член достигает минимума в точке $x = -\dfrac{B}{2A}$, соответствующей абсциссе вершины параболы, где A — первый коэффициент трёхчлена, а B — второй. Таким образом, $x = -\dfrac{3a}{40}$. Итак, данная функция имеет минимум при $x = -\dfrac{3a}{40}$. Но из условия следует, что минимум должен достигаться при $x = 0{,}15$. Тогда из равенства $-\dfrac{3a}{40} = 0{,}15$ находим, что $a = -2$.

Ответ: -2.

608. $y = 9^{x-x^2} \cdot 3^{x^2-5ax+3} = 3^{2x-2x^2+x^2-5ax+3} = 3^{2x-x^2-5ax+3} =$
$= 3^{-x^2-(5a-2)x+3}$.
Функция $y = 3^t$, $3 > 1$ монотонно возрастающая. y максимально в точке, в которой t достигает максимум. $t = -x^2-(5a-2)x+3$ достигает максимум в точке $x = \dfrac{5a-2}{-2}$. По условию $x = 3$. Найдём a из уравнения $\dfrac{5a-2}{-2} = 3$.
$5a = -4$, $a = -0{,}8$.

Ответ: $-0{,}8$.

609. 1) Пусть 10%-ного раствора взяли x г, тогда собственно соляной кислоты в нем: $\dfrac{x}{10}$ г.

2) В 600 г 15%-ного раствора концентрированной соляной кислоты содержится: $600 \cdot \dfrac{15}{100} = 90$ г кислоты.

3) 30%-ного раствора концентрированной соляной кислоты взяли: $\left(90 - \dfrac{x}{10}\right) \cdot \dfrac{100}{30} = \left(300 - \dfrac{x}{3}\right)$ г.

4) Тогда 10%-ого раствора было:

$$600 - \left(300 - \frac{x}{3}\right) = \left(300 + \frac{x}{3}\right) \text{ г.}$$

Составим уравнение и решим его.

$$x = 300 + \frac{x}{3}, \quad \frac{2}{3}x = 300, \quad x = 450 \text{ г.}$$

Ответ: 450.

610. Если в сплав массой 24 кг добавить x кг олова, то масса нового сплава окажется равной $(24+x)$ кг с 40%-ным содержанием меди, то есть меди в новом сплаве $0{,}4(24+x)$ кг. В 45%-ном сплаве массой 24 кг меди содержится $24 \cdot 0{,}45 = 10{,}8$ кг; эта же количество меди содержится в новом сплаве.

Составим и решим уравнение: $0{,}4(24+x)=10{,}8;\ 24+x=27,\ x=3.$

Значит, 3 кг чистого олова надо добавить в сплав.

Ответ: 3.

611. Пусть 1-ый сосуд содержит $x\%$ щелочи, тогда 2-ой — $(x-40)\%$.

Если 4 л составляют $x\%$ раствора, то всего раствора в 1-ом сосуде $4:\dfrac{x}{100}=\dfrac{400}{x}$ (л); во 2-ом сосуде 6 л щелочи, что составляет $(x-40)\%$ всего объема раствора, значит, весь объем раствора:
$6:\dfrac{x-40}{100}=\dfrac{600}{x-40}$ (л). В двух сосудах $\left(\dfrac{400}{x}+\dfrac{600}{x-40}\right)$ л, а по условию задачи в них 20 л. Составим и решим уравнение: $\dfrac{400}{x}+\dfrac{600}{x-40}=20;$
$x(x-40)\neq 0;\ \dfrac{20}{x}+\dfrac{30}{x-40}=1;\ 20(x-40)+30x=x(x-40);$
$20x-800+30x=x^2-40x;\ x^2-90x+800=0;\ x_{1,2}=45\pm\sqrt{2025-800};$
$x_{1,2}=45\pm\sqrt{1225};\ x_1=45-35;\ x_2=45+35;\ x_1=10;\ x_2=80.$
Оба числа — корни составленного уравнения. По смыслу задачи $x>40$, значит, $x=80$. 80% щелочи содержал 1-ый сосуд.

Ответ: 80.

612. Пусть x — первоначальная масса сплава. Тогда
$x-5$ — количество меди в сплаве;
$\dfrac{x-5}{x}\cdot 100$ — содержание меди в «старом» сплаве в процентах,
$\dfrac{x-5}{x+15}\cdot 100$ — содержание меди в «новом» сплаве в процентах.
Составим и решим уравнение:
$\dfrac{(x-5)\cdot 100}{x}-\dfrac{(x-5)\cdot 100}{x+15}=30,\ 10(x-5)(x+15-x)=3x(x+15),$
$50(x-5)=x(x+15),\ x^2-35x+250=0,\ x_{1,2}=\dfrac{35\pm\sqrt{35^2-250\cdot 4}}{2},$
$x_{1,2}=\dfrac{35\pm 5\sqrt{49-40}}{2}=\dfrac{35\pm 15}{2},\ x_1=25,\ x_2=10$. Но так как в условии сказано, что $x<20$, то $x=10$ кг.

