, после чего карась съедает 4 инфузории. В начале 31-й недели число инфузорий в пруду будет равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

24. Множество точек на плоскости, для которых одновременно $0 \leqslant x \leqslant 3, \quad 0 \leqslant y \leqslant 32, \quad \log_x\left(\dfrac{y}{4}\right) \leqslant 3$, состоит из нескольких фигур, причем наибольшая площадь одной из этих фигур равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

25. Если значение параметра p таково, что $p > 0$, и уравнение $704x^8 = x^{11} + p$ имеет ровно два различных корня, то p — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

26. Предприниматель должен израсходовать 1512 у.е. на наем грузчиков (4 у.е. на каждого) и менеджеров (14 у.е. на каждого), причем ожидаемый доход (в у.е.) равен численно произведению числа грузчиков на квадрат числа менеджеров. Сколько всего сотрудников нужно нанять, чтобы получить максимальный доход? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

27. Вычислите площадь фигуры S на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{3 - x^2} \leqslant y \leqslant \sqrt{4 - x^2}$.

1 $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$ **2** $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ **3** $\frac{\pi}{2}$ **4** $\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ **5** $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

28. Сумма всех различных значений параметра b, при которых система $\begin{cases} 2x^2 - 15x + 28 \leqslant y \leqslant x^2 - 7x + 21, \\ y = x + b \end{cases}$ имеет не меньше одного и не больше трех решений, равна натуральному числу. Остаток от деления этого числа на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

29. В начале 1977 г. Билл положил 1 млн руб. в пустой сейф. В начале каждого последующего года он вынимает из сейфа $m\%$ имеющихся там рублей. При каком значении m он вынет из сейфа в начале 1982 г. максимальную сумму (инфляция и девальвация не учитываются)?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 50 $\boxed{\mathbf{2}}$ 5 $\boxed{\mathbf{3}}$ 20 $\boxed{\mathbf{4}}$ 10 $\boxed{\mathbf{5}}$ 25

30. Сумма всех различных значений параметра p, при которых система $\begin{cases} x^2 + 12px + 35p^2 \leqslant 0, \\ (x - 240)^2 \geqslant (19p)^2 \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Вариант 4-31

1. Если числа $a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots$ образуют арифметическую прогрессию, $a_{11} + a_{12} = 12$, $a_{12} + a_{16} = 37$, и d — разность прогрессии, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $d \in (-999;\ 1,1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $d \in [1,1;\ 2,2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $d \in [2,2;\ 3,3)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $d \in [3,3;\ 4,4)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $d \in [4,4;\ 999)$

2. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 4$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

3. Площадь фигуры, образованной всеми точками, координаты которых удовлетворяют условиям $0 \leqslant y \leqslant 6 - |x|$, равна

1 72 **2** 48 **3** 54 **4** 36 **5** 24

4. Если капуста дороже картофеля на 20%, а морковь дешевле капусты на 20%, то

1 цена моркови равна цене картофеля
2 морковь дешевле картофеля на 4%
3 морковь дешевле картофеля на 40%
4 морковь дороже картофеля на 4%
5 морковь дороже картофеля на 41%

5. Сколько корней имеет уравнение $2006 - 2^x = \log_2 x$?

1 один **2** два **3** три **4** больше трех **5** ни одного

6. В арифметической прогрессии сумма членов с номерами 6, 19, 10, 15 равна 16. Если число S равно сумме членов с номерами от 4 до 21, то

1 $S \in (-999;\ 50)$ **2** $S \in [50;\ 60)$ **3** $S \in [60;\ 70)$

4 $S \in [70;\ 80)$ **5** $S \in [80;\ 999)$

7. Производная функции $f(x) = 9\sin(6x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

8. Найдите сумму указанных членов геометрической прогрессии $4 - 8 + \cdots + 1024$ и укажите остаток от деления полученного значения на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

9. Пусть число k равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = 3\cos(2x)$ в точке с абсциссой $x = 0$. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $k \in (-999;\ 3,1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $k \in [3,1;\ 5,2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $k \in [5,2;\ 7,3)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $k \in [7,3;\ 9,4)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $k \in [9,4;\ 999)$

10. Сколько решений имеет система $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 1, \\ y = |x|\,? \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре или больше четырех

$\boxed{\mathbf{5}}$ решений нет

11. Касательная к графику функции $y = x^5$, касающаяся графика в точке с абсциссой $x = 5$, пересекает ось абсцисс в точке $x = a$, причем

$\boxed{\mathbf{1}}$ $a \in (-999;\ 1,5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $a \in [1,5;\ 2,5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $a \in [2,5;\ 3,5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $a \in [3,5;\ 4,5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $a \in [4,5;\ 999)$

12. В понедельник Билл съел 79 пряников, каждый последующий день он съедал на 23 пряника больше, чем за предыдущий день. Пусть N — количество пряников, съеденных им за все семь дней недели. Укажите остаток от деления N на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

13. Линия $y = x^2$ делит прямоугольник $0 \leqslant x \leqslant 4;\ 0 \leqslant y \leqslant 16$ на две фигуры, площади которых относятся как

$\boxed{\mathbf{1}}$ 3 : 2 $\boxed{\mathbf{2}}$ 3 : 1 $\boxed{\mathbf{3}}$ 2 : 1 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 : 1 $\boxed{\mathbf{5}}$ 4 : 3

14. Функция $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x$ достигает своего наименьшего значения на промежутке $x \in (0;\ +\infty)$ в точке, абсцисса которой равна t. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $t \in (0;\ 2,5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $t \in [2,5;\ 3,5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $t \in [3,5;\ 4,5)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $t \in [4,5;\ 5,5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $t \in [5,5;\ 999)$

15. Найдите наименьшее значение параметра R, при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2R|x|, \\ |x| + |y| = 10 \end{cases}$ имеет ровно четыре решения, и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

16. Прямая, касающаяся графика функции $y = 2^3 - x^3$ в точке этого графика с ординатой $y = 0$, пересекает ось ординат в точке с ординатой y, равной

1 24 **2** 32 **3** 16 **4** 48 **5** 96

17. Билл и Джек, работая совместно, выполняют работу за 15 ч. Билл за 5 ч делает столько же, сколько Джек за 6 ч. За сколько часов выполнит всю работу Джек?

1 30 **2** $27\frac{1}{2}$ **3** 41 **4** 33 **5** 36

18. Касательная к графику функции $y = 21x^3 - 9x^7 + x - 11$, касающаяся этого графика в точке с абсциссой $x_1 = 1$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна y_1. Укажите верное утверждение.

1 $y_1 \in (-999;\ 1,1)$ **2** $y_1 \in [1,1;\ 2,2)$ **3** $y_1 \in [2,2;\ 3,3)$

4 $y_1 \in [3,3;\ 4,4)$ **5** $y_1 \in [4,4;\ 999)$

19. Если q — знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, для которой куб суммы всех членов относится к сумме кубов всех членов этой прогрессии как $37 : 1$, то

1 $q \in (0;\ 0,6)$ **2** $q \in [0,6;\ 0,7)$ **3** $q \in [0,7;\ 0,8)$

4 $q \in [0,8;\ 0,9)$ **5** $q \in [0,9;\ 999)$

20. Функция $f(x) = x^3 \cdot (25 - x)^2$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0;\ 25]$ при

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = 10$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = 12,5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = 18$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = 12$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = 15$

21. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию

$x - 1 \leqslant y \leqslant \sqrt{2x - x^2}$, равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{3}{4}\pi + \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{3}{8}\pi + \dfrac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{1}{2}\pi + \dfrac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{3}{16}\pi + \dfrac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{3}{16}\pi + \dfrac{1}{2}$

22. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p, при которых уравнение $196\sin\bigl(\arcsin x\bigr) = (x - p)^2$ имеет единственный корень?

$\boxed{\mathbf{1}}$ 26 или меньше $\boxed{\mathbf{2}}$ 27 $\boxed{\mathbf{3}}$ 28 $\boxed{\mathbf{4}}$ 29 $\boxed{\mathbf{5}}$ 30 или больше

23. Банк начисляет проценты в конце года и прибавляет их ко вкладу. Доход по вкладу за четвертый год хранения оказался больше дохода за первый год на 38 руб. Доход за второй год хранения оказался больше дохода за первый год на 8 руб. В начале первого года сумма вклада (в рублях) была равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

24. Если значение параметра k таково, что уравнение $\sqrt[15]{x - 7} = kx$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $6,75$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $2,25$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $7,5$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $5,25$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $6,25$

25. Если S — площадь фигуры, образованной всеми точками на плоскости, для которых $|x + 3| - 7 \leqslant y \leqslant \sqrt{8|x| - x^2}$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (0;\ 90)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in [90;\ 94)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in [94;\ 97)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in [97;\ 101)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in [101;\ 999)$

26. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p, при которых система $\begin{cases} |y| = |x|, \\ x^2 + y^2 \leqslant 128, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

27. Если Билл выполнит 40% работы, а после этого Джек доделает остальное, то на это понадобится 49 дней. Ту же работу можно выполнить за 50 дней, если Билл проработает 60% этого времени, а остальное время проработает Джек (Джек один справится с работой за целое число дней). Сколько дней (наименьшее натуральное число) достаточно для совместного выполнения работы? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

28. Числа 1, b, c являются последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Если большее из них увеличить на $33,33333\ldots\%$, то они станут последовательными членами геометрической прогрессии. Укажите верное утверждение.

1 $b \in (1;\ 1,2)$ **2** $b \in [1,2;\ 1,4)$ **3** $b \in [1,4;\ 1,6)$

4 $b \in [1,6;\ 1,8)$ **5** $b \in [1,8;\ 999)$

29. Расстояние от Парижа до Марселя (по шоссе) равно 77 лье. В Париже квартируют 9000 мушкетеров, в Марселе — 16 000. На каком расстоянии (в лье) от Парижа следует расположить винокуренный завод для обслуживания мушкетеров, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку P декалитров бургундского на расстояние L лье составляют $P \cdot L^3$ бурбонов? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

30. Известно, что площадь прямоугольника, две стороны которого лежат на осях абсцисс и ординат, а вершина принадлежит графику функции $y = 2x^{17}$, равна 306. Площадь фигуры, ограниченной отрезком оси абсцисс, отрезком графика указанной функции и отрезком касательной к этому графику, проведенной в точке, совпадающей с указанной вершиной, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

Вариант 4-32

1. Если числа $a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots$ образуют арифметическую прогрессию, $a_{12} + a_{15} = 19$, $a_{14} + a_{17} = 35$, и d — разность прогрессии, то

1 $d \in (-999;\ 1,1)$ **2** $d \in [1,1;\ 2,2)$ **3** $d \in [2,2;\ 3,3)$

4 $d \in [3,3;\ 4,4)$ **5** $d \in [4,4;\ 999)$

2. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 7,5$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

3. Площадь фигуры, образованной всеми точками, координаты которых удовлетворяют условиям $0 \leqslant y \leqslant 4 - |x|$, равна

1 24 **2** 32 **3** 16 **4** 18 **5** 8

4. Если капуста дороже картофеля на 30%, а морковь дешевле капусты на 30%, то

1 цена моркови равна цене картофеля

$\boxed{\mathbf{2}}$ морковь дороже картофеля на 9%
$\boxed{\mathbf{3}}$ морковь дешевле картофеля на 9%
$\boxed{\mathbf{4}}$ морковь дороже картофеля на 61%
$\boxed{\mathbf{5}}$ морковь дешевле картофеля на 6%

5. Сколько корней имеет уравнение $2^{|x|} = 2006 - |x|$?

$\boxed{\mathbf{1}}$ один $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ больше трех $\boxed{\mathbf{5}}$ ни одного

6. В арифметической прогрессии сумма членов с номерами 9, 22, 11, 20 равна 18. Если число S равно сумме членов с номерами от 6 до 25, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (-999;\ 50)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in [50;\ 60)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in [60;\ 70)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in [70;\ 80)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in [80;\ 999)$

7. Производная функции $f(x) = 3\sin(4x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

8. Найдите сумму указанных членов геометрической прогрессии $-1 + 2 - 4 + 8 - 16 + \cdots + 2048$ и укажите остаток от деления полученного значения на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

9. Пусть число k равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = 3\sin(2x)$ в точке с абсциссой $x = 0$. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $k \in (-999;\ 3,1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $k \in [3,1;\ 5,2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $k \in [5,2;\ 7,3)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $k \in [7,3;\ 9,4)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $k \in [9,4;\ 999)$

10. Сколько решений имеет система $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 1, \\ y = |x| - 1\,? \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{1}}$ одно $\boxed{\mathbf{2}}$ два $\boxed{\mathbf{3}}$ три $\boxed{\mathbf{4}}$ четыре или больше четырех

$\boxed{\mathbf{5}}$ решений нет

11. Касательная к графику функции $y = x^4$, касающаяся графика в точке с абсциссой $x = 8$, пересекает ось абсцисс в точке $x = a$, причем

1 $a \in (-999;\ 4,5)$ **2** $a \in [4,5;\ 5,5)$ **3** $a \in [5,5;\ 6,5)$

4 $a \in [6,5;\ 7,5)$ **5** $a \in [7,5;\ 999)$

12. В понедельник Билл съел 97 пряников, каждый последующий день он съедал на 33 пряника больше, чем за предыдущий день. Пусть N — количество пряников, съеденных им за все семь дней недели. Укажите остаток от деления N на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

13. Линия $y = x^2$ делит прямоугольник $0 \leqslant x \leqslant 6;\ 0 \leqslant y \leqslant 36$ на две фигуры, площади которых относятся как

1 3 : 1 **2** 3 : 2 **3** 4 : 3 **4** 4 : 1 **5** 2 : 1

14. Функция $y = 2x^3 - 72x - 3x^2$ достигает своего наименьшего значения на промежутке $x \in (0;\ +\infty)$ в точке, абсцисса которой равна t. Укажите верное утверждение.

1 $t \in (0;\ 2,5)$ **2** $t \in [2,5;\ 3,5)$ **3** $t \in [3,5;\ 4,5)$

4 $t \in [4,5;\ 5,5)$ **5** $t \in [5,5;\ 999)$

15. Найдите наибольшее значение параметра a, при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40|x|, \\ |x| + |y| = a \end{cases}$ имеет ровно четыре решения, и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

16. Прямая, касающаяся графика функции $y = 27 - x^3$ в точке этого графика с ординатой $y = 0$, пересекает ось ординат в точке с ординатой y, равной

1 108 **2** 54 **3** 144 **4** 72 **5** 81

17. Билл и Джек, работая совместно, выполняют работу за 12 ч. Билл за 4 ч делает столько же, сколько Джек за 3 ч. За сколько часов выполнит всю работу Джек?

1 21 **2** 28 **3** 32 **4** 18 **5** 26

18. Касательная к графику функции $y = 10x^2 - 4x^5 - x - 4$, касающаяся этого графика в точке с абсциссой $x_1 = 1$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна y_1. Укажите верное утверждение.

1 $y_1 \in (-999;\ 1,1)$ **2** $y_1 \in [1,1;\ 2,2)$ **3** $y_1 \in [2,2;\ 3,3)$

4 $y_1 \in [3,3;\ 4,4)$ **5** $y_1 \in [4,4;\ 999)$

19. Если q — знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, для которой куб суммы всех членов относится к сумме кубов всех членов этой прогрессии как 13 : 3, то

1 $q \in (0;\ 0,15)$ **2** $q \in [0,15;\ 0,25)$ **3** $q \in [0,25;\ 0,35)$

4 $q \in [0,35;\ 0,45)$ **5** $q \in [0,45;\ 999)$

20. Функция $f(x) = x^3 \cdot (10 - x)^2$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0;\ 10]$ при

1 $x = 4$ **2** $x = 5$ **3** $x = 8$ **4** $x = 6$ **5** $x = 7$

21. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $\begin{cases} x + y \geqslant 4, \\ y \leqslant \sqrt{8x - x^2}, \end{cases}$ равна

1 $3\pi + 4$ **2** 6π **3** $8\pi + 6$ **4** 8π **5** $6\pi + 8$

22. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p, при которых уравнение $36\sin\bigl(\arcsin x\bigr) = (x - p)^2$ имеет единственный корень?

1 12 или меньше **2** 13 **3** 14 **4** 15 **5** 16 или больше

23. Банк начисляет проценты в конце года и прибавляет их ко вкладу. Доход по вкладу за четвертый год хранения оказался больше дохода за первый год на 114 руб. Доход за второй год хранения оказался больше дохода за первый год на 24 руб. В начале первого года сумма вклада (в рублях) была равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

24. Если значение параметра k таково, что уравнение $\sqrt[9]{x-6}=kx$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $3,75$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $6,75$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $6,25$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $5,25$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $9,25$

25. Если S — площадь фигуры, образованной всеми точками на плоскости, для которых $|x-2|-6 \leqslant y \leqslant \sqrt{8|x|-x^2}$, то

$\boxed{\mathbf{1}}$ $S \in (0;\ 69)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $S \in [69;\ 73)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $S \in [73;\ 78)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $S \in [78;\ 82)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $S \in [82;\ 999)$

26. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p, при которых система $\begin{cases} |y|=|x|, \\ x^2+y^2 \leqslant 450, \\ 4y+p=4x^2 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

27. Если Билл выполнит 60% работы, а после этого Джек доделает остальное, то на это понадобится 24 дня. Ту же работу можно выполнить за 25 дней, если Билл проработает 40% этого времени, а остальное время проработает Джек (Билл работает быстрее Джека). Сколько дней (наименьшее натуральное число) достаточно для совместного выполнения работы? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

28. Числа 1, b, c являются последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Если большее из них увеличить на 6,666666...%, то они станут последовательными членами геометрической прогрессии. Укажите верное утверждение.

1 $b \in (1;\ 1,2)$ **2** $b \in [1,2;\ 1,4)$ **3** $b \in [1,4;\ 1,6)$

4 $b \in [1,6;\ 1,8)$ **5** $b \in [1,8;\ 999)$

29. Расстояние от Парижа до Марселя (по шоссе) равно 72 лье. В Париже квартируют 25 000 мушкетеров, в Марселе — 9000. На каком расстоянии (в лье) от Парижа следует расположить винокуренный завод для обслуживания мушкетеров, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку P декалитров бургундского на расстояние L лье составляют $P \cdot L^3$ бурбонов? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

30. Известно, что площадь прямоугольника, две стороны которого лежат на осях абсцисс и ординат, а вершина принадлежит графику функции $y = 3x^{19}$, равна 760. Площадь фигуры, ограниченной отрезком оси абсцисс, отрезком графика указанной функции и отрезком касательной к этому графику, проведенной в точке, совпадающей с указанной вершиной, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

Ответы

Тематические тесты, v1

Тема 48, в. 1.
1. $\boxed{3}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{5}$ **4.** $\boxed{1}$ **5.** $\boxed{3}$ **6.** $\boxed{3}$ **7.** $\boxed{1}$ **8.** $\boxed{2}$ **9.** $\boxed{5}$ **10.** $\boxed{2}$ **11.** $\boxed{1}$ **12.** $\boxed{5}$ **13.** $\boxed{2}$ **14.** $\boxed{3}$

Тема 49, в. 1.
1. $\boxed{3}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{2}$ **4.** $\boxed{4}$ **5.** $\boxed{1}$ **6.** $\boxed{2}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{3}$ **9.** $\boxed{1}$ **10.** $\boxed{1}$ **11.** $\boxed{2}$

Тема 50, в. 1.
1. $\boxed{2}$ **2.** $\boxed{5}$ **3.** $\boxed{5}$ **4.** $\boxed{3}$ **5.** $\boxed{3}$ **6.** $\boxed{3}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{5}$

Тема 51, в. 1.
1. $\boxed{4}$ **2.** $\boxed{5}$ **3.** $\boxed{4}$ **4.** $\boxed{1}$ **5.** $\boxed{3}$ **6.** $\boxed{3}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{1}$ **9.** $\boxed{4}$ **10.** $\boxed{3}$

Тема 52, в. 1.
1. $\boxed{4}$ **2.** $\boxed{5}$ **3.** $\boxed{2}$ **4.** $\boxed{1}$ **5.** $\boxed{3}$ **6.** $\boxed{4}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{5}$ **9.** $\boxed{4}$ **10.** $\boxed{4}$

Тема 53, в. 1.
1. $\boxed{5}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{2}$ **4.** $\boxed{3}$ **5.** $\boxed{5}$ **6.** $\boxed{4}$ **7.** $\boxed{3}$ **8.** $\boxed{1}$ **9.** $\boxed{4}$ **10.** $\boxed{3}$

Тема 54, в. 1.
1. $\boxed{2}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{3}$ **4.** $\boxed{1}$ **5.** $\boxed{4}$ **6.** $\boxed{1}$ **7.** $\boxed{3}$ **8.** $\boxed{5}$ **9.** $\boxed{3}$ **10.** $\boxed{4}$ **11.** $\boxed{5}$ **12.** $\boxed{3}$

Тема 55, в. 1.
1. $\boxed{4}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{1}$ **4.** $\boxed{1}$ **5.** $\boxed{4}$

Тема 56, в. 1.
1. $\boxed{3}$ **2.** $\boxed{3}$ **3.** $\boxed{4}$ **4.** $\boxed{5}$ **5.** $\boxed{5}$ **6.** $\boxed{4}$

Тема 57, в. 1.
1. $\boxed{2}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{2}$ **4.** $\boxed{5}$ **5.** $\boxed{3}$

Тема 58, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{3}$ 3. $\boxed{3}$ 4. $\boxed{3}$ 5. $\boxed{5}$ 6. $\boxed{5}$ 7. $\boxed{5}$ 8. $\boxed{4}$

Тема 59, в. 1.
1. $\boxed{4}$ 2. $\boxed{3}$ 3. $\boxed{2}$ 4. $\boxed{2}$ 5. $\boxed{4}$ 6. $\boxed{4}$

Тема 60, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{2}$ 3. $\boxed{4}$ 4. $\boxed{1}$ 5. $\boxed{1}$ 6. $\boxed{4}$

Тема 61, в. 1.
1. $\boxed{1}$ 2. $\boxed{3}$ 3. $\boxed{3}$ 4. $\boxed{2}$ 5. $\boxed{2}$ 6. $\boxed{4}$

Тема 62, в. 1.
1. $\boxed{1}$ 2. $\boxed{5}$ 3. $\boxed{5}$ 4. $\boxed{5}$ 5. $\boxed{2}$ 6. $\boxed{4}$ 7. $\boxed{5}$

Тема 63, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{2}$ 3. $\boxed{3}$ 4. $\boxed{3}$ 5. $\boxed{3}$

Тема 64, в. 1.
1. $\boxed{1}$ 2. $\boxed{3}$ 3. $\boxed{1}$ 4. $\boxed{3}$ 5. $\boxed{2}$ 6. $\boxed{5}$ 7. $\boxed{1}$

Тема 65, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{5}$ 3. $\boxed{1}$ 4. $\boxed{4}$ 5. $\boxed{1}$ 6. $\boxed{3}$ 7. $\boxed{3}$

Тема 66, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{3}$ 3. $\boxed{3}$ 4. $\boxed{2}$ 5. $\boxed{3}$ 6. $\boxed{1}$ 7. $\boxed{3}$ 8. $\boxed{2}$ 9. $\boxed{5}$

Тема 67, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{3}$ 3. $\boxed{3}$ 4. $\boxed{2}$ 5. $\boxed{2}$ 6. $\boxed{4}$ 7. $\boxed{3}$ 8. $\boxed{1}$ 9. $\boxed{2}$ 10. $\boxed{1}$ 11. $\boxed{2}$

Тема 68, в. 1.
1. $\boxed{2}$ 2. $\boxed{4}$ 3. $\boxed{5}$ 4. $\boxed{1}$ 5. $\boxed{1}$ 6. $\boxed{5}$ 7. $\boxed{1}$

Контрольные работы

Вариант 3-11
1. $\boxed{4}$ 2. $\boxed{2}$ 3. $\boxed{2}$ 4. $\boxed{5}$ 5. $\boxed{5}$ 6. $\boxed{4}$ 7. $\boxed{2}$ 8. $\boxed{1}$ 9. $\boxed{3}$ 10. $\boxed{2}$ 11. $\boxed{1}$ 12. $\boxed{4}$ 13. $\boxed{1}$ 14. $\boxed{3}$ 15. $\boxed{5}$ 16. $\boxed{1}$ 17. $\boxed{2}$ 18. $\boxed{4}$ 19. $\boxed{5}$ 20. $\boxed{5}$ 21. $\boxed{1}$ 22. $\boxed{5}$ 23. $\boxed{3}$ 24. $\boxed{1}$ 25. $\boxed{3}$ 26. $\boxed{4}$ 27. $\boxed{1}$ 28. $\boxed{3}$ 29. $\boxed{2}$ 30. $\boxed{3}$

Вариант 3-12

1. $\boxed{4}$ **2.** $\boxed{3}$ **3.** $\boxed{5}$ **4.** $\boxed{3}$ **5.** $\boxed{2}$ **6.** $\boxed{2}$ **7.** $\boxed{3}$ **8.** $\boxed{2}$ **9.** $\boxed{2}$ **10.** $\boxed{4}$ **11.** $\boxed{4}$ **12.** $\boxed{2}$ **13.** $\boxed{4}$ **14.** $\boxed{4}$ **15.** $\boxed{1}$ **16.** $\boxed{4}$ **17.** $\boxed{1}$ **18.** $\boxed{2}$ **19.** $\boxed{4}$ **20.** $\boxed{3}$ **21.** $\boxed{4}$ **22.** $\boxed{4}$ **23.** $\boxed{1}$ **24.** $\boxed{3}$ **25.** $\boxed{2}$ **26.** $\boxed{3}$ **27.** $\boxed{2}$ **28.** $\boxed{5}$ **29.** $\boxed{3}$ **30.** $\boxed{4}$

Вариант 3-21

1. $\boxed{3}$ **2.** $\boxed{1}$ **3.** $\boxed{4}$ **4.** $\boxed{4}$ **5.** $\boxed{5}$ **6.** $\boxed{1}$ **7.** $\boxed{3}$ **8.** $\boxed{4}$ **9.** $\boxed{2}$ **10.** $\boxed{4}$ **11.** $\boxed{3}$ **12.** $\boxed{1}$ **13.** $\boxed{4}$ **14.** $\boxed{2}$ **15.** $\boxed{4}$ **16.** $\boxed{1}$ **17.** $\boxed{5}$ **18.** $\boxed{3}$ **19.** $\boxed{2}$ **20.** $\boxed{5}$ **21.** $\boxed{2}$ **22.** $\boxed{4}$ **23.** $\boxed{3}$ **24.** $\boxed{5}$ **25.** $\boxed{4}$ **26.** $\boxed{4}$ **27.** $\boxed{4}$ **28.** $\boxed{4}$ **29.** $\boxed{4}$ **30.** $\boxed{3}$

Вариант 3-22

1. $\boxed{2}$ **2.** $\boxed{3}$ **3.** $\boxed{5}$ **4.** $\boxed{5}$ **5.** $\boxed{4}$ **6.** $\boxed{2}$ **7.** $\boxed{4}$ **8.** $\boxed{5}$ **9.** $\boxed{3}$ **10.** $\boxed{3}$ **11.** $\boxed{5}$ **12.** $\boxed{2}$ **13.** $\boxed{2}$ **14.** $\boxed{5}$ **15.** $\boxed{1}$ **16.** $\boxed{2}$ **17.** $\boxed{3}$ **18.** $\boxed{5}$ **19.** $\boxed{1}$ **20.** $\boxed{3}$ **21.** $\boxed{4}$ **22.** $\boxed{1}$ **23.** $\boxed{5}$ **24.** $\boxed{1}$ **25.** $\boxed{2}$ **26.** $\boxed{5}$ **27.** $\boxed{2}$ **28.** $\boxed{4}$ **29.** $\boxed{5}$ **30.** $\boxed{4}$

Вариант 3-31

1. $\boxed{2}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{5}$ **4.** $\boxed{4}$ **5.** $\boxed{3}$ **6.** $\boxed{2}$ **7.** $\boxed{1}$ **8.** $\boxed{1}$ **9.** $\boxed{3}$ **10.** $\boxed{4}$ **11.** $\boxed{2}$ **12.** $\boxed{3}$ **13.** $\boxed{2}$ **14.** $\boxed{3}$ **15.** $\boxed{5}$ **16.** $\boxed{4}$ **17.** $\boxed{3}$ **18.** $\boxed{5}$ **19.** $\boxed{3}$ **20.** $\boxed{2}$ **21.** $\boxed{4}$ **22.** $\boxed{4}$ **23.** $\boxed{1}$ **24.** $\boxed{4}$ **25.** $\boxed{4}$ **26.** $\boxed{2}$ **27.** $\boxed{3}$ **28.** $\boxed{4}$ **29.** $\boxed{3}$ **30.** $\boxed{5}$

Вариант 3-32

1. $\boxed{1}$ **2.** $\boxed{1}$ **3.** $\boxed{4}$ **4.** $\boxed{2}$ **5.** $\boxed{4}$ **6.** $\boxed{1}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{3}$ **9.** $\boxed{2}$ **10.** $\boxed{3}$ **11.** $\boxed{1}$ **12.** $\boxed{4}$ **13.** $\boxed{5}$ **14.** $\boxed{5}$ **15.** $\boxed{1}$ **16.** $\boxed{5}$ **17.** $\boxed{2}$ **18.** $\boxed{4}$ **19.** $\boxed{5}$ **20.** $\boxed{4}$ **21.** $\boxed{2}$ **22.** $\boxed{2}$ **23.** $\boxed{4}$ **24.** $\boxed{3}$ **25.** $\boxed{2}$ **26.** $\boxed{3}$ **27.** $\boxed{5}$ **28.** $\boxed{1}$ **29.** $\boxed{2}$ **30.** $\boxed{3}$

Вариант 4-11

1. $\boxed{1}$ **2.** $\boxed{3}$ **3.** $\boxed{1}$ **4.** $\boxed{5}$ **5.** $\boxed{2}$ **6.** $\boxed{1}$ **7.** $\boxed{5}$ **8.** $\boxed{2}$ **9.** $\boxed{4}$ **10.** $\boxed{3}$ **11.** $\boxed{4}$ **12.** $\boxed{4}$ **13.** $\boxed{1}$ **14.** $\boxed{5}$ **15.** $\boxed{3}$ **16.** $\boxed{4}$ **17.** $\boxed{4}$ **18.** $\boxed{5}$ **19.** $\boxed{2}$

20. $\boxed{4}$ **21.** $\boxed{3}$ **22.** $\boxed{4}$ **23.** $\boxed{4}$ **24.** $\boxed{1}$ **25.** $\boxed{4}$ **26.** $\boxed{2}$ **27.** $\boxed{2}$ **28.** $\boxed{1}$ **29.** $\boxed{5}$ **30.** $\boxed{3}$

Вариант 4-12

1. $\boxed{2}$ **2.** $\boxed{4}$ **3.** $\boxed{3}$ **4.** $\boxed{3}$ **5.** $\boxed{5}$ **6.** $\boxed{2}$ **7.** $\boxed{1}$ **8.** $\boxed{5}$ **9.** $\boxed{1}$ **10.** $\boxed{5}$ **11.** $\boxed{2}$ **12.** $\boxed{1}$ **13.** $\boxed{2}$ **14.** $\boxed{3}$ **15.** $\boxed{5}$ **16.** $\boxed{5}$ **17.** $\boxed{3}$ **18.** $\boxed{2}$ **19.** $\boxed{4}$ **20.** $\boxed{5}$ **21.** $\boxed{1}$ **22.** $\boxed{5}$ **23.** $\boxed{1}$ **24.** $\boxed{2}$ **25.** $\boxed{3}$ **26.** $\boxed{3}$ **27.** $\boxed{5}$ **28.** $\boxed{2}$ **29.** $\boxed{1}$ **30.** $\boxed{3}$

Вариант 4-21

1. $\boxed{3}$ **2.** $\boxed{2}$ **3.** $\boxed{2}$ **4.** $\boxed{1}$ **5.** $\boxed{5}$ **6.** $\boxed{4}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{4}$ **9.** $\boxed{2}$ **10.** $\boxed{2}$ **11.** $\boxed{1}$ **12.** $\boxed{4}$ **13.** $\boxed{1}$ **14.** $\boxed{3}$ **15.** $\boxed{3}$ **16.** $\boxed{1}$ **17.** $\boxed{2}$ **18.** $\boxed{4}$ **19.** $\boxed{5}$ **20.** $\boxed{5}$ **21.** $\boxed{1}$ **22.** $\boxed{5}$ **23.** $\boxed{3}$ **24.** $\boxed{5}$ **25.** $\boxed{3}$ **26.** $\boxed{4}$ **27.** $\boxed{1}$ **28.** $\boxed{3}$ **29.** $\boxed{5}$ **30.** $\boxed{3}$

Вариант 4-22

1. $\boxed{4}$ **2.** $\boxed{3}$ **3.** $\boxed{5}$ **4.** $\boxed{2}$ **5.** $\boxed{2}$ **6.** $\boxed{3}$ **7.** $\boxed{4}$ **8.** $\boxed{2}$ **9.** $\boxed{2}$ **10.** $\boxed{4}$ **11.** $\boxed{4}$ **12.** $\boxed{2}$ **13.** $\boxed{4}$ **14.** $\boxed{5}$ **15.** $\boxed{1}$ **16.** $\boxed{4}$ **17.** $\boxed{1}$ **18.** $\boxed{4}$ **19.** $\boxed{4}$ **20.** $\boxed{1}$ **21.** $\boxed{2}$ **22.** $\boxed{4}$ **23.** $\boxed{1}$ **24.** $\boxed{2}$ **25.** $\boxed{2}$ **26.** $\boxed{3}$ **27.** $\boxed{2}$ **28.** $\boxed{5}$ **29.** $\boxed{3}$ **30.** $\boxed{5}$

Вариант 4-31

1. $\boxed{5}$ **2.** $\boxed{3}$ **3.** $\boxed{4}$ **4.** $\boxed{2}$ **5.** $\boxed{1}$ **6.** $\boxed{4}$ **7.** $\boxed{4}$ **8.** $\boxed{4}$ **9.** $\boxed{1}$ **10.** $\boxed{3}$ **11.** $\boxed{4}$ **12.** $\boxed{1}$ **13.** $\boxed{3}$ **14.** $\boxed{2}$ **15.** $\boxed{4}$ **16.** $\boxed{1}$ **17.** $\boxed{4}$ **18.** $\boxed{1}$ **19.** $\boxed{3}$ **20.** $\boxed{5}$ **21.** $\boxed{2}$ **22.** $\boxed{4}$ **23.** $\boxed{2}$ **24.** $\boxed{3}$ **25.** $\boxed{2}$ **26.** $\boxed{5}$ **27.** $\boxed{4}$ **28.** $\boxed{5}$ **29.** $\boxed{4}$ **30.** $\boxed{3}$

Вариант 4-32

1. $\boxed{4}$ **2.** $\boxed{5}$ **3.** $\boxed{3}$ **4.** $\boxed{3}$ **5.** $\boxed{2}$ **6.** $\boxed{5}$ **7.** $\boxed{2}$ **8.** $\boxed{5}$ **9.** $\boxed{3}$ **10.** $\boxed{2}$ **11.** $\boxed{3}$ **12.** $\boxed{2}$ **13.** $\boxed{5}$ **14.** $\boxed{3}$ **15.** $\boxed{3}$ **16.** $\boxed{5}$ **17.** $\boxed{1}$ **18.** $\boxed{2}$ **19.** $\boxed{4}$ **20.** $\boxed{4}$ **21.** $\boxed{5}$ **22.** $\boxed{2}$ **23.** $\boxed{1}$ **24.** $\boxed{2}$ **25.** $\boxed{4}$ **26.** $\boxed{1}$ **27.** $\boxed{2}$ **28.** $\boxed{2}$ **29.** $\boxed{2}$ **30.** $\boxed{3}$