

Оглавление

e14–2011–v219–C1...C6	2
e14–2011–v220–C1...C6	3
e14–2011–v221–C1...C6	4
e14–2011–v222–C1...C6	5
e14–2011–v223–C1...C6	6
e14–2011–v224–C1...C6	7
Ответы e14–2011–v219–C1...C6.....	8
Ответы e14–2011–v220–C1...C6.....	9
Ответы e14–2011–v221–C1...C6.....	10
Ответы e14–2011–v222–C1...C6.....	11
Ответы e14–2011–v223–C1...C6.....	12
Ответы e14–2011–v224–C1...C6.....	13

e14-2011-v219-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(2\sin^2 x + 9\sin x - 5)\sqrt{-7\operatorname{tg} x} = 0.$$

C2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями SAD и BCF , где F — середина ребра AS .

C3 Решите неравенство

$$2\log_x 5 + 4\log_{\frac{x}{5}} 5 + 8\log_{125x} 5 \geq 0.$$

C4 Высота равнобедренного треугольника, опущенная на основание, равна 25, а радиус вписанной в треугольник окружности равен 8. Найдите радиус окружности, касающейся стороны треугольника и продолжений двух других его сторон.

C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (x-y+\lg a)^2 + (x+y-\lg a)^2 \leq (\lg a - 1)^2 \\ (x-y-2\lg a)^2 + (x+y+3\lg a)^2 \leq (1-\lg(1000a))^2 \end{cases} \quad \text{имеет единственное решение.}$$

C6 Ученик должен был умножить двузначное число на трехзначное и разделить их произведение на пятизначное. Однако он не заметил знака умножения и принял записанные рядом двузначное и трехзначное числа за одно пятизначное. Поэтому полученное частное (натуральное) оказалось в семь раз больше истинного. Найдите все три числа.

e14-2011-v220-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$(2\sin^2 x - 9\sin x - 5)\sqrt{11\operatorname{tg} x} = 0.$$

C2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями ABG и CDF , где F — середина ребра SB , G — середина ребра SC .

C3 Решите неравенство

$$4\log_x 4 - 3\log_{4x} 4 + 4\log_x 4 \geq 0.$$

16

C4 Высота равнобедренного треугольника, опущенная на основание, равна 32, а радиус вписанной в треугольник окружности равен 15. Найдите радиус окружности, касающейся стороны треугольника и продолжений двух других его сторон.

C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (-x - y + \log_2 a)^2 + (-x + y - \log_2 a)^2 \leq (\log_2 a - 1)^2, \\ (-x - y - 2\log_2 a)^2 + (-x + y + 3\log_2 a)^2 \leq (1 - \log_2(8a))^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

C6 Ученик должен был умножить двузначное число на трехзначное и разделить их произведение на пятизначное. Однако он не заметил знака умножения и принял записанные рядом двузначное и трехзначное числа за одно пятизначное. Поэтому полученное частное (натуральное) оказалось в три раза больше истинного. Найдите все три числа.

e14-2011-v221-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$\frac{9^{\sin x} - 3}{\sqrt{-2\cos x}} = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой $E_1 F_1$.

C3 Решите неравенство

$$\frac{10^x}{2(\log_2^2(x+1))^2 \log_3(x+2)} \leq \frac{(15 \cdot 3^x)^x}{9(\log_2^2(x+1))^2 \log_3(x+2)}.$$

C4 Дан ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 24$ и $BD = 10$. Проведена окружность радиусом $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ с центром в точке пересечения диагоналей ромба. Прямая, проходящая через вершину B , касается этой окружности и пересекает прямую CD в точке M . Найдите CM .

C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $f(x) = |2a + 5|x$ имеет 6 решений, где f — чётная периодическая функция с периодом $T = 2$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = ax^2$, если $0 \leq x \leq 1$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит ноль. После запятой подряд выписаны члены возрастающей последовательности натуральных чисел a_n . В результате получилось рациональное число, которое выражается несократимой дробью, знаменатель которой меньше 100. Найдите наименьшее возможное значение a_3 .

e14-2011-v222-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$\frac{9^{\sin x} - 3^{\sqrt{3}}}{\sqrt{-2\operatorname{tg} x}} = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой $A_1 D_1$.

C3 Решите неравенство

$$\frac{10^{\log_2 x}}{2x^2(x+1)} \leq \frac{(15 \cdot 3^{\log_2 x})^{\log_2 x}}{9x^2(x+1)}.$$

C4 Дан ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 30$ и $BD = 16$. Проведена окружность радиусом $4\sqrt{2}$ с центром в точке пересечения диагоналей ромба. Прямая, проходящая через вершину B , касается этой окружности и пересекает прямую CD в точке M . Найдите CM .

C5 Найдите все значения параметра a , большие 1, при каждом из которых уравнение $f(x) = |3^a - 3|\sqrt{x}$ имеет 6 решений, где f — нечётная периодическая функция с периодом $T = 4$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = 4,5a^2((x-1)-1)^2$, если $0 \leq x \leq 2$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны члены возрастающей последовательности натуральных чисел a_n . В результате получилось рациональное число, которое выражается несократимой дробью, знаменатель которой меньше 100. Найдите наименьшее возможное значение a_7 .

e14-2011-v223-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$\frac{9^{\sin x} - 3^{-1}}{\sqrt{-11 \cos x}} = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой $C_1 D_1$.

C3 Решите неравенство

$$\frac{14^x}{7(\log_7(x-3))^2 \log_6(x+2)} \leq \frac{(4 \cdot 2^x)^x}{4(\log_7(x-3))^4 \log_6(x+2)}.$$

C4 Дан ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 48$ и $BD = 14$. Проведена окружность радиусом $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ с центром в точке пересечения диагоналей ромба. Прямая, проходящая через вершину B , касается этой окружности и пересекает прямую CD в точке M . Найдите CM .

C5 Найдите все значения параметра a , не меньшие 1, при каждом из которых уравнение $f(x) = |9^a - 3|\sqrt{x}$ имеет 6 решений, где f — нечётная периодическая функция с периодом $T = 4$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = 18a^2(|x-1|-1)^2$, если $0 \leq x \leq 2$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны члены арифметической прогрессии $a_n = dn + 2$ (d — целое). Из полученной записи удалены минусы, если они есть. В результате получается рациональное число. Найдите это число.

e14-2011-v224-C1...C6

C1 Решите уравнение

$$\frac{9^{\sin x} - 3^{-\sqrt{3}}}{\sqrt{-21 \cos x}} = 0.$$

C2 В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки F_1 до прямой AC .

C3 Решите неравенство

$$\frac{20^{\log_7(x+1)}}{4(\log_8(x-8))^2 \log_9(x+2)} \leq \frac{(35 \cdot (x+1))^{\log_7(x+1)}}{49(\log_8(x-8))^2 \log_9(x+2)}.$$

C4 Дан ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 42$ и $BD = 40$. Проведена окружность радиусом $10\sqrt{2}$ с центром в точке пересечения диагоналей ромба. Прямая, проходящая через вершину B , касается этой окружности и пересекает прямую CD в точке M . Найдите CM .

C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $f(x) = |a+2|\sqrt[3]{x}$ имеет 4 решения, где f — чётная периодическая функция с периодом $T = \frac{16}{3}$, определённая на всей числовой прямой, причём $f(x) = ax^2$, если $0 \leq x \leq \frac{8}{3}$.

C6 Бесконечная десятичная дробь устроена следующим образом. Перед десятичной запятой стоит нуль. После запятой подряд выписаны члены последовательности чисел $a_n = dn^2 - 5$ (d — целое). Из полученной записи удалены минусы, если они есть. В результате получается рациональное число. Найдите это число.

Отвeты e14-2011-v219-C1...C6

№ задания	Отвeт
C1	$\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k, n \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{1}{\sqrt{33}}$
C3	$(5^{-3}; 5^{-1}] , \left(1; 5^{\frac{3}{7}} \right] , (5; +\infty)$
C4	$\frac{200}{9}$ или 25
C5	$\frac{1}{\sqrt[5]{1000}}; \sqrt[5]{1000}$
C6	18, 144 и 1296 или 18, 144 и 2592

Ответы e14-2011-v220-C1...C6

№ задания	Ответ
C1	$\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z$
C2	$\frac{7}{11}$
C3	$\left[\frac{1}{16}; \frac{1}{4}\right), \left(1; 4^{\frac{4}{5}}\right], (16; +\infty)$
C4	240 или 32
C5	$\frac{1}{\sqrt[5]{8}}; \sqrt[5]{8}$
C6	67, 335 и 22 445 или 42, 336 и 14 112

Отвeты e14-2011-v221-C1...C6

№ задания	Отвeт
C1	$\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z$
C2	2
C3	$(-1; 0), (0; 1], (2 - \log_3 2; +\infty)$
C4	$\frac{91}{17}$ или $\frac{221}{7}$
C5	$a = -\frac{11}{4}, a = -\frac{7}{3}$
C6	3

Отвeты e14-2011-v222-C1...C6

№ задания	Отвeт
C1	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
C2	$\frac{\sqrt{7}}{2}$
C3	$(0; 2^{\log_3 2 - 2}], [2; +\infty)$
C4	$\frac{119}{23}$ или $\frac{391}{7}$
C5	2
C6	7

Отвeты e14-2011-v223-C1...C6

№ задания	Отвeт
C1	$-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z$
C2	$\sqrt{\frac{7}{2}}$
C3	$\left[-1; \log_2 \frac{7}{4}\right), [1; 2), (2; 3), (3; 4), (4; +\infty)$
C4	$\frac{425}{31}$ или $\frac{775}{17}$
C5	1
C6	$\frac{2}{9}$

ОТВЕТЫ e14-2011-v224-C1...C6

№ задания	Ответ
C1	$-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z$
C2	$\sqrt{2}$
C3	$\left(-1; -\frac{45}{49}\right], [6; 7), (7; 8), (8; 9), (9; +\infty)$
C4	$\frac{29}{41}$ или 1189
C5	$-\frac{18}{41}$
C6	$\frac{5}{9}$