Ответ: 10.

613. Пусть x г — первоначальная масса сплава. Тогда $(x-80)$ г — масса серебра в сплаве, $\frac{80}{x}\cdot 100\%$ содержание в нем золота. После добавления 100 г чистого золота $(x+100)$ г — масса «нового» сплава; $\frac{80+100}{x+100}\cdot 100\%$ — содержание золота в «новом» сплаве, и это на 20% выше первоначального.

Составим и решим уравнение: $\frac{180}{x+100}\cdot 100-\frac{80}{x}\cdot 100=20$;

$\frac{180\cdot 5}{x+100}-\frac{80\cdot 5}{x}=1$; $x(x+100)\neq 0$; $180\cdot 5x-80\cdot 5\cdot(x+100)=x(x+100)$;
$x^2+100x=900x-400x-40000$; $x^2-400x+40000=0$; $(x-200)^2=0$;
$x=200$ (при $x(x+100)\neq 0$).
200 г — первоначальная масса сплава, серебра в нем $200-80=120$ (г).

Ответ: 120.

614. Пусть x элементов продукции было выпущено в 1-ый месяц, выпуск падал на 40%, значит, во 2-ой месяц выпущено 60% от x, то есть $0{,}6x$ элементов; в 3-ий месяц — 60% от $0{,}6x$, то есть $0{,}36x$ элементов и т. д. Итак, числа выпускаемых ежемесячных элементов составляют геометрическую прогрессию: 1-ый член $b_1=x$, $q=0{,}6$, $n=5$, $b_5=x\cdot q^4$, $b_5=324$, поэтому $x\cdot 0{,}6^4=324$, $x=\frac{324}{0{,}6^4}$; $x=2500$, $b_1=2500$.

$\frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$ — сумма пяти первых членов — число элементов, выпущенных за пять месяцев. $\frac{2500\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^5\right)}{1-0{,}6}=6250\cdot\left(1-\frac{243}{3125}\right)=$

$=\frac{6250\cdot 2882}{3125}=5764$.

Ответ: 5764.

615. Пусть x л содержится уксуса в 6%-ном растворе, тогда
$x=\frac{2\cdot 6}{100}=0{,}12$ л.

Пусть y л уксуса содержится в 1%-ном растворе, тогда
$y=\frac{3\cdot 1}{100}=0{,}03$ л.

$(x+y)$ л — содержится уксуса в окончательном растворе, что составляет $\dfrac{x+y}{2+3} \cdot 100\% = \dfrac{0{,}12+0{,}03}{5} \cdot 100\% = 3\%$.

Ответ: 3.

616. Обозначим через x — стоимость летней коллекции одежды в рублях, через y — первоначальную прибыль магазина в рублях.

Тогда $(x+y)$ — первоначальная цена коллекции, а $0{,}6(x+y)$ — цена коллекции после снижения. С другой стороны, эту же цену можно определить по формуле $x + 0{,}2y$. Имеем уравнение: $0{,}6(x+y) = x + 0{,}2y$; $0{,}4y = 0{,}4x$; $\dfrac{y}{x} \cdot 100\% = 100\%$.

Ответ: 100.

617. Пусть x — размер первоначального тарифа в рублях. Тогда $1{,}3x$ — размер тарифа после запланированного увеличения, а $0{,}9 \cdot 1{,}3x$ — размер окончательно утвержденного тарифа. Следовательно, услуги фирмы подорожали на $\dfrac{(0{,}9x \cdot 1{,}3x - x)}{x} \cdot 100\% = 17\%$.

Ответ: 17.

618. Пусть v — количество продукции молокозавода, c_1, c_2 — себестоимость продукции и её отпускная цена до повышения цен, а $\widetilde{c}_1$, $\widetilde{c}_2$ — те же величины после повышения. Тогда планируемый выпуск продукции — $1{,}1v$, прибыль завода до повышения цен — $s = v \cdot (c_2 - c_1)$ у.е., а прибыль завода после увеличения выпуска продукции и повышения цен — $\widetilde{s} = 1{,}1v \cdot (\widetilde{c}_2 - \widetilde{c}_1)$ у.е. По условию, $\widetilde{c}_2 = 1{,}15c_2$, $c_1 = 0{,}75c_2$, $\widetilde{c}_1 = 1{,}2c_1 \Rightarrow$ $s = v \cdot (c_2 - 0{,}75c_2) = 0{,}25v \cdot c_2$, $\widetilde{c}_2 - \widetilde{c}_1 = 1{,}15c_2 - 1{,}2c_1 =$
$= 1{,}15c_2 - 1{,}2 \cdot 0{,}75c_2 = 1{,}15c_2 - 0{,}9c_2 = 0{,}25c_2$, $\widetilde{s} = 1{,}1v \cdot (\widetilde{c}_2 - \widetilde{c}_1) =$
$= 1{,}1v \cdot 0{,}25c_2 \Rightarrow \dfrac{\widetilde{s}}{s} = 1{,}1$, то есть прибыль завода увеличится на 10%.

Ответ: 10.

619. Пусть v — ежемесячный объём продаж услуг до расширения, c — тарифы компании до преобразований, тогда vc — ежемесячная прибыль компании до преобразований. После преобразований ежемесячный объём продаж услуг равен $3v$, тарифы — $0{,}5c$, ежемесячная прибыль — $3v \cdot 0{,}5c = 1{,}5vc$.
Значит дополнительная ежемесячная прибыль компании равна
$1{,}5vc - vc = 0{,}5vc$. Затраты на расширение, равные $6vc$, будут компенсированы дополнительной прибылью через $(6vc) : (0{,}5vc) = 12$ месяцев.

Ответ: 12.

620. Пусть в конце года a рублей стоимость золота в изделии, а b рублей стоимость серебра, тогда в начале года $1{,}2a$ рублей стоимость золота, и

$1{,}05b$ рублей стоимость серебра. Зная, что стоимость изделия увеличивается на 15%, составим уравнение:
$1{,}2a + 1,05b = 1{,}15(a + b)$, $1{,}2a - 1{,}15a = 1{,}15b - 1{,}05b$, $0{,}05a = 0{,}1b$, $b = 0{,}5a$.

Примем за x г массу золота в изделии, а за y г массу серебра, тогда $\dfrac{a}{x}$ рублей — цена 1 г золота в начале года, а $\dfrac{b}{y}$ рублей — цена 1 г серебра в начале года. По условию 1 г золота был в 18 раз дороже 1 г серебра, составим уравнение: $\dfrac{a}{x} = \dfrac{18b}{y}$, $\dfrac{a}{x} = \dfrac{18 \cdot 0{,}5a}{y}$, $y = 9x$. Узнаем, какую часть ювелирного изделия составляет золото: $\dfrac{x}{x + 9x} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$.

Ответ: 0,1.

622. Пусть первоначально раствор объёмом 100 л, содержит x л цемента, тогда после того как вылили $\dfrac{2}{5}$ раствора, то цемента осталось $\dfrac{3}{5}x$ л. Бетономешалка после перемешиваний заполнена на $\dfrac{7}{9}$, значит объём полученного раствора $\dfrac{700}{9}$ л. Он содержит 27% цемента. Составим пропорцию:

$$\frac{\frac{3}{5}x}{\frac{700}{9}} = \frac{27}{100},\ x = 35.$$

Ответ: 35.

623. Пусть $a_1 = 100$ единиц составляет ВВП в первый год, $x\%$ — рост ВВП за год, через год ВВП составляет a_2 единиц, через 2 года $a_3 = 200$.
$a_2 = 100 + \dfrac{100 \cdot x}{100} = 100 + x$; $a_3 = a_2 + a_2 \cdot \dfrac{x}{100} = 100 + x + \dfrac{100 + x}{100} \cdot x$;
$a_3 = \dfrac{10000 + x^2 + 200x}{100}$; $a_3 = 200$; $10000 + x^2 + 200x = 20000$;
$x^2 + 200x - 10000 = 0$; $x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 10000}$. По условию $x > 0$: $x = -100 + \sqrt{20000}$; $x \simeq -100 + 141{,}42 \approx 41\%$.

Ответ: 41%.

624. Пусть a_i — количество самолётов, взлетающих в сутки с i-го по интенсивности аэропорта, тогда $a_1 = 42$, $a_2 = 38$, a_n — арифметическая

прогрессия, где $n = 10$, $a_1 = 42$, $d = -4$, $S_{10} = \dfrac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 =$
$= \dfrac{2 \cdot 42 - 36}{2} \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 240$. 240 самолётов взлетает в сутки во всех направлениях.

Ответ: 240.

625. Ясно, что максимальную сумму, которую Василий Петрович может взять у банка, нужно вычислять в предположении, что в конце каждого года он будет выплачивать именно по 90 тыс. руб., а не меньше. Пусть s — величина этой суммы. В рачётах за единицу измерения примем 1000 руб. Тогда в конце года, долг Василия Петровича банку, после погашения им 90 тыс. руб. долга, составит $1{,}2 \cdot s - 90$.Ещё через год он должен выплатить банку $1{,}2 \cdot (1{,}2 \cdot s - 90)$, что, согласно нашему предположению, составляет 90 тыс. руб. Решим полученное уравнение: $1{,}2 \cdot (1{,}2 \cdot s - 90) = 90$, $1,44 \cdot s - 108 = 90$, $s = \dfrac{19800}{144} = \dfrac{2200}{16} = \dfrac{275}{2} = 137{,}5$. Таким образом, максимальