Государственный университет — Высшая школа экономики

А.А.Быков

Решение задач ЕГЭ по математике

Текстовые задачи,
тригонометрия,
показательная и логарифмическая функции

Для учащихся 10-х и 11-х классов

Москва 2009

Содержание

Тема 13. Обратные тригонометрические функции

13.1. Определения и свойства

13.1.1. Функции $y = \arcsin x$ и $y = \arccos x$

Напомним основные определения.

Определение 13.3.
Если $x \in [-1;\, 1]$, то значение функции $\arcsin x$ равно такому числу $y \in \left[-\frac{\pi}{2};\, \frac{\pi}{2}\right]$, что $\sin y = x$. Если $x \notin [-1;\, 1]$, то значение $\arcsin x$ не определено.

Замечание. Это определение корректно, т.е. для любого $x \in [-1;\, 1]$ существует единственное значение y, обладающее двумя указанными свойствами.

Определение 13.4.
Если $x \in [-1;\, 1]$, то значение функции $\arccos x$ равно такому числу $y \in [0;\, \pi]$, что $\cos y = x$. Если $x \notin [-1;\, 1]$, то значение $\arccos x$ не определено.

Определение 13.5.
Значение функции $\operatorname{arctg} x$ равно такому числу $y \in \left(-\frac{\pi}{2};\, \frac{\pi}{2}\right)$, что $\operatorname{tg} y = x$.

Определение 13.6.
Значение функции $\operatorname{arcctg} x$ равно такому числу $y \in (0;\, \pi)$, что $\operatorname{ctg} y = x$.

Замечание. Эти определения корректны в том же смысле, что и определение 1.

Используя определения и формулы приведения $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$,
$\operatorname{tg}(\pi/2 - x) = \operatorname{ctg} x$, можно убедиться, что справедливы тождества

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2},\ x \in [-1;\, 1]$$

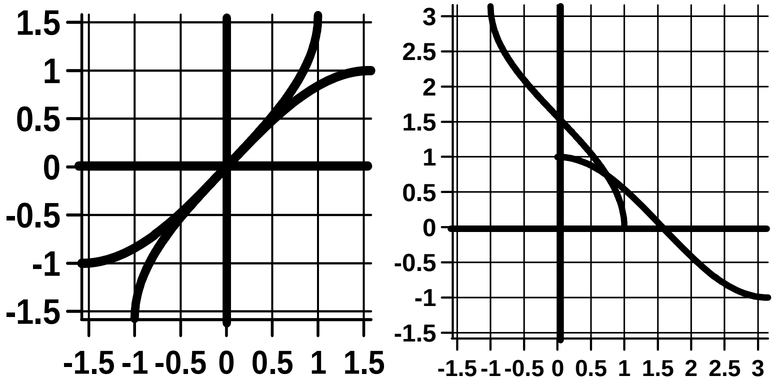


Рис. 20. Графики обратных тригонометрических функций

и

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2},\ x \in (-\infty; +\infty).$$

936. Нарисуйте на одном чертеже графики функций $y = \sin x$ и $y = \arcsin x$.

Решение. На рис. 20a показана часть графика $y = \sin x$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ и весь график $y = \arcsin x$. ■

937. Нарисуйте на одном чертеже графики функций $y = \cos x$ и $y = \arccos x$.

Решение. На рис. 20b показаны графики $y = \cos x$, $x \in [0; \pi]$ и $y = \arccos x$. ■

Значения обратных тригонометрических функций для некоторых углов приведены в таблице.

x	$\arcsin(x)$	$\arccos(x)$
-1	$-\pi/2$	π
$-\sqrt{3}/2$	$-\pi/3$	$5\pi/6$
$-\sqrt{2}/2$	$-\pi/4$	$3\pi/4$
$-1/2$	$-\pi/6$	$2\pi/3$
0	0	$\pi/2$
$1/2$	$\pi/6$	$\pi/3$
$\sqrt{2}/2$	$\pi/4$	$\pi/4$
$\sqrt{3}/2$	$\pi/3$	$\pi/6$
1	$\pi/2$	0

x	$\operatorname{arctg}(x)$	$\operatorname{arcctg}(x)$
$-\sqrt{3}$	$-\pi/3$	$5\pi/6$
-1	$-\pi/4$	$3\pi/4$
$-1/\sqrt{3}$	$-\pi/6$	$2\pi/3$
0	0	$\pi/2$
$1/\sqrt{3}$	$\pi/6$	$\pi/3$
2	$\pi/4$	$\pi/4$
$\sqrt{3}$	$\pi/3$	$\pi/6$

938. Значение выражения $\cos\left(\arcsin(-0,5) + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ равно

$\boxed{1}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{2}$ 1 $\boxed{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{4}$ $-\frac{1}{2}$ $\boxed{5}$ не существует

Ответ $\boxed{2}$ ♦ 1.

Решение. По таблицам частных значений определяем $\cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos(0) = 1.$ ■

13.1.2. Композиция прямой и обратной тригонометрической функции

Теоретические сведения Функция $f(x) = \sin(\arcsin x)$ определена на промежутке $[-1;\ 1]$ и тождественно равна x, так как является компаозицией двух взаимно обратных функций. Аналогично $\cos(\arccos x) = x$, $x \in [-1;\ 1]$, $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$, $x \in (-\infty;\ +\infty)$, $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x$, $x \in (-\infty;\ +\infty)$,

939. Укажите множество всех корней уравнения $\sin(\arcsin x) = x$.

♦ $x \in [-1;\ 1]$.

Решение. Уравнение равносильно системе $\begin{cases} x = x, \\ -1 \leqslant x \leqslant 1. \end{cases}$ ■

940. Укажите множество всех корней уравнения $\cos(\arccos x) = x$.

♦ $x \in [-1;\ 1]$.

Решение. Решение такое же, как в предыдущей задаче ■

941. Укажите множество всех корней уравнения $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$.

♦ $x \in (-\infty;\ +\infty)$.

Решение. Данное уравнение представляет тождество, справедливое на всей числовой оси. ■

942. Укажите множество всех корней уравнения $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x$.

♦ $x \in (-\infty;\ +\infty)$.

943. Значение выражения $\cos(\arcsin(0{,}8))$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0,2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $-0,6$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $0,6$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-0,2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $0,8$

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $0,6$.

Решение. Пусть $\arcsin(0{,}8) = \alpha$. Тогда $\sin\alpha = 0{,}8$ и $\alpha \in (0;\ \frac{\pi}{2})$, поэтому $\cos\alpha = +\sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}6$. ■

944. Значение выражения $\cos\left(\operatorname{arctg}(-\frac{3}{4})\right)$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $0{,}8$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-0{,}8$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $0{,}8$.

Решение. Пусть $\operatorname{arctg}(-\frac{3}{4}) = \alpha$. Тогда $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$ и $\alpha \in (-\frac{\pi}{2};\ 0)$, поэтому $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{25}{16}$, $\cos^2\alpha = \frac{16}{25}$. Так как в четвертой четверти косинус положителен, то $\cos\alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$. ■

13.1.3. Композиция обратной и прямой тригонометрической функции

Теоретические сведения Функция $y = \arcsin(\sin x)$ периодическая, наименьший положительный период равен 2π, функция нечетная (так как является композицией двух нечетных функций). Поэтому достаточно нарисовать ее график на промежутке $0 \leqslant x \leqslant \pi$, продолжить нечетным образом на промежуток,

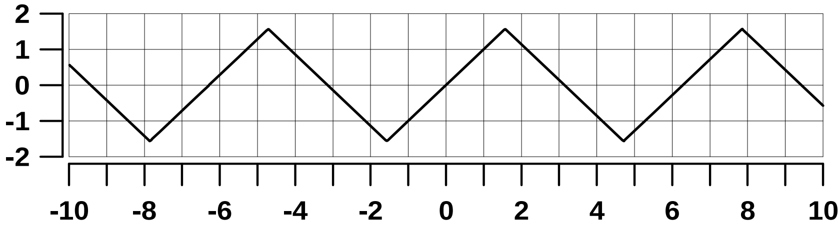


Рис. 21. График функции $\arcsin(\sin(x))$.

$-\pi \leqslant x \leqslant 0$, и затем продолжить периодически на всю числовую ось. Явное выражение для этой функции таково:

$$f(x) = \begin{cases} \dots \\ -\pi - x, & x \in [-3\pi/2;\ -\pi/2], \\ x, & x \in [-\pi/2;\ \pi/2], \\ \pi - x, & x \in [\pi/2;\ 3\pi/2], \\ x - 2\pi, & x \in [3\pi/2;\ 5\pi/2], \\ \dots \end{cases} \tag{1}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 2\pi n, & x \in [-\pi/2 + 2\pi n;\ \pi/2 + 2\pi n], \\ \pi - x + 2\pi n, & x \in [\pi/2 + 2\pi n;\ 3\pi/2 + 2\pi n],\ n \in \mathbf{Z}. \end{cases} \tag{2}$$

График этой функции представлен на рис. **945**

945. Укажите множество всех корней уравнения $\arcsin(\sin x) = x$.

♦ $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение. Ответ можно получить, используя явное выражение этой функции. ■

946. Укажите множество всех корней уравнения $\arccos(\cos x) = x$.

♦ $x \in [0;\ \pi]$.

947. Укажите множество всех корней уравнения $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x$.

♦ $x \in \left(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right)$.

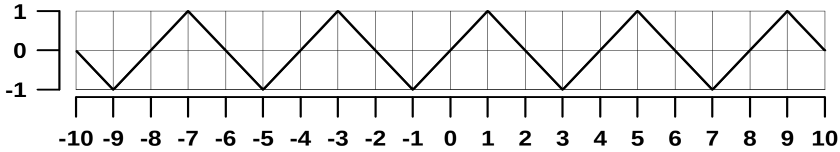


Рис. 22. График функции $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)$.

948. Укажите множество всех корней уравнения $\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x) = x$.

♦ $x \in (0; \pi)$.

13.1.4. Вычисление выражений вида $\arcsin(\sin x)$

Вычисление выражений вида $\arcsin\left(\sin\left(\frac{27\pi}{11}\right)\right)$ сводится к применению формул приведения, свойств нечетности и периодичности, например,

$\arcsin\left(\sin\frac{27\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{(27-22)\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{5\pi}{11}\right) = \frac{5\pi}{11}$,

$\arcsin\left(\sin\frac{28\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{6\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{11\pi}{11} - \frac{6\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{5\pi}{11}\right) = \frac{5\pi}{11}$,

$\arcsin\left(\sin\frac{29\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{11\pi}{11} - \frac{7\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\sin\frac{4\pi}{11}\right) = \frac{4\pi}{11}$

и т.д. Те же задачи можно решить с помощью графика функции $y = \arcsin(\sin x)$.

949. Вычислите значения выражения $b_n = \frac{11}{\pi}\arcsin(\sin x)$ для $x = x_n = \frac{n\pi}{11}$, $n = 0, \ldots, 22$

Решение. Приведем список значений функции $b_n = \frac{11}{\pi}\arcsin(\sin x)$ для $x = x_n = \frac{n\pi}{11}$, $n \in \mathbf{Z}$:

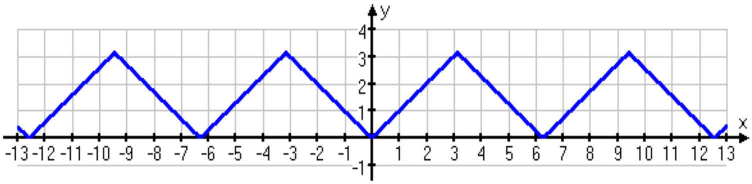
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b_n	0	1	2	3	4	5	5	4	3	2	1	0

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
b_n	0	-1	-2	-3	-4	-5	-5	-4	-3	-2	-1	0

и т.д.

■

950. Нарисуйте график функции $y = \arccos(\cos x)$.
Решение. График функции $y = \arccos(\cos x)$ показан на рисунке. ■



951. Вычислите значения выражения $b_n = \frac{11}{\pi}\arccos(\cos x)$ для $x = x_n = \frac{n\pi}{11}$, $n = 0, \ldots, 22$

Решение.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b_n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

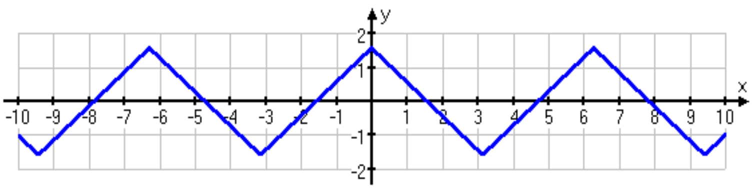
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
b_n	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

и т.д.

■

Приведем таблицу значений функций $f(x) = \arcsin(\sin x)$ и $f(x) = \arccos(\cos x)$ для некоторых натуральных значений x.
$\arcsin(\sin 1) = 1$, $\arcsin(\sin 2) = \pi - 2$, $\arcsin(\sin 3) = \pi - 3$,
$\arcsin(\sin 4) = \pi - 4$, $\arcsin(\sin 5) = 5 - 2\pi$, $\arcsin(\sin 6) = 6 - 2\pi$,
$\arcsin(\sin 7) = 7 - 2\pi$, $\arcsin(\sin 8) = 3\pi - 8$.
$\arccos(\cos 1) = 1$, $\arccos(\cos 2) = 2$, $\arccos(\cos 3) = 3$,
$\arccos(\cos 4) = 2\pi - 4$, $\arccos(\cos 5) = 2\pi - 5$, $\arccos(\cos 6) = 2\pi - 6$,
$\arccos(\cos 7) = 7 - 2\pi$, $\arccos(\cos 8) = 8 - 2\pi$.

952. Нарисуйте график функции $y = \arcsin(\cos x)$.
Решение. График функции $y = \arcsin(\cos x)$ показан на рисунке. ■



Вычисление выражений вида $\arcsin\left(\cos\frac{27\pi}{11}\right)$ сводится к применению формул приведения, свойств нечетности и периодичности, например,

$\arcsin\left(\cos\frac{32\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\cos\frac{(32-22)\pi}{11}\right) = \arcsin\left(\cos\frac{10\pi}{11}\right) =$
$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{10\pi}{11}\right)\right) = \arcsin\left(\sin\left(-\frac{9\pi}{22}\right)\right) = -\frac{9\pi}{22}$,
и т.д. Те же задачи можно решить с помощью графика функции $y = \arcsin(\cos x)$.

953. Вычислите значения выражения $b_n = \frac{22}{\pi}\arcsin(\cos x)$ для $x = x_n = \frac{n\pi}{11}$, $n = 0, \ldots, 22$

Решение.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b_n	11	9	7	5	3	1	-1	-3	-5	-7	-9	-11

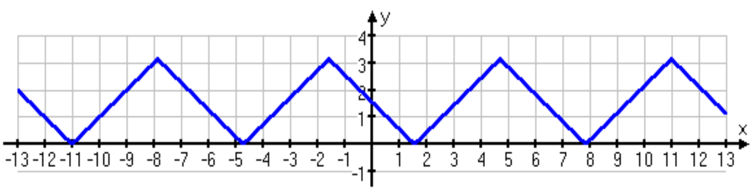
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
b_n	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11

и т.д.

■

954. Нарисуйте график функции $y = \arccos(\sin x)$.

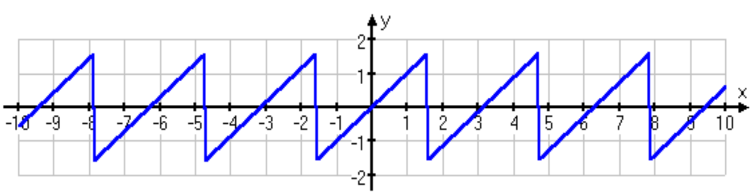
Решение. График функции $y = \arccos(\sin x)$ показан на рисунке. ■



13.1.5. Функции $y = \mathrm{arctg}(\mathrm{tg}\,x)$ и $y = \mathrm{tg}(\mathrm{arctg}\,x)$

955. Нарисуйте график функции $y = \mathrm{arctg}(\mathrm{tg}\,x)$.

Решение. График функции $y = \mathrm{arctg}(\mathrm{tg}\,x)$ показан на рисунке.
■



956. Нарисуйте график функции $y = \mathrm{tg}(\mathrm{arctg}\,x)$.

13.1.6. Формулы сложения для обратных тригонометрических функций

957. Значение выражения $\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{3}$. равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$♦ $\frac{\pi}{4}$.

Решение. Пусть $x = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{3}$. Вычислим $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}} = 1$. Следовательно, значение x — одно из чисел вида $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. Так как $0 < \operatorname{arctg}\frac{1}{3} < \operatorname{arctg}\frac{1}{2} < \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$, то $0 < \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + \operatorname{arctg}\frac{1}{3} < \frac{\pi}{3}$. Таким образом, $0 < x < \frac{\pi}{3}$. Поэтому $x = \frac{\pi}{4}$. ■

958. Значение выражения $\operatorname{arctg} 2 - \operatorname{arctg}\frac{1}{3}$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$♦ $\frac{\pi}{4}$.

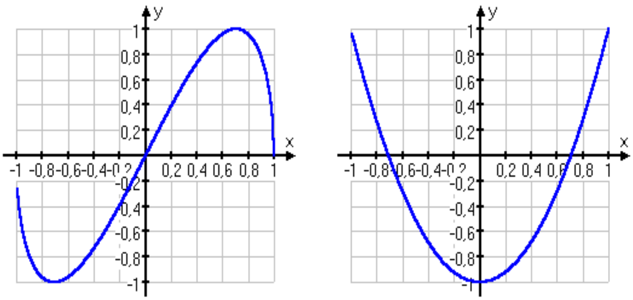
13.1.7. Композиция тригонометрической функции кратного аргумента и обратной тригонометрической функции

13.1.7.1. Функция $y = \sin(2\arcsin x)$

Используя формулу для синуса двойного угла, можно получить выражение для указанной функции, не включающее тригонометрических функций:

$$\sin(2\arcsin x) = 2x\sqrt{1-x^2}, \quad -1 \leqslant x \leqslant 1.$$

Исследование этой функции можно провести чисто алгебраическим путем с помощью производной. Удобнее вычислить координаты максимумов и минимумов, используя тригонометрическое выражение. Функция имеет краевой локальный максимум $y = 0$ в точке $x = -1$, краевой локальный минимум $y = 0$ в точке $x = 1$,



$y = \sin(2\arcsin x)$ $y = \cos(2\arccos x)$

Рис. 23. Композиция тригонометрической функции двойного угла и обратной тригонометрической функции

локальный минимум $y = -1$ в точке $x = -1/\sqrt{2}$, локальный максимум $y = 1$ в точке $x = 1/\sqrt{2}$. Между точками локальных экстремумов функция монотонна. Этих свойств достаточно, чтобы нарисовать эскиз графика (рис. 23).

13.1.7.2. Функция $y = \cos(2\arccos x)$

Имеет место тождество $y = \cos(2\arccos x) = 2x^2 - 1,\ -1 \leqslant x \leqslant 1$. График функции показан на рис. 23.

13.1.7.3. Функция $y = \sin(3\arcsin x)$

Используя фомулу синуса тройного угла, получим тождество $\sin(3\arcsin x) = 3x - 4x^3$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$. График на рис.24а.

13.1.7.4. Функция $y = \cos(3\arccos x)$

Используя формулу косинуса тройного угла и тождество $\cos(\arccos x) = x$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$, получим тождество $\cos(3\arccos x) = -3x + 4x^3$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$. График на рис.24.

13.1.8. Множество значений сложной функции

959. Найдите множество значений функции $y = \arcsin\sqrt{x-1} + 2$

$\boxed{1}$ $\left[2;\ \frac{\pi}{2}+2\right]$ $\boxed{2}$ $\left(2;\ \frac{\pi}{2}+2\right]$ $\boxed{3}$ $\left[-\frac{\pi}{2}+2;\ \frac{\pi}{2}+2\right]$ $\boxed{4}$ $[1;\ 3]$
$\boxed{5}$ $[2;\ \pi+2]$

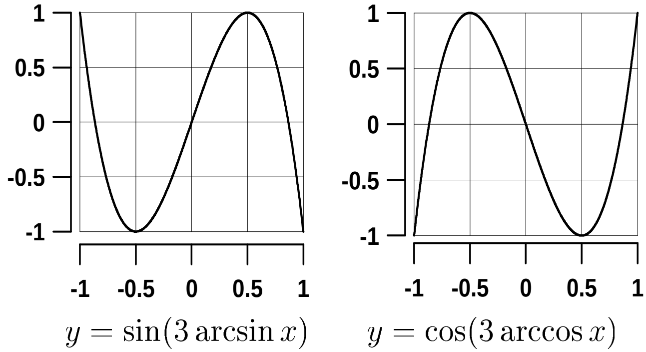


Рис. 24. Композиция тригонометрической функции тройного угла и обратной тригонометрической функции

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$♦ $\left[2;\ \frac{\pi}{2} + 2\right]$.

Решение Заметим, что $t = \sqrt{x-1} \in [0;\ ;+\infty)$, поэтому $\arcsin t \in [0;\ \pi/2]$, $\arcsin t + 2 \in [2;\ \pi/2] + 2$. ■

960. Укажите промежуток, содержащий и наибольшее, и наименьшее значения функции $y = \frac{2}{\pi} \arcsin(x-4) + |x+2|$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y \in [1;\ 4]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $y \in [4;\ 8]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $y \in [-2;\ 2]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $y \in [8;\ 9]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $y \in [-\frac{\pi}{2};\ \pi]$

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$♦ $y_{min} = 4$; $y_{max} = 8$..

Решение. На своей области определения, $x \in [3;\ 5]$, заданная функция является монотонной. Поэтому наименьшее и наибольшее значения совпадают соответственно с $y(3) = 4$ и $y(5) = 8$. ■

961. Найдите множество значений функции
$f(x) = (\arccos x)^2 - 4 \arccos x + 3$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\ 3]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-1;\ +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-1;\ \pi^2 - 4\pi + 3]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[-1;\ 0]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $[3;\ \pi^2 - 4\pi + 3]$

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$♦ $f_{min} = f(2) = -1$, $f_{max} = f(0) = 3$.

Решение. На своей области определения, $x \in [-1;\, 1]$, функция $\arccos x \Subset [0;\, \pi]$. Поэтому множество значений функции $f(x)$ совпадает с множеством значений функции $g(t) = t^2 - 4t + 3$ на промежутке $t \in [0;\, \pi]$. Это множество находится стандартным способом для квадратного трехчлена. В данном случае важно то, что вершина квадратного трехчлена, ветви которого направлены вверх, принадлежит области определения, поэтому наименьшее значение достигается в вершине, а наибольшее значение — в том конце отрезка, который наиболее удален от вершины. В данном случае это точка $x = 0$. ■

962. Найдите множество значений функции
$f(x) = (\arccos x)^2 - 2\arccos x$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\, 0]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-1;\, +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-1;\, \pi^2 - 2\pi]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[-2;\, 1]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $[0;\, \pi^2 - 2\pi]$

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $f_{min} = f(1) = -1$, $f_{max} = f(\pi) = \pi^2 - 2\pi$.

Решение. В данном случае вершина квадратного трехчлена $g(t) = t^2 - 2t$, ветви которого направлены вверх, принадлежит области определения, поэтому наименьшее значение достигается в вершине, координата которой $t = 1$, а наибольшее значение — в том конце отрезка, который наиболее удален от вершины. В данном случае это точка $x = \pi$. ■

963. Найдите множество значений функции
$f(x) = (\arccos x)^2 + 4\arccos x + 3$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\, 3]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-1;\, +\infty)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-1;\, \pi^2 + 4\pi + 3]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[-1;\, 0]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $[3;\, \pi^2 + 4\pi + 3]$

Ответ $\boxed{\mathbf{5}}$♦ $f_{min} = f(0) = 3$, $f_{max} = f(\pi) = \pi^2 + 4\pi + 3$.

Решение. Множество значений функции $f(x)$ совпадает с множеством значений квадратного трехчлена $g(t) = t^2 + 4t + 3$ на промежутке $t \in [0;\, \pi]$. Вершина квадратного трехчлена, ветви которого направлены вверх, не принадлежит области определения, поэтому на области определения квадратный трехчлен — монотонная функция, наименьшее и наибольшее значения достигаются в концах отрезка области определения. ■

13.2. Уравнения и неравенства

13.2.1. Линейные уравнения и неравенства

Теоретические сведения Решение уравнения $f(x) = b$, где $f(x)$ — обратная тригонометрическая функция, $f(x) = \arcsin x$, $f(x) = \arccos x$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $f(x) = \operatorname{arcctg} x$, производится в соотвествиии с общим правилом решения любого уравнения с монотонной функцией, т.е. путем применения к левой и правой частям обратной функции. Предварительно следует проверить, принадлежит ли число b множеству значений функции $f(x)$. Если это не так, то уравнение корней не имеет.

964. Решите уравнение $\arcsin x = \frac{\pi}{4}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sqrt{3}/2$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\pi/4$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $1/\sqrt{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $1/2$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $x = 1/\sqrt{2}$.

Решение. Число $\pi/4$ принадлежит множеству значений монотонной функции $\arcsin x$, $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, поэтому уравнение имеет единственный корень. Применим к левой и правой частям функцию $\sin(t)$, $t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, получим равносильное уравнение $\sin(\arcsin x) = \sin(\frac{\pi}{4})$, имеющее единственный корень $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$. ■

965. Решите уравнение $\arcsin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$♦ $x = \sin(\frac{1}{\sqrt{2}})$.

Решение. Задача решается тем же методом, что и предыдущая. Типичная ошибка — указание ответа 2. ■

966. Решите уравнение $\arcsin x = \frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

Ответ $\boxed{\mathbf{5}}$♦ Корней нет.

Решение. Число $\frac{2\pi}{3}$ не принадлежит множеству значений функции

$f(x) = \arcsin x$, поэтому уравнение не имеет корней. Если применить к левой и правой частям функцию $\sin(t)$, то получится неверный ответ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. ■

Уравнения, в которых присутствуют одновременно функции $\arcsin x$ и $\arccos x$, можно в общем случае упростить, используя тождество
$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

967. Решите уравнение $\arcsin x = \arccos x$.

♦ $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Решение. Используя тождество $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, приведем уравнение к виду $2\arcsin x = \frac{\pi}{2}$, $\arcsin x = \frac{\pi}{4}$, $x = \sin\frac{\pi}{4}$. ■

968. Корень уравнения $2\arcsin x + \arccos x = \frac{2\pi}{3}$ принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\ 0)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[0,25;\ 0,5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0,5;\ 0,75)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[0,75;\ 1]$

Ответ $\boxed{\mathbf{4}}$♦ $x = 0,5$.

Решение. Для решения уравнения вида $A\cdot\arcsin x + B\cdot\arccos x = C$ используем тождество $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$. Получим $2\arcsin x + \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \frac{2\pi}{3}$, $\arcsin x = \frac{\pi}{6}$, $x = \sin\frac{\pi}{6}$. ■

969. Решите уравнение $(\star)$ $5\arccos x - 4\arcsin x = \pi$.

♦ $x = 0{,}5$.

Решение. Вместе с тождеством $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ уравнение $(\star)$ образкет линейную систему, из которой несложно найти $(\star\star)$ $\arcsin x = \frac{\pi}{6}$, $\arccos x = \frac{\pi}{3}$. Уравнение $(\star\star)$ имеет единственный корень $x = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. ■

970. Решите уравнение $6\arccos x + 3\arcsin x = 2\pi$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \{-\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = \frac{1}{2}$

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$♦ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\arcsin x = \frac{\pi}{3}$.

971. Решите неравенство $\arcsin x > b$.

♦ Если $b \geqslant 1$, то решений нет, если $b \in [-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2})$, то $x \in (\sin b;\ 1]$, если $b < \frac{\pi}{2}$, то $x \in [-1;\ 1]$.

Решение. Если $b \geqslant \frac{\pi}{2}$, то решений нет, так как ни одно число из промежутка $(b; +\infty)$ не входит во множество значений $\arcsin x$. Если $b \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, то заданное неравенство равносильно неравенству $\sin(\arcsin x) > \sin(b)$, так как на промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ функция $\sin t$ монотонно возрастает. Последнее неравенство равносильно системе $x > \sin(b) \cap x \in [-1; 1]$, поэтому ответ в этом случае $x \in (\sin(b); 1]$. Если $b < \frac{\pi}{2}$, то все значения из ОДЗ удовлетворяют заданному неравенству. ■

972. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{\pi}{6}$.

♦ $x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right)$.

Решение. Применим решающую функцию $g(t) = \sin t$, $t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$,

$\sin(\arcsin x) < \sin\frac{\pi}{6}$, $\sin(\arcsin x) < \frac{1}{2}$, $\begin{cases} x < \frac{1}{2}, \\ x \in [-1; 1], \end{cases}$ поэтому $x \in [-1; \frac{1}{2})$. ■

973. Решите неравенство $\arcsin x < 1$.

♦ $x \in [-1; \sin 1]$.

Решение. Применим решающую функцию $g(t) = \sin t$, $t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$,

$\sin(\arcsin x) < \sin(1)$, $\begin{cases} x < \sin(1), \\ x \in [-1; 1], \end{cases}$ поэтому $x \in [-1; \sin 1)$. ■

974. Решите неравенство $\arcsin x > \frac{\pi}{3}$.

♦ $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right]$.

Решение. Применим решающую функцию $g(t) = \sin t$, $t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$,

$\sin(\arcsin x) > \sin\frac{\pi}{3}$, $\begin{cases} x > \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ x \in [-1; 1]. \end{cases}$ ■

975. Решите неравенство $\arcsin x > 2$.

♦ $\emptyset$.

Решение. Множество значений функции $f(x) = \arcsin x$ все целиком находится на числовой оси левее числа 2, поэтому неравенство решений не имеет. ■

976. Решите неравенство $\arcsin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

♦ $x \in \left(-\sin\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$.

977. Решите неравенство $\arccos x < \frac{3\pi}{4}$.

♦ $x \in \left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\ 1\right]$.

Решение. Применим решающую функцию $g(t) = \cos t$, $t \in [0; \pi]$. Важно то, что решающая функция убывает, поэтому неравенство следует инвертировать,

$\cos(\arccos x) > \cos\frac{3\pi}{4}$, $\begin{cases} x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ x \in [-1;\ 1]. \end{cases}$ ■

978. Решите неравенство $\operatorname{arctg} x < \frac{\pi}{3}$.

♦ $x \in \left(-\infty;\ \sqrt{3}\right)$.

979. Все решения неравенства $\arcsin x > \frac{\pi}{6}$ образуют промежуток, длина которого

$\boxed{\mathbf{1}}$ равна $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ равна $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ равна $\frac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ равна $\frac{1}{2}$
$\boxed{\mathbf{5}}$ бесконечно велика

Ответ $\boxed{\mathbf{4}}$♦ $\frac{1}{2}$.

Решение. Все решения образуют промежуток $x \in (\frac{1}{2};\ 1]$, длина которого равна $\frac{1}{2}$. ■

980. Решите неравенство $\arccos x < \frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ +\infty\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left(-\frac{1}{2};\ 1\right]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \left[-1;\ -\frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left[-1;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$♦ $x \in \left(-\frac{1}{2};\ 1\right]$.

Решение. Применяя решающую функцию $g(t) = \cos t$, получим $x \in (\cos\frac{2\pi}{3};\ 1]$. ■

981. Все решения неравенства $\arcsin(3x - 2) \leqslant \arcsin(2 - 3x)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{1}{5}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{1}{6}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{1}{7}$

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$♦ $\frac{1}{3}$

Решение. Применяя решающую функцию $g(t) = \sin t$, получим равносильную систему
$\begin{cases} 3x-2 \leqslant 2-3x, \\ -1 \leqslant 3x-2 \leqslant 1, \\ -1 \leqslant 2-3x \leqslant 1, \end{cases}$ которую можно записать в более ясном виде
$-1 \leqslant 3x-2 \leqslant 2-3x \leqslant 1$, поэтому $x \geqslant \frac{1}{3} \bigcap x \leqslant \frac{2}{3} \bigcap x \geqslant \frac{1}{3}$, $x \in [\frac{1}{3};\ \frac{2}{3}]$. ■

982. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \geqslant -\frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна
$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(1)-\sin(0,5)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $1-\sin(0,5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\sin(1)+\sin(0,5)$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $1+\sin(0,5)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $1,5$

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $\sin(1)+\sin(0,5)$, $x \in \big[-\sin(0,5);\ \sin(1)\big]$.

13.2.2. Квадратные уравнения и неравенства с обратными функциями

983. Решите уравнение $24(\arcsin x)^2 - 2\pi \arcsin x - \pi^2 = 0$.

♦ $x \in \left\{-\frac{1}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

Решение. Выполним замену $\arcsin x = t$ и решим квадратное уравнение, получим $\arcsin x \in \left\{-\frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{4}\right\}$. ■

984. Решите неравенство $6(\arcsin x)^2 - 7\arcsin x + 2 \leqslant 0$.

♦ $x \in [\sin\frac{1}{2};\ \sin\frac{2}{3}]$.

Решение. Все решения квадратного неравенства образуют множество $\arcsin x = t \in [\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}]$. ■

985. Решите неравенство $24(\arcsin x)^2 - 2\pi \arcsin x - \pi^2 < 0$.

♦ $x \in \left(-\frac{1}{2};\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Решение. В этой задаче неравенство строгое, поэтому $\arcsin x \in \left(-\frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{4}\right)$. ■

986. Все решения неравенства $2\arcsin^2 x - 5\arcsin x + 2 < 0$ образуют промежуток, длина которого

$\boxed{\mathbf{1}}$ больше 0, но меньше или равна $0,25$

$\boxed{\mathbf{2}}$ больше $0,25$, но меньше или равна $0,5$

$\boxed{\mathbf{3}}$ больше $0,5$, но меньше или равна 1

$\boxed{\mathbf{4}}$ больше 1, но меньше или равна $1,5$

$\boxed{\mathbf{5}}$ больше $1,5$, но меньше или равна 2

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $x \in (\sin(0,5);\ 1]$.

987. Решите уравнение $\arcsin x \cdot \arccos x = \pi^2/18$.

♦ $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Решение. Используя тождество $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, приведем уравнение к равносильному квадратному уравнению $\arcsin^2 x - \left(\frac{\pi}{2}\right)\arcsin x + \frac{\pi^2}{18} = 0$, которое в свою очередь равносильно совокупности уравнений $\arcsin x = \frac{\pi}{6}$, $\arcsin x = \frac{\pi}{3}$. Оба уравнения имеют по одному корню. ■

988. Множество всех решений неравенства
$36\left(\arcsin x\right)^2 - 36\pi \cdot \arcsin x + 5\pi^2 \leqslant 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям

$\boxed{\mathbf{1}}$ $L \in [0;\ 0,3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $L \in [0,3;\ 0,6)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $L \in [0,6;\ 1,3)$

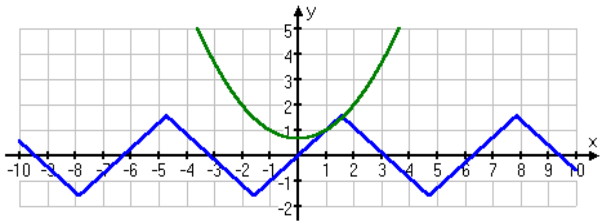
$\boxed{\mathbf{4}}$ $L \in [1,3;\ 1,9)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $L \in [1,9;\ 999]$

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$♦ $L = \frac{1}{2}$; $x \in \left[\frac{1}{2};\ 1\right]$.

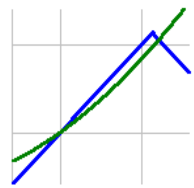
Решение. Квадратное уравнение $36t^2 - 36\pi t + 5\pi^2 = 0$ имеет два различных корня $t = \pi\frac{18\pm\sqrt{18^2-36\cdot 5}}{36}$, $t = \pi\frac{18\pm\sqrt{9\cdot 16}}{36}$, $t = \pi\frac{18\pm 12}{36}$,
$t \in \left\{\frac{\pi}{6};\ \frac{5\pi}{6}\right\}$,
$\frac{1}{6} \leqslant \arcsin x \leqslant \frac{5}{6}$. ■

13.2.3. Уравнения, включающие функцию $\sin(\arcsin x)$

989. Решите уравнение $x^2 - 3\arcsin(\sin x) + 2 = 0$.



$y = \sin(\arcsin x)$, $y = \frac{x^2+2}{3}$



То же в более крупном масштабе

Рис. 25. Графическое решение уравнения

♦ Уравнение имеет два корня. Один из них $x_1 = 1$, второй корень совпадает с положительным корнем уравнения $x^2 - 3(\pi - x) + 2 = 0$.

Решение. Для пояснения существования двух корней и способа их вычисления удобно записать уравнения в виде $\arcsin(\sin x) = \frac{x^2+2}{3}$ и воспользоваться известным графиком функции, стоящей в левой части этого уравнения, рис. 25. ■

990. Решите уравнение $4 + 3\sin(\arcsin 2x) = 18x^2$.

♦ $x = -\frac{1}{3}$.

Решение. Уравнение равносильно системе $\begin{cases} 18x^2 - 6x - 4 = 0, \\ |x| \leqslant \frac{1}{2}. \end{cases}$

Из двух корней квадратного уравнения $x \in \{-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\}$ годится только один. ■

991. Наибольший (или единственный) корень уравнения

$(\star)$ $\sin(\arcsin x) = x^2 - 1$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{-\sqrt{5}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 1

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $\frac{-\sqrt{5}+1}{2}$.

Решение. Функция $f(x) = \sin(\arcsin x)$ на отрезке $x \in [-1; 1]$ тождественно равна x, а вне этого отрезка не существует. Поэтому уравнение $(\star)$ равносильно системе $\begin{cases} x = x^2 - 1, \\ x \in [-1; 1]. \end{cases}$ Корни квадратного уравнения $x^2 - x - 1 = 0$ равны $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$. Осталось выбрать из них тот, который принадлежит отрезку [-1; 1]. ■

992. Уравнение $(\star)$ $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-9x^2}}{2}\right) = \sqrt{2x^2}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in [0;\ 0,1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [0,1;\ 0,2)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [0,2;\ 0,3)$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [0,3;\ 0,4)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [0,4;\ 999)$

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $x = 0,25$.

Решение. Пусть $m = 3,\ n = 4$. Запишем уравнение $(\star)$ в виде $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-m^2x^2}}{2}\right) = \sqrt{\frac{nx^2}{2}}$, и используем формулу синуса половинного угла, $\sqrt{\frac{1-\cos\left(\arcsin\sqrt{1-m^2x^2}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{nx^2}{2}}$, причем знак левой части положительный, так как $\arcsin\sqrt{1-m^2x^2} \in [0;\ \frac{\pi}{2}]$. Это уравнение равносильно уравнению $(\star)$ $1 - \cos\left(\arcsin\sqrt{1-m^2x^2}\right) = nx^2$, так как в правой части стоит неотрицательное выражение. Нас по условию интересуют только неотрицательные корни, поэтому рассмотрим только $x \geqslant 0$. Тогда $\cos\left(\arcsin\sqrt{1-m^2x^2} = \sqrt{m^2x^2} = mx\right.$, $(\star)$ равносильно квадратному уравнению $1 - mx = nx^2$, $nx^2 + mx - 1 = 0$, $x = \frac{-m\pm\sqrt{m^2+4n}}{2n}$, причем годятся только неотрицательные корни, так что $x = \frac{-m+\sqrt{m^2+4n}}{2n} = \frac{1}{4}$. ■

993. Произведение всех корней уравнения $\sin^2\left(2\sin\left(\arcsin\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{3\pi^2}{16}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{9\pi^4}{16\cdot16}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $-\frac{1}{4}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\frac{\pi^2}{16}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-\frac{3\pi^3}{64}$

Ответ $\boxed{\mathbf{4}}$♦ $-\dfrac{\pi^2}{16}$.

994. Один из корней уравнения
$(\star)$ $\sin\left[2\arcsin\left(8\sin\left(\arcsin\frac{x}{240}\right)\right)\right] = \frac{\sqrt{29}\cdot x}{225}$ является положительным натуральным числом. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Ответ $\boxed{\mathbf{3}}$♦ $x = 28$.

Решение. Рассмотрим сначала внутреннюю функцию сложной функции в левой части уравнения ($\star$). Функция $\arcsin\frac{x}{240}$ определена на промежутке $|x| \leqslant 240$. На этом промежутке справедливо тождество
$8\sin\left(\arcsin\frac{x}{240}\right) = \frac{8x}{240} = \frac{x}{30}$. Следовательно, функция
$\arcsin\left(8\sin\left(\arcsin\frac{x}{240}\right)\right) = \arcsin\frac{x}{30}$ определена на промежутке $|x| \leqslant 30$. На этом промежутке функция $\sin\left[2\arcsin\left(8\sin\left(\arcsin\frac{x}{240}\right)\right)\right]$ тождественноравна функции $\sin\left(2\arcsin\frac{x}{30}\right) = 2\sin\left(\arcsin\frac{x}{30}\right)\cos\left(\arcsin\frac{x}{30}\right) = 2\frac{x}{30}\sqrt{1-(\frac{x}{30})^2}$.
Уравнение ($\star$) равносильно системе $\begin{cases} 2\frac{x}{30}\sqrt{1-(\frac{x}{30})^2} = \frac{\sqrt{29}\cdot x}{225}, \\ x \in [-30;\, 30], \end{cases}$
Одно из решений этой системы $x = 0$. Рассмотрим только ненулевые решения. При $0 < |x| \leqslant 30$ система эквивалентна уравнению $15\sqrt{1-(\frac{x}{30})^2} = \sqrt{29}$, $\frac{x^2}{4} = 196$, $x = \pm 28$. Так как по условию требуется только положительный корень, то $x = 28$. ■

13.2.4. Уравнения, включающие функцию $\arcsin(\sin x)$

995. Сколько корней имеет уравнение $\arcsin(\sin x) = \frac{x}{5}$?
♦ $x = 0$, $x = \pm 5\pi/6$, $x \pm 5\pi/2$.
Решение. Для пояснения решения приведем графики левой и правой частей рис. 26. Так как множество значений функции в левой части $y \in [-\pi/2; \pi/2]$, то вне промежутка $[-5\pi/2; 5\pi/2]$ корней нет. Используем явное выражение функции в левой части $x = \frac{x}{5}$ для $x \in [-\pi/2;\ \pi/2]$ дает корень $x_1 = 0$, выражение $\pi - x = \frac{x}{5}$ для $x \in [\pi/2;\ 3\pi/2]$ дает $x_2 = 5\pi/6$, выражение $x - 2\pi = \frac{x}{5}$ для $x \in [3\pi/2;\ 5\pi/2]$ дает $x = \frac{5\pi}{2}$. Остальные два корня находим, используя нечетность левой и правой частей уравнения. ■

996. Решите уравнение $x - 3\arcsin(\sin x) - 2 = 0$.
♦ Уравнение имеет три корня. Один из них $x_1 = -1$, второй корень можно найти из уравнения $x - 3(\pi - x) - 2 = 0$, третий корень из уравнения $x - 3(-\pi - x) - 2 = 0$.

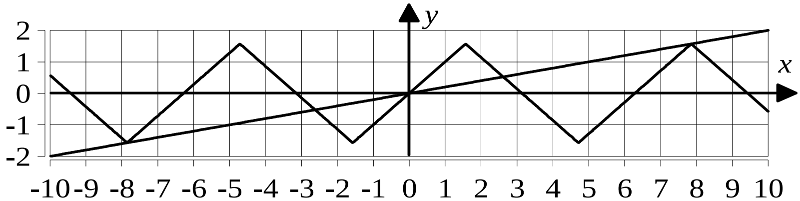
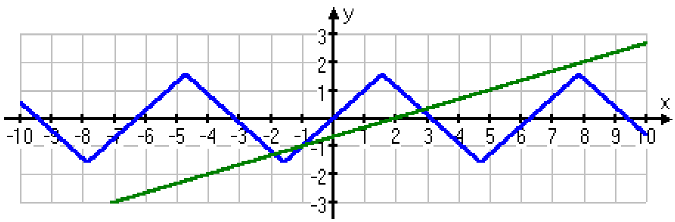


Рис. 26. Графики $y = \arcsin(\sin x)$, $y = \frac{x}{5}$.

Решение. Для пояснения существования трех корней и способа их вычисления удобно записать уравнение в виде $\arcsin(\sin x) = \frac{x-2}{3}$ и воспользоваться известным графиком функции, стоящей в левой части этого уравнения:



■

997. Сумма всех различных корней уравнения $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right) = \frac{62-x}{3}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$ ♦ $\Sigma = 186$, $N = 185$.

Решение. Множество значений левой части совпадает с отрезком $[-1; 1]$. Поэтому все корни принадлежат множеству, на котором
$-1 \leqslant \frac{62-x}{3} \leqslant 1$, $-3 \leqslant 62 - x \leqslant 3$, $59 \leqslant x \leqslant 65$, рис. 27. Учитывая свойства функции $f(x) = \frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)$ (периодичность с периодом 4, нечетность и формулы приведения), запишем явные выражения на указанном промежутке,
$f(x) = x - 60$, если $x \in [59; 61]$;

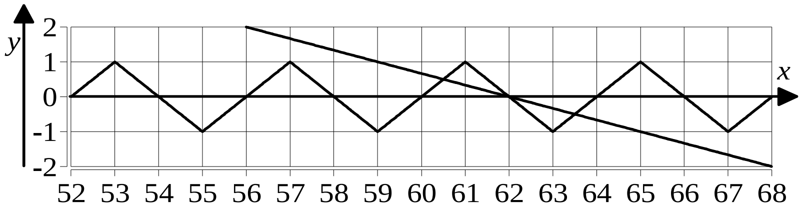


Рис. 27. Графики $y=\frac{2}{\pi}\arcsin(\sin\frac{\pi x}{2})$, $y=\frac{x-62}{3}$.

$f(x)=62-x,$ если $x\in[61;\,63]$;
$f(x)=x-64,$ если $x\in[63;\,65]$.
Запишем уравнение на каждом из этих промежутков,
$\begin{cases}x-60=\frac{62-x}{3},\\ x\in[59;\,61],\end{cases}$ $\begin{cases}62-x=\frac{62-x}{3},\\ x\in[61;\,63],\end{cases}$ $\begin{cases}x-64=\frac{62-x}{3},\\ x\in[63;\,65],\end{cases}$
корни равны соответственно $x=60{,}5$, $x=62$, $x=63{,}5$, сумма корней равна 186. ■

998. Если число N равно количеству различных корней уравнения $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)=\frac{(x-62)^2}{49}$ то остаток от деления N на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$ ♦ $N=7$.

Решение. Множество значений левой части совпадает с отрезком $[-1;\,1]$. Поэтому все корни принадлежат множеству, на котором
$-1\leqslant\frac{(62-x)^2}{49}\leqslant 1$. Учитывая неотрицательность полного квадрата, можно было бы написать $\frac{(62-x)^2}{49}\leqslant 1$. Решим это неравенство, $-7\leqslant 62-x\leqslant 7$, $(\star)$ $55\leqslant x\leqslant 69$, рис. 28. Пусть $f(x)=\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)$. Тогда
$f(x)=x-4n,$ если $x\in[4n-1;\,4n+1]$, $n\in\mathbf{Z}$,
$f(x)=4m+2-x,$ если $x\in[4m+1;\,4m+3]$, $m\in\mathbf{Z}$.
Из всех целых значений n, m, учитывая $(\star)$, следует оставить только те, для которых соответственно
$\begin{cases}4n+1\geqslant 55,\\ 4n-1\leqslant 69,\end{cases}$ $\begin{cases}4n\geqslant 54,\\ 4n\leqslant 70,\end{cases}$ $4n\in\{56;\,60;\,64;\,68\}$, и

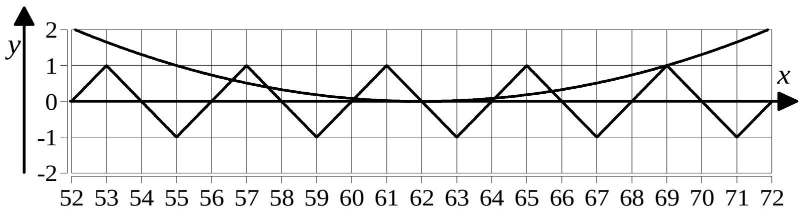


Рис. 28. Графики $y = \frac{2}{\pi}\arcsin(\sin\frac{\pi x}{2})$, $y = \frac{(x-62)^2}{49}$.

$\begin{cases} 4m+3 \geqslant 55, \\ 4m+1 \leqslant 69, \end{cases}$ $\begin{cases} 4m \geqslant 52, \\ 4m \leqslant 68, \end{cases}$ $4m+2 \in \{58;\ 62;\ 66;\ 70\}$.

Каждое из квадратных уравнений
$\frac{(62-x)^2}{49} = x - 4n,\ x \in [4n-1;\ 4n+1],\ 4n \in \{56;\ 60;\ 64;\ 68\}$, и
$\frac{(62-x)^2}{49} = 4n+2-x,\ x \in [4n+1;\ 4n+3],\ 4n+2 \in \{58;\ 62;\ 66;\ 70\}$, рис. 28,
имеет единственный корень на указанном промежутке. Корни двух последних уравнений в каждой серии совпадают. Всего корней семь. ■

999. Если x — корень уравнения $2\arcsin\big(\sin\frac{\pi x}{2}\big) = \frac{3\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 24, то значение выражения $(x-12)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

Ответ $\boxed{\mathbf{2}}$♦ $A = 147$.

Решение. Запишем уравнение в виде $\frac{2}{\pi}\arcsin\big(\sin\frac{\pi x}{2}\big) = \frac{3}{x}$, и нарисуем графики левой и правой частей, рис. 29. На отрезке $x \in [23;\ 25]$ имет место тождество $\frac{2}{\pi}\arcsin\big(\sin\frac{\pi x}{2}\big) = x - 24$, поэтому все корни на этом отрезке совпадают с корнями уравнения $\frac{3}{x} = x - 24$, $x^2 - 24x - 3 = 0$, $x = 12 + \sqrt{12^2+3}$, $x - 12 = \sqrt{12^2+3}$, $(x-12)^2 = 12^2 + 3 = 147$. ■

1000. Найдите расстояние от числа 3π до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin\big(\sin x\big) = \frac{x}{11}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $0,3\pi$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $0,1\pi$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $0,4\pi$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $0,2\pi$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $0,25\pi$

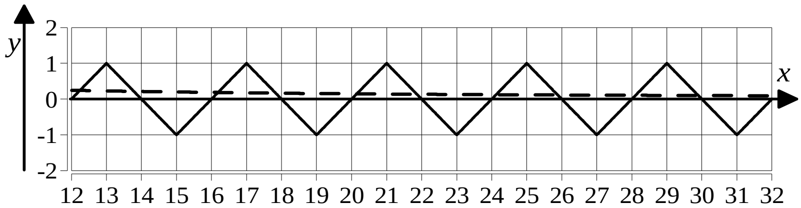


Рис. 29. Графики $y = \frac{2}{\pi}\arcsin(\sin\frac{\pi x}{2})$, $y = \frac{3}{x}$.

Ответ $\boxed{\mathbf{5}}$♦ $0,25\pi$.

Решение. Графики аналогичны предыдущей задаче, приводить их не будем. Найдем наибольший корень, который меньше 3π. Заметим, что $\arcsin(\sin x) = 3\pi - x$, если $x \in [\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$, $3\pi - x = \frac{x}{11}$, $x = \frac{33\pi}{12}$, $3\pi - x = \frac{\pi}{4}$. Попробуем найти наименьший корень, который больше 3π. Используем явноек выражение для функции в левой части уравнения, $\arcsin(\sin x) = x - 4\pi$, если $x \in [\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}]$, поэтому на указанном промежутке $x - 4\pi = \frac{x}{11}$, $x = \frac{44\pi}{10}$, $x - 3\pi = \frac{14\pi}{10}$, этот корень не будет ближайшим. ■

13.2.5. Уравнения вида $f(x) = \sin(m\arcsin x)$

1001. Произведение всех различных корней уравнения
$(\star)$ $\frac{2\sin(2\arcsin x)}{x} = 1$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\dfrac{15}{16}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{15}{16}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{3}{4}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\dfrac{3}{4}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 1

Ответ $\boxed{\mathbf{1}}$♦ $-\dfrac{15}{16}$

Решение. Так как $\sin(2\arcsin x) = 2\sin(\arcsin x)\cos(\arcsin x)$,
$\sin(\arcsin x) = x,\ x \in [-1;\,1]$,
$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2},\ x \in [-1;\,1]$,
то уравнение $(\star)$ равносильно уравнению $\frac{4x\sqrt{1-x^2}}{x} = 1$, которое в свою очередь равносильно системе $\begin{cases} 4\sqrt{1 - x^2} = 1, \\ x \neq 0. \end{cases}$ Ирраци-

ональное уравнение с неотрцательными левой и правой частями можно возвести в квадрат, добавив в систему условие неотрицательности подкоренного выражения, $\begin{cases} 16-16x^2=1, \\ x\in[-1;\,1], \\ x\neq 0. \end{cases}$ Эта система в свою очередь равносильна квадратному уравнению $16x^2-15=0$ с положительным дискриминантом, произведение корней которого по теореме Виета равно $-\frac{15}{16}$. ■

1002. Решите уравнение $\sin(2\arcsin x)=x$.

♦ $x=0$; $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Решение. Применим формулу синуса двойного угла, $2\sin(\arcsin x)\cos(\arcsin x)=x$. Так как справедливы тождества $\sin(\arcsin x)=x$ и $\cos(\arcsin x)=\sqrt{1-x^2}$, то уравнение равносильно каждому из уравнений $2x\sqrt{1-x^2}=x$, $2x(\sqrt{1-x^2}-\frac{1}{2})=0$. Один из корней $x=0$, два других найдем из простейшего иррационального уравнения $\sqrt{1-x^2}=\frac{1}{2}$. ■

1003. Решите уравнение $\cos(2\arccos x)=x$.

♦ $x=1$; $x=-\frac{1}{2}$.

Решение. Уравнение равносильно системе из уравнения $2x^2-1=x$ и неравенства $x\in[-1;\,1]$. Оба корня квадратного уравнения подходят. ■

1004. Решите уравнение $(\star)$ $5\cos(2\arccos x)=23x$.

♦ $x=-\frac{1}{5}$.

Решение. Применим формулу косинуса двойного угла, $10\cos^2(\arccos x)-5=23x$. В левой части функция $f(x)=\cos(\arccos x)$ определена на отрезке $x\in[-1;\,1]$ и тождественно равна $f(x)=x$. Поэтому уравнение $(\star)$ равносильно системе уравнения $10x^2-5=23x$ и неравенства $x\in[-1;\,1]$. В отличие от предыдущей задачи, из двух корней квадратного уравнения $x\in\left\{-\frac{1}{5};\,\frac{5}{2}\right\}$ подходит только один. ■

1005. Решите уравнение $(\star)$ $3\arccos\frac{x}{2}=2\arcsin x$.

♦ $x=1$.

Решение 1. Применим к левой и правой частям уравнения функцию $\cos(t)$. В результате получится следствие уравнения

$(\star)$,
$\cos\left(3\arccos\frac{x}{2}\right) = \cos(2\arcsin x)$. Потеря корней произойти не может, но могут появиться лишние корни. Используя формулы косинуса двойного и тройного угла, приведем уравнение к виду $x^3 + 4x^2 - 3x - 2 = 0$, один из корней которого $x = 1$ является корнем исходного уравнения, а два других $(\star\star)$ $x = \frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ корнями не являются. Вычислять значения левой и правой частей для проверки не нужно, достаточно заметить, что при $x < 0$ (а оба числа $(\star\star)$ отрицательны) левая часть уравнения положительна, а правая отрицательна. ■

Решение 2. Заметим, что ОДЗ $x \in [-1;\, 1]$, поэтому $\frac{x}{2} \in [-\frac{1}{2};\, \frac{1}{2}]$, $\arccos\frac{x}{2} \in [\frac{\pi}{3};\, \frac{2\pi}{3}]$, множество значений левой части $3\arccos\frac{x}{2} \in [\pi;\, 2\pi]$. Множество значений правой части $2\arcsin x \in [-\pi;\, \pi]$. Левая и правая части могут быть равны только в том случае, когда они равны каждая числу π. ■

13.3. Задачи для самостоятельного решения

13.3.0.1. Обратные тригонометрические функции, 1

1006. Значение выражения $\operatorname{arctg}(-1) - \arccos(0{,}5)$ равно
1 $\frac{7\pi}{12}$ **2** $-\frac{7\pi}{12}$ **3** $\frac{5\pi}{3}$ **4** $\frac{11\pi}{12}$ **5** $\frac{3\pi}{2}$

1007. Значение выражения $\dfrac{\operatorname{arctg}\left(-\sqrt{3}\right)}{\arccos\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)}$ равно

1 0,5 **2** 1 **3** 3 **4** −3 **5** −0,5

1008. Значение выражения $\frac{10}{\pi}\arcsin(\sin(3,2\pi))$ равно
1 32 **2** 2 **3** 8 **4** 12 **5** −2

1009. Значение выражения $\arccos(\sin(-\frac{\pi}{5}))$ равно
1 $-\frac{\pi}{5}$ **2** $\frac{7\pi}{10}$ **3** $\frac{\pi}{5}$ **4** $\frac{2\pi}{5}$ **5** $\frac{3\pi}{5}$

1010. Значение выражения $\cos(\arcsin(-0{,}8))$ равно
1 0,8 **2** −0,6 **3** 0,6 **4** −0,2 **5** 0,8

1011. Значение выражения $\mathrm{tg}^2\,(\arccos(0{,}125))$ равно
$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\frac{5\sqrt{6}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ 63 $\boxed{\mathbf{3}}$ 65 $\boxed{\mathbf{4}}$ 8 $\boxed{\mathbf{5}}$ 127

1012. Значение выражения $\mathrm{arctg}\,\frac{3}{5}+\mathrm{arctg}\,\frac{5}{4}$ равно
$\boxed{\mathbf{1}}$ $\mathrm{arctg}\,\frac{37}{5}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\mathrm{arctg}\,\frac{33}{10}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{2\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{3\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\mathrm{arctg}\,\frac{17}{4}$

1013. Значение выражения $\cos\big(\arcsin(-\frac{1}{2})+\arccos(-\frac{1}{3})\big)$ равно
$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{8}}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{6}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

1014. Укажите область определения функции $f(x)=\arcsin(2x)$.
$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\,1]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[-2;\,2]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[-\frac{1}{2};\,\frac{1}{2}]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[-\frac{\pi}{2};\,\frac{\pi}{2}]$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[-\frac{\pi}{4};\,\frac{\pi}{4}]$

1015. Укажите множество значений функции $f(x)=\mathrm{arctg}\,\frac{|x|+1}{x+1}$.
$\boxed{\mathbf{1}}$ $\left[\frac{\pi}{4};\pi\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\left(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{4}\right)\bigcup\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\left(0;\frac{\pi}{4}\right]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\left(0;\frac{\pi}{4}\right]\bigcup\left(\frac{3\pi}{4};\pi\right)$
$\boxed{\mathbf{5}}$ $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\bigcup\left[\frac{3\pi}{4};\pi\right)$

1016. Найдите множество значений функции
$f(x)=\mathrm{arctg}\left(\sin^2 x+3\sin x\cos x+2\cos^2 x\right)$.

1017. Решите уравнение $\sin(\arcsin(x-1))=1-2x$.

1018. Решите уравнение $\arcsin x=\frac{\pi}{3}$.

1019. Решите уравнение $\arcsin x=\frac{2\pi}{3}$.

1020. Решите уравнение $\arccos x=\frac{\pi}{4}$.

1021. Решите уравнение $\arccos x=\frac{5\pi}{6}$.

1022. Решите уравнение $\arccos x=\frac{7\pi}{6}$.

1023. Решите уравнение $\arccos x=-\frac{\pi}{6}$.

1024. Решите уравнение $\arccos x=\pi$.

1025. Решите уравнение $\arccos x=0$.

1026. Решите уравнение $\arccos x=\arcsin 0{,}6$.

1027. Решите уравнение $\arccos x=\pi-\arcsin 0{,}6$.

1028. Решите уравнение $\mathrm{arctg}\,x=2$.

1029. Решите уравнение $\operatorname{arctg} x = -\frac{3\pi}{4}$.

1030. Решите уравнение $\arcsin x = \operatorname{arctg} 2$.

1031. Решите уравнение $\arccos x = \frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ корней нет

1032. Решите уравнение $2\arcsin x + 5\arccos x = 3\pi$.

1033. Корень уравнения $2\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{3}$ принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\ 0)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0;\ 0{,}25)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[0{,}25;\ 0{,}5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0{,}5;\ 0{,}75)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[0{,}75;\ 1]$

1034. Решите уравнение $3\arccos x - 2\arcsin x = \frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \{-\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{1}{2}\}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = -\frac{1}{2}$

1035. Корень уравнения $3\arcsin x + 4\arccos x = \frac{7\pi}{3}$ принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\ 0)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[0,25;\ 0,5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0,5;\ 0,75)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[0,75;\ 1]$

1036. Решите уравнение $3\arccos x = 2\arcsin 2x$.

1037. Решите уравнение $\arccos(0{,}75 - x) = 2\arcsin x$.

1038. Решите неравенство $\arcsin x > 1$.

1039. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{\pi}{3}$.

1040. Решите неравенство $\arcsin x > -\frac{\pi}{4}$.

1041. Решите неравенство $\arcsin x > \sqrt{3}$.

1042. Решите неравенство $\arcsin x + 2 \geqslant 0$.

1043. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1044. Решите неравенство $\arccos x < \frac{5\pi}{6}$.

1045. Решите неравенство $\arccos x > 2$.

1046. Решите неравенство $\arccos x > \frac{3\pi}{4}$.

1047. Решите неравенство $\arccos x < \frac{10}{3}$.

1048. Решите неравенство $\arccos x > 3{,}1$.

1049. Решите неравенство $\operatorname{arctg} x > \frac{\pi}{4}$.

1050. Решите неравенство $\operatorname{arctg} x \leqslant -\frac{1}{2}$.

1051. Все решения неравенства $\arcsin x < -\frac{\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого

$\boxed{1}$ равна $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{2}$ равна $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{3}$ равна $\frac{3}{2}$ $\boxed{4}$ равна $\frac{1}{2}$

$\boxed{5}$ бесконечно велика

1052. Решите неравенство $\arccos x < \frac{5\pi}{6}$.

$\boxed{1}$ $x \in \left(-\frac{1}{2};\ 1\right]$ $\boxed{2}$ $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$ $\boxed{3}$ $x \in \left[-1;\ -\frac{1}{2}\right)$

$\boxed{4}$ $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ +\infty\right)$ $\boxed{5}$ $x \in \left[-1;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

1053. Все решения неравенства $2\arccos x + 3\arcsin x \geqslant \frac{2\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{1}$ $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{2}$ $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{3}$ $0,5$ $\boxed{4}$ $1,5$ $\boxed{5}$ $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

1054. Все решения неравенства $\arcsin(4x-2) \leqslant \arcsin(3-4x)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{1}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{2}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{3}$ $\frac{1}{5}$ $\boxed{4}$ $\frac{1}{8}$ $\boxed{5}$ $\frac{1}{4}$

1055. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \geqslant \frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна

$\boxed{1}$ $\sin(1)+\sin(0,5)$ $\boxed{2}$ $1+\sin(0,5)$ $\boxed{3}$ $\sin(1)-\sin(0,5)$

$\boxed{4}$ $1-\sin(0,5)$ $\boxed{5}$ $1,5$

1056. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{\pi}{3}$.

$\boxed{1}$ $\left(-\infty;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boxed{2}$ $\left[-1;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boxed{3}$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$ $\boxed{4}$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ +\infty\right)$ $\boxed{5}$ $\left(\frac{1}{2};\ +\infty\right)$

1057. Решите уравнение $9(\arcsin x)^2 - 9\pi\arcsin x + 2\pi^2 = 0$.

1058. Уравнение $2\arcsin^2 x - 5\arcsin x + 2 = 0$ имеет

$\boxed{1}$ единственный корень, принадлежащий промежутку $(-1;\ 0]$

$\boxed{2}$ два корня, $x_1 \in (0;\ 0,5)$, $x_2 \in (0,5;\ 1]$

$\boxed{3}$ два корня, $x_1 \in [-1;\ 0)$, $x_2 \in (0;\ 0,5]$

4 единственный корень, принадлежащий промежутку $(0;\,0,5)$
5 единственный корень, принадлежащий промежутку $[0,5;\,1)$

1059. Уравнение $4\arcsin^2 x - 16\arcsin x + 15 = 0$ имеет
1 единственный корень, принадлежащий промежутку $(-1;\,0]$
2 два корня, $x_1 \in (0;\,0,5)$, $x_2 \in (0,5;\,1]$
3 два корня, $x_1 \in [-1;\,0)$, $x_2 \in (0;\,0,5]$
4 единственный корень, принадлежащий промежутку $(0;\,0,5)$
5 единственный корень, принадлежащий промежутку $[0,5;\,1)$

1060. Решите неравенство $(\arccos x)^2 - 4\arccos x + 3 < 0$.

1061. Решите неравенство $9(\arcsin x)^2 - 9\pi\arcsin x + 2\pi^2 < 0$.

1062. Множество всех решений неравенства $9\big(\arcsin x\big)^2 - 3\pi\cdot\arcsin x - 2\pi^2 \leqslant 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям
1 $L \in [0;\ 0,3)$ **2** $L \in [0,3;\ 0,6)$ **3** $L \in [0,6;\ 1,3)$
4 $L \in [1,3;\ 1,7)$ **5** $L \in [1,7;\ 999]$

1063. Все решения неравенства $4\arcsin^2 x - 16\arcsin x + 15 < 0$ образуют промежуток, длина которого
1 больше 0, но меньше или равна 0,25
2 больше 0,25, но меньше или равна 0,5
3 больше 0,5, но меньше или равна 1
4 больше 1, но меньше или равна 1,5
5 больше 1,5, но меньше или равна 2

1064. Решите уравнение $\sin[\arcsin(x^2 - 6x + 5)] = 0$.

1065. Решите уравнение $20x^2 - 9\cos(\arccos x) + 1 = 0$.

1066. Сумма всех целочисленных корней уравнения $\cos(\arccos(4x - 9)) = x^2 - 5x + 5$ равна
1 9 **2** 2 **3** 0 **4** 7 **5** 1

1067. Решите уравнение $\arcsin\frac{2}{3\sqrt{x}} = \arcsin\sqrt{1-x} + \arcsin\frac{1}{3}$.

1068. Решите уравнение $\operatorname{arctg}(x-1)+\operatorname{arctg}x+\operatorname{arctg}(x+1)=\operatorname{arctg}3x$.

1069. Наибольший (или единственный) корень уравнения $\sin(\arcsin x)=x^2-1$ равен

1 $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ **2** $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ **3** $\dfrac{-\sqrt{5}+1}{2}$ **4** $\dfrac{-\sqrt{5}-1}{2}$ **5** 1

1070. Произведение всех корней уравнения $\sin^2\left(4\sin\left(\arcsin\frac{x}{4}\right)\right)=\frac{3}{4}$ равно

1 $-\frac{\pi^2}{9}$ **2** $\frac{4\pi^3}{27}$ **3** $\frac{4\pi^4}{81}$ **4** $-\frac{2\pi^3}{27}$ **5** $\frac{2\pi^2}{9}$

1071. Решите уравнение $\sin\left(\arcsin\frac{x}{2}\right)+\cos\left(\arccos\frac{x}{2}\right)=x^2-2$.

1072. Решите уравнение $3x^2-10\cos(\arccos x)+3=0$.

1073. Решите уравнение $5\arcsin(\sin x)=x$.

1074. Найдите все положительные корни уравнения $2x\cdot\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)=\pi$.

1075. Сумма всех различных корней уравнения $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)=\frac{14-x}{3}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

1076. Если число N равно количеству различных корней уравнения $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)=\frac{(x-49)^2}{64}$, то остаток от деления N на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

1077. Если x — корень уравнения $2\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)=\frac{7\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 28, то значение выражения $(x-14)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

1078. Найдите расстояние от числа 2π до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin\big(\sin x\big) = \frac{x}{13}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\dfrac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\dfrac{\pi}{7}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\dfrac{\pi}{12}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\dfrac{\pi}{13}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\dfrac{\pi}{14}$

1079. Решите неравенство $\frac{2}{\pi}\arcsin\big(\sin\frac{\pi x}{2}\big) > \frac{1}{2}$.

1080. Решите неравенство $5\arcsin(\sin x) \leqslant x$.

1081. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right) > \frac{x}{37}$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

1082. Произведение всех различных корней уравнения $\cos(2\arccos x) = -x$ равно

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ -1 $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

1083. Все решения неравенства $\cos(2\arccos x) \leqslant 2x + 3$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 2

1084. Уравнение $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-36x^2}}{2}\right) = x\cdot\sqrt{\frac{7}{2}}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in [0;\ 0,1)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in [0,1;\ 0,15)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in [0,15;\ 0,2)$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in [0,2;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in [0,25;\ 999)$

1085. Все решения неравенства $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-36x^2}}{2}\right) \geqslant x\cdot\sqrt{\frac{7}{2}}$ образуют промежуток, длина которого равна L. Укажите верное утверждение.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $L \in [0;\ 0,2)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $L \in [0,2;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $L \in [0,25;\ 0,35)$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $L \in [0,35;\ 0,45)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $L \in [0,45;\ 999)$

1086. Один из корней уравнения $\sin\big[2\arcsin\big(7\sin\big(\arcsin\frac{x}{140}\big)\big)\big] = \frac{\sqrt{7}\cdot x}{40}$ является положительным натуральным числом. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

1087. Все решения неравенства $2^{|x|-x} < \frac{1}{2\cos(\operatorname{arctg}\sqrt{63})}$ образуют множество

1 $(-\infty; -1)$ **2** $(-\infty; 1)$ **3** $(-2; +\infty)$ **4** $(1; +\infty)$
5 $(-1; +\infty)$

1088. При каких значениях параметра a уравнение $(x - a)\arccos x = 0$ имеет единственный корень?

1089. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{\arcsin x + a}{\arccos x - \frac{\pi}{3}} = 0$ имеет по крайней мере один корень?

13.3.0.2. Обратные тригонометрические функции, 2

1090. Значение выражения $\arccos(-1) + \arccos(-0{,}5)$ равно

1 $\frac{7\pi}{12}$ **2** $-\frac{7\pi}{12}$ **3** $\frac{5\pi}{3}$ **4** $\frac{11\pi}{12}$ **5** $\frac{3\pi}{2}$

1091. Значение выражения $\frac{\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\arccos\left(\sin\frac{19\pi}{6}\right)}$ равно

1 $-0{,}25$ **2** 1 **3** $-0{,}5$ **4** $0{,}5$ **5** $-0{,}25$

1092. Значение выражения $\frac{5}{2\pi}\arccos(\cos(3,2\pi))$ равно

1 32 **2** 2 **3** 8 **4** 12 **5** -2

1093. Значение выражения $\cos(\arcsin(0,6))$ равно

1 $0,2$ **2** $-0,6$ **3** $0,6$ **4** $-0,2$ **5** $0,8$

1094. Значение выражения $\operatorname{tg}(\arccos(0{,}2))$ равно

1 $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ **2** $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ **3** $2\sqrt{6}$ **4** $-2\sqrt{6}$ **5** $\sqrt{6}$

1095. Значение выражения $\operatorname{arctg}\frac{2}{5} + \operatorname{arctg}\frac{4}{9}$ равно

1 $\operatorname{arctg}\frac{37}{38}$ **2** $\operatorname{arctg}\frac{45}{8}$ **3** $\operatorname{arctg}\frac{8}{45}$ **4** $\operatorname{arctg}\frac{38}{37}$ **5** $\operatorname{arctg}\frac{6}{14}$

1096. Значение выражения $\sin\left(\arccos(-\frac{2}{3}) + \arccos(-\frac{3}{4})\right)$ равно

1 -1 **2** 1 **3** $-\frac{2\sqrt{3}+7\sqrt{5}}{6}$ **4** $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{18}$ **5** $-\frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{7}}{12}$

1097. Все решения неравенства $3^{|x|+x} < \operatorname{tg}\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$ образуют множество

$\boxed{1}$ $(\frac{1}{4};\ +\infty)$ $\boxed{2}$ $(0;\ \frac{1}{4})$ $\boxed{3}$ $(-\infty;\ \frac{1}{3}]$ $\boxed{4}$ $(-\infty;\ \frac{1}{3})$ $\boxed{5}$ $(-\infty;\ \frac{1}{4})$

1098. Укажите область определения функции $f(x) = \arcsin\frac{x}{2}$.

$\boxed{1}$ $[-1;\ 1]$ $\boxed{2}$ $[-2;\ 2]$ $\boxed{3}$ $[-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}]$ $\boxed{4}$ $[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}]$ $\boxed{5}$ $[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}]$

1099. Укажите область определения функции $f(x) = \arcsin(\arcsin x)$.

$\boxed{1}$ $[-\sin 1;\ \sin 1]$ $\boxed{2}$ $[-1;\ 1]$ $\boxed{3}$ $[-\arcsin 1;\ \arcsin 1]$
$\boxed{4}$ $[-\sin 1 + 2\pi n;\ \sin 1 + 2\pi n]$ $\boxed{5}$ $[-1 + 2\pi n;\ 1 + 2\pi n], n \in \mathbf{Z}$

1100. Область определения функции $f(x) = \arccos(\frac{1}{x})$ совпадает с множеством

$\boxed{1}$ $[0;\ \pi]$ $\boxed{2}$ $[0;\ 2]$ $\boxed{3}$ $[-2;\ 2]$ $\boxed{4}$ $(-\infty;\ -1]\bigcup[1;\ +\infty)$
$\boxed{5}$ $[\pi/2;\ \pi/2]$

1101. Укажите множество значений функции $y = \operatorname{arcctg}\frac{|x|+1}{x+1}$:

$\boxed{1}$ $\left[\frac{\pi}{4};\pi\right)$ $\boxed{2}$ $\left(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{4}\right)\bigcup\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ $\boxed{3}$ $\left(0;\frac{\pi}{4}\right]$ $\boxed{4}$ $\left(0;\frac{\pi}{4}\right]\bigcup\left(\frac{3\pi}{4};\pi\right)$
$\boxed{5}$ $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\bigcup\left[\frac{3\pi}{4};\pi\right)$

1102. Укажите промежуток, содержащий и наименьшее, и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{\pi}\arccos(x-5) + |x-7|$:

$\boxed{1}$ $[1;4]$ $\boxed{2}$ $[4;8]$ $\boxed{3}$ $[-2;1]$ $\boxed{4}$ $[5;9]$ $\boxed{5}$ $[-\pi/2;\pi/2]$

1103. Найдите множество значений функции
$f(x) = \arcsin\left(0{,}5 \cdot \sin x \cos x + 0{,}25\right)$.

1104. Решите уравнение $2x^2 - 5\sin(\arcsin x) + 2 = 0$.

1105. Решите уравнение $\arcsin x = \frac{\pi}{3}$.

1106. Решите уравнение $\arcsin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1107. Решите уравнение $\arcsin x = \frac{5\pi}{6}$.

1108. Решите уравнение $\arcsin x = 1$.

1109. Решите уравнение $\arcsin x = -\sqrt{3}$.

1110. Решите уравнение $\arccos x = \frac{\pi}{3}$.

1111. Решите уравнение $\arccos x = 2$.

1112. Решите уравнение $\arccos x = -\frac{\pi}{6}$.

1113. Решите уравнение $\arccos x = 3$.

1114. Решите уравнение $\arccos x = \pi$.

1115. Решите уравнение $\operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{4}$.

1116. Решите уравнение $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{3}$.

1117. Решите уравнение $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$.

1118. Решите уравнение $\operatorname{arctg} x = 1$.

1119. Решите уравнение $\operatorname{arctg} x = \frac{2\pi}{3}$.

1120. Решите уравнение $\arccos x = \arccos(-1)$.

1121. Решите уравнение $\arccos x = \arcsin(1)$.

1122. Решите уравнение $\arcsin x = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1123. Решите уравнение $\arccos x = \operatorname{arctg} 2$.

1124. Решите уравнение $\arccos x = \frac{5\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ корней нет

1125. Решите уравнение $\arccos x = \frac{\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ корней нет

1126. Решите уравнение $\arcsin x + 11 \arccos x = 8\pi$.

1127. Корень уравнения $3 \arcsin x + 4 \arccos x = \frac{5\pi}{3}$ принадлежит промежутку

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[-1;\ 0)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[0,25;\ 0,5)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0,5;\ 0,75)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[0,75;\ 1]$

1128. Решите уравнение $2 \arccos x + 3 \arcsin x = \frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \{\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{1}{2}\}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = -\frac{1}{2}$

1129. Решите уравнение $2 \arccos x = 3 \arccos \frac{x}{2}$.

1130. Решите уравнение $\arccos(x+0{,}5)=2\arcsin x$.

1131. Решите неравенство $\arcsin x<-\frac{\pi}{3}$.

1132. Решите неравенство $\arcsin x>-\frac{\pi}{3}$.

1133. Решите неравенство $\arcsin x+3\leqslant 0$.

1134. Решите неравенство $\arcsin x<2$.

1135. Решите неравенство $\arcsin x>-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1136. Решите неравенство $\arccos x<\frac{2\pi}{3}$.

1137. Решите неравенство $\arccos x>\frac{\pi}{6}$.

1138. Решите неравенство $\arccos x>-\frac{\pi}{6}$.

1139. Решите неравенство $\arccos x>\frac{5\pi}{6}$.

1140. Решите неравенство $\arccos x<3$.

1141. Решите неравенство $\arccos x>\frac{2\pi}{3}$.

1142. Решите неравенство $\operatorname{arctg} x\leqslant -\sqrt{3}$.

1143. Решите неравенство $\operatorname{arctg} x\leqslant \frac{\pi}{2}$.

1144. Все решения неравенства $\arcsin x>-\frac{\pi}{6}$ образуют промежуток, длина которого

$\boxed{1}$ равна $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{2}$ равна $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{3}$ равна $\frac{3}{2}$ $\boxed{4}$ равна $\frac{1}{2}$
$\boxed{5}$ бесконечно велика

1145. Решите неравенство $\arccos x\geqslant\frac{2\pi}{3}$.

$\boxed{1}$ $x\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$ $\boxed{2}$ $x\in\left[-1;\ -\frac{1}{2}\right]$ $\boxed{3}$ $x\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{2};\ +\infty\right)$
$\boxed{4}$ $x\in\left[-1;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ $\boxed{5}$ $x\in\left[-\frac{1}{2};\ 1\right]$

1146. Все решения неравенства $2\arccos x+\arcsin x\leqslant\frac{2\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{1}$ $0,5$ $\boxed{2}$ $1,5$ $\boxed{3}$ $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{4}$ $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{5}$ $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

1147. Все решения неравенства $\arcsin(4x-3)\leqslant\arcsin(3-5x)$ образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{1}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{2}$ $\frac{1}{4}$ $\boxed{3}$ $\frac{1}{6}$ $\boxed{4}$ $\frac{1}{7}$ $\boxed{5}$ $\frac{1}{8}$

1148. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \leqslant \frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна

1 $\sin(1) - \sin(0,5)$ **2** $1 - \sin(0,5)$ **3** $1,5$ **4** $\sin(1) + \sin(0,5)$
5 $1 + \sin(0,5)$

1149. Решите уравнение $9(\arccos x)^2 - 9\pi \arccos x + 2\pi^2 = 0$.

1150. Уравнение $2\arcsin^2 x - 7\arcsin x + 5 = 0$ имеет

1 единственный корень, принадлежащий промежутку $(-1;\ 0]$
2 два корня, $x_1 \in (0;\ 0{,}5)$, $x_2 \in (0{,}5;\ 1]$
3 два корня, $x_1 \in [-1;\ 0)$, $x_2 \in (0;\ 0{,}5]$
4 единственный корень, принадлежащий промежутку $(0;\ 0{,}5)$
5 единственный корень, принадлежащий промежутку $[0{,}5;\ 1)$

1151. Уравнение $3\arcsin^2 x + 14\arcsin x + 11 = 0$ имеет

1 единственный корень, принадлежащий промежутку $(-1;\ 0]$
2 два корня, $x_1 \in (0;\ 0{,}5)$, $x_2 \in (0{,}5;\ 1]$
3 два корня, $x_1 \in [-1;\ 0)$, $x_2 \in (0;\ 0{,}5]$
4 единственный корень, принадлежащий промежутку $(0;\ 0{,}5)$
5 единственный корень, принадлежащий промежутку $[0{,}5;\ 1)$

1152. Уравнение $\arccos^2 x - 7\arccos x + 12 = 0$ имеет

1 два корня, $x_1 \in (0;\ 0{,}5)$, $x_2 \in (0{,}5;\ 1]$
2 два корня, $x_1 \in [-1;\ 0)$, $x_2 \in (0;\ 0{,}5]$
3 единственный корень, принадлежащий промежутку $(-0{,}5;\ 0]$
4 единственный корень, принадлежащий промежутку $[-1;\ -0{,}5]$
5 два корня, оба принадлежат промежутку $[-1;\ -0{,}5]$

1153. Решите неравенство $(\arccos x)^2 - 2\arccos x - 3 < 0$.

1154. Решите неравенство $9(\arccos x)^2 - 9\pi \arccos x + 2\pi^2 < 0$.

1155. Множество всех решений неравенства

$9\left(\arcsin x\right)^2 - 9\pi \cdot \arcsin x - 4\pi^2 \leqslant 0$ представляет собой промежуток, длина которого L удовлетворяет условиям
$\boxed{\mathbf{1}}$ $L \in [0;\ 0,3)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $L \in [0,3;\ 0,6)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $L \in [0,6;\ 1,3)$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $L \in [1,3;\ 1,7)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $L \in [1,7;\ 999]$

1156. Решите уравнение $\sin(\arcsin 2x) = 2x$.

1157. Решите уравнение $\sin[\arcsin(x^2 - 3x + 1)] = -1$.

1158. Решите уравнение $4x^2 - 8\sin(\arcsin x) + 3 = 0$.

1159. Решите уравнение $\arcsin \frac{3x}{5} + \arcsin \frac{4x}{5} = \arcsin x$.

1160. Наибольший (или единственный) корень уравнения $\sin(\arcsin x) = 1 - x^2$ равен

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{-\sqrt{5}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ 1

1161. Произведение всех корней уравнения $\sin^2\left(2\sin\left(\arcsin\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{1}{4}$ равно
$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\frac{1}{16}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{5\pi^2}{36}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{25\pi^4}{36\cdot 36}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\frac{\pi^2}{36}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-\frac{25\pi^3}{216}$

1162. Решите уравнение $8\sin\left(\arcsin\frac{x}{4}\right) + 8\cos\left(\arccos\frac{x}{4}\right) = x^2 + 3$.

1163. Решите уравнение $7 - 32\cos(\arccos 3x) = 256x^2$.

1164. Решите уравнение $9\arcsin(\sin x) = x$.

1165. Найдите все положительные корни уравнения
$2x \cdot \arccos\left(\cos\frac{\pi x}{2}\right) = \pi$.

1166. Сумма всех различных корней уравнения $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right) = \frac{17-x}{3}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен
$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

1167. Если число N равно количеству различных корней уравнения $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right) = \frac{(x-54)^3}{7^3}$, то остаток от деления N на 5 равен
$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

1168. Если x — корень уравнения $2\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)=\frac{13\pi}{x}$, расположенный на числовой оси ближе всех корней к числу 36, то значение выражения $(x-18)^2$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

1169. Найдите расстояние от числа 2π до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin\left(\sin x\right)=\frac{x}{9}$.

1 $0,15\pi$ **2** $0,2\pi$ **3** $0,25\pi$ **4** $0,3\pi$ **5** $0,35\pi$

1170. Решите неравенство $\frac{2}{\pi}\arccos\left(\cos\frac{\pi x}{2}\right)>\frac{1}{2}$.

1171. Решите неравенство $9\arcsin(\sin x)\leqslant x$.

1172. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)>\frac{x}{30}$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

1173. Произведение всех различных корней уравнения $\frac{\sin(2\arcsin x)}{x}=1$ равно

1 $\frac{3}{4}$ **2** $-\frac{3}{4}$ **3** $\frac{15}{16}$ **4** $-\frac{15}{16}$ **5** 1

1174. Все решения неравенства $9\cos(2\arccos x)\leqslant 6x-5$ образуют промежуток, длина которого равна

1 1 **2** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ **3** $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ **4** 1,5 **5** 2

1175. Уравнение $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-64x^2}}{2}\right)=x\cdot\sqrt{\frac{9}{2}}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

1 $x\in[0;\ 0,05)$ **2** $x\in[0,05;\ 0,075)$ **3** $x\in[0,075;\ 0,1)$
4 $x\in[0,1;\ 0,125)$ **5** $x\in[0,125;\ 999)$

1176. Все решения неравенства $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-25x^2}}{2}\right)\geqslant x\cdot\sqrt{3}$ образуют промежуток, длина которого равна L. Укажите верное утверждение.

1 $L\in[0;\ 0,2)$ **2** $L\in[0,2;\ 0,25)$ **3** $L\in[0,25;\ 0,35)$
4 $L\in[0,35;\ 0,45)$ **5** $L\in[0,45;\ 999)$

1177. Один из корней уравнения $\sin\left[2\arcsin\left(3\sin\left(\arcsin\frac{x}{90}\right)\right)\right] = \frac{\sqrt{59}\cdot x}{450}$ является положительным натуральным числом. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 1 $\boxed{\mathbf{2}}$ 2 $\boxed{\mathbf{3}}$ 3 $\boxed{\mathbf{4}}$ 4 $\boxed{\mathbf{5}}$ 0

1178. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{\arcsin x - a}{\arccos x + \frac{\pi}{3}} = 0$ имеет по крайней мере один корень?

1179. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{\arccos x - a}{\arcsin x + \frac{\pi}{6}} = 0$ имеет по крайней мере один корень?

Ответы

13.3.0.3. Обратные тригонометрические функции, 1

1006. $\boxed{2}$ **1007.** $\boxed{5}$ **1008.** $\boxed{5}$ **1009.** $\boxed{2}$ **1010.** $\boxed{3}$ **1011.** $\boxed{2}$ **1012.** $\boxed{1}$
1013. $\boxed{2}$ **1014.** $\boxed{3}$ **1015.** $\boxed{2}$ **1016.** **1017.** ♦ $x = \frac{2}{3}$.
1018. ♦ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **1019.** ♦ $\emptyset$. **1020.** ♦ $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
1021. ♦ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **1022.** ♦ $\emptyset$. **1023.** ♦ $\emptyset$. **1024.** ♦ $x = -1$.
1025. ♦ $x = 1$. **1026.** ♦ $x = 0{,}8$. **1027.** ♦ $x = -0{,}8$.
1028. ♦ $\emptyset$. **1029.** ♦ $\emptyset$. **1030.** ♦ $x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ **1031.** $\boxed{3}$
1032. ♦ $x = -\frac{1}{2}$ **1033.** $\boxed{1}$ **1034.** $\boxed{4}$ **1035.** $\boxed{1}$ **1036.** ♦ $x = \frac{1}{2}$.
1037. ♦ $x = \frac{\sqrt{3}+1}{4}$. **1038.** ♦ $x \in (\sin 1;\ 1]$.
1039. ♦ $x \in \left[-1;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **1040.** ♦ $x \in \left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\ 1\right]$. **1041.** ♦ $\emptyset$.
1042. ♦ $x \in [-1;\ 1]$. **1043.** ♦ $x \in \left(-1;\ \sin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
1044. ♦ $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$. **1045.** ♦ $x \in [-1;\ \cos 2)$.
1046. ♦ $x \in \left[-1;\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. **1047.** ♦ $x \in [-1;\ 1]$.
1048. ♦ $x \in [-1;\ \cos 3{,}1)$. **1049.** ♦ $x \in (1;\ +\infty)$.
1050. ♦ $x \in (-\infty;\ -\operatorname{tg}\frac{1}{2}]$ **1051.** $\boxed{2}$ **1052.** $\boxed{2}$ **1053.** $\boxed{2}$ **1054.** $\boxed{4}$
1055. $\boxed{3}$ **1056.** $\boxed{2}$ **1057.** ♦ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **1058.** $\boxed{4}$ **1059.** $\boxed{5}$

1060. ♦ $x \in (\cos 3;\ \cos 1)$. **1061**. ♦ $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$ **1062.** $\boxed{5}$
1063. $\boxed{1}$ **1064**. **10651066.** $\boxed{2}$ **1067**. ♦ $x = \frac{2}{3}$.
1068. ♦ $x \in \{-0,5;\ 0;\ 0,5\}$**1069.** $\boxed{3}$**1070.** $\boxed{3}$
1071. ♦ $x \in \{-1;\ 2\}$. **1072**. ♦ $x = \frac{1}{3}$.
1073. ♦ $x \in \left\{0;\ \pm\frac{5\pi}{6};\ \pm\frac{5\pi}{2}\right\}$.
1074. ♦ $x = 2n + \sqrt{4n^2+1}, n \in \mathbf{Z},\ n \geqslant 0;$
$x = 2n+1+\sqrt{(2n+1)^2-1}, n \in \mathbf{Z},\ n \geqslant 1$**1075.** $\boxed{2}$**1076.** $\boxed{3}$
1077. $\boxed{3}$**1078.** $\boxed{1}$ **1079**. ♦ $x \in \left(\frac{1}{2}+4n;\ \frac{3}{2}+4n\right), n \in \mathbf{Z}$.
1080. ♦ $x \in \left\{-\frac{5\pi}{2}\right\}. \cup \left[-\frac{5\pi}{6};\ 0\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6};\ +\infty\right)$**1081.** $\boxed{3}$**1082.** $\boxed{4}$
1083. $\boxed{5}$**1084.** $\boxed{2}$**1085.** $\boxed{3}$**1086.** $\boxed{5}$**1087.** $\boxed{5}$
1088. ♦ $a \in (-\infty;\ -1) \cup [1;\ +\infty)$.
1089. ♦ $a \in \left[-\frac{\pi}{2};\ -\frac{\pi}{6}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

13.3.0.4. Обратные тригонометрические функции, 2

1090. $\boxed{3}$**1091.** $\boxed{1}$**1092.** $\boxed{2}$**1093.** $\boxed{5}$**1094.** $\boxed{3}$**1095.** $\boxed{4}$**1096.** $\boxed{5}$
1097. $\boxed{5}$**1098.** $\boxed{2}$**1099.** $\boxed{1}$**1100.** $\boxed{4}$**1101.** $\boxed{4}$**1102.** $\boxed{1}$
1103. **1104**. ♦ $x = \frac{1}{2}$. **1105**. ♦ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **1106**. ♦ $x = -\sin\frac{\sqrt{3}}{2}$.
1107. ♦ $\emptyset$. **1108**. ♦ $x = \sin 1$. **1109**. ♦ $\emptyset$. **1110**. ♦ $x = \frac{1}{2}$.
1111. ♦ $x = \cos 2 = -\cos(\pi - 2)$. **1112**. ♦ $x = \emptyset$.
1113. ♦ $x = \cos 3$. **1114**. ♦ $x = -1$. **1115**. ♦ $x = -1$.
1116. ♦ $x = \sqrt{3}$. **1117**. ♦ $\emptyset$. **1118**. ♦ $x = \mathrm{tg}(1)$. **1119**. ♦ $\emptyset$.
1120. ♦ $x = -1$. **1121**. ♦ $x = 0$. **1122**. ♦ $x = \frac{1}{2}$.
1123. ♦ $x = \frac{1}{\sqrt{5}}$**1124.** $\boxed{1}$**1125.** $\boxed{2}$ **1126**. ♦ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$**1127.** $\boxed{5}$
1128. $\boxed{1}$ **1129**. ♦ $x = -1$. **1130**. ♦ $x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.
1131. ♦ $x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **1132**. ♦ $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$. **1133**. ♦ $\emptyset$.
1134. ♦ $x \in [-1;\ 1]$. **1135**. ♦ $x \in \left(-\sin\frac{\sqrt{2}}{2};\ 1\right]$.
1136. ♦ $x \in \left(-\frac{1}{2};\ 1\right]$. **1137**. ♦ $x \in \left[-1;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
1138. ♦ $x \in [-1;\ 1]$. **1139**. ♦ $x \in \left[-1;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

1140. ♦ $x \in (\cos 3;\, 1]$. **1141**. ♦ $x \in \left[-1;\, -\frac{1}{2}\right)$.
1142. ♦ $x \in (-\infty;\, -\operatorname{tg}\sqrt{3}]$. **1143**. ♦ $x \in (-\infty;\, +\infty)$ **1144.** $\boxed{3}$
1145. $\boxed{2}$ **1146.** $\boxed{3}$ **1147.** $\boxed{3}$ **1148.** $\boxed{4}$ **1149**. ♦ $x \in \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$.
1150. $\boxed{5}$ **1151.** $\boxed{1}$ **1152.** $\boxed{4}$ **1153**. ♦ $x \in (\cos 3;\, 1]$.
1154. ♦ $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **1155.** $\boxed{5}$ **1156**. ♦ $x \in [-0,5;\, 0,5]$.
1157. **1158**. ♦ $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{3}$. **1159**. ♦ $x \in \{-1;\, 0;\, 1\}$ **1160.** $\boxed{2}$
1161. $\boxed{4}$ **1162**. ♦ $x \in \{1;\, 3\}$. **1163**. ♦ $x = \frac{1}{16}$.
1164. ♦ $x \in \left\{0;\, \pm\frac{9\pi}{10};\, \pm\frac{9\pi}{4};\, \pm\frac{27\pi}{10};\, \pm\frac{9\pi}{2}\right\}$.
1165. ♦ $x = 2n + \sqrt{4n^2+1}, n \in \mathbf{Z},\, n \geqslant 0;$
$x = 2n + \sqrt{4n^2-1}, n \in \mathbf{Z},\, n \geqslant 1$ **1166.** $\boxed{4}$ **1167.** $\boxed{2}$ **1168.** $\boxed{2}$
1169. $\boxed{3}$ **1170**. ♦ $x \in \left(\frac{1}{2} + 4n;\, \frac{7}{2} + 4n\right), n \in \mathbf{Z}$.
1171. ♦ $x \in \left\{-\frac{9\pi}{2}\right\} \cup \left[-\frac{27\pi}{10};\, -\frac{9\pi}{4}\right] \cup \left[-\frac{9\pi}{10};\, 0\right] \cup \left[\frac{9\pi}{10};\, \frac{9\pi}{4}\right]$
$\cup \left[\frac{27\pi}{10};\, +\infty\right)$ **1172.** $\boxed{4}$ **1173.** $\boxed{2}$
1174. $\boxed{1}$ **1175.** $\boxed{4}$ **1176.** $\boxed{4}$ **1177.** $\boxed{4}$ **1178**. ♦ $a \in \left[-\frac{\pi}{2};\, -\frac{\pi}{3}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{3};\, \frac{\pi}{2}\right]$. **1179**. ♦ $a \in \left[0;\, \frac{2\pi}{3}\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3};\, \pi\right]$.

13.3.1. Контрольная работа по теме «обратные тригонометрические функции»

1180. Решите уравнение $\arccos x = \frac{\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = -1$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1181. Решите уравнение $\arccos x = 3$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ нет корней $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = 3$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \frac{1}{\cos 3}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \pm 3$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = \cos 3$

1182. Решите уравнение $\arcsin x = -\frac{\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \pm\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1183. Решите уравнение $\arcsin x = \frac{5\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \pm\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1184. Решите уравнение $\arcsin x = 0,5$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = 0,5$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \sin 0,5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1185. Решите уравнение $\arccos x = -\frac{\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = -1$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет корней $\boxed{\mathbf{5}}$ $x = -\frac{1}{2}$

1186. Решите неравенство $\arccos x < \frac{\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, +\infty\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, 1\right]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left[-1;\, \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, \frac{\pi}{2}\right]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ нет решений

1187. Решите неравенство $\arccos x > -\frac{\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, 1\right]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\, \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, \pi\right]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет решений
$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left[-1;\, 1\right]$

1188. Решите неравенство $\arccos x > \frac{\pi}{3}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, 1\right]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\, \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, \pi\right]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет решений
$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left[-1;\, 1\right]$

1189. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(-\infty;\, \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\, 1\right]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left[-1;\, \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\, \frac{1}{2}\right)$
$\boxed{\mathbf{5}}$ нет решений

1190. Решите неравенство $\arcsin x > \frac{\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(-\infty;\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет решений
$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\ 1\right]$

1191. Решите неравенство $\arcsin x > \frac{5\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left[-1;\ 1\right]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет решений
$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\ 1\right]$

1192. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{5\pi}{6}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left[-1;\ 1\right]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет решений
$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\ 1\right]$

1193. Решите неравенство $\arcsin x > 1$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left(\sin 1;\ \frac{\pi}{2}\right]$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\ 1\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(1;\ \frac{\pi}{2}\right]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ нет решений
$\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \left(\sin 1;\ 1\right]$

1194. Решите неравенство $\arccos x > 1$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left[-1;\ \cos 1\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left(1;\ \pi\right]$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(\cos 1;\ 1\right]$
$\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \left[-\pi;\ \cos 1\right)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет решений

1195. Решите уравнение $\arccos x = \arcsin x$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = -\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \frac{3\pi}{4}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1196. Решите уравнение $6\arccos x + 3\arcsin x = 2\pi$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \frac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1197. Решите уравнение $3\arccos x + 6\arcsin x = 2\pi$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x = \frac{\pi}{3}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x = \frac{\pi}{6}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1198. Решите неравенство $6\arccos x + 3\arcsin x < 2\pi$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\ 1\right]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1199. Решите неравенство $3\arccos x + 6\arcsin x < 2\pi$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \left[-1;\ \frac{1}{2}\right)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ 1\right]$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $x \in \left(\frac{1}{2};\ 1\right]$
$\boxed{\mathbf{5}}$ нет корней

1200. Укажите произведение всех различных корней уравнения $\left(\arccos x\right)^2 + \left(\arcsin x\right)^2 = \frac{5}{36}\pi^2$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-\frac{1}{4}$

1201. Укажите промежуток, содержащий ровно один корень уравнения $\left(\arccos x\right)^2 - \left(\arcsin x\right)^2 = \frac{\pi^2}{12}$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $[0;\ 0,25)$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0,25;\ 0,5)$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $[0,5;\ 0,75)$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $[0,75;\ 1)$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $[1;\ 1,25)$

1202. Укажите наибольший элемент множества всех корней уравнения $\left(\arccos x\right)^2 + \left(\arcsin x\right)^2 = \frac{29}{36}\pi^2$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{1}{2}$

1203. Все решения неравенства $\left(\arccos x\right)^2 + \left(\arcsin x\right)^2 < \frac{5}{36}\pi^2$. образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

1204. Все решения неравенства $\left(\arccos x\right)^2 + \left(\arcsin x\right)^2 < \frac{29}{36}\pi^2$. образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

1205. Все решения неравенства $\left(\arccos x\right)^2 + \left(\arcsin x\right)^2 > \frac{29}{36}\pi^2$. образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{3}{2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

1206. Найдите сумму всех различных корней уравнения $\sin(\arcsin x) = x^2$.

$\boxed{\mathbf{1}}$ 0 $\boxed{\mathbf{2}}$ $0,5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ 1 $\boxed{\mathbf{4}}$ $1,5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $-0,5$

1207. Все решения неравенства $\sin(\arcsin x) > 2x^2$. образуют промежуток, длина которого равна

$\boxed{\mathbf{1}}$ 0 $\boxed{\mathbf{2}}$ $0,5$ $\boxed{\mathbf{3}}$ 1 $\boxed{\mathbf{4}}$ $1,5$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\sqrt{2}-1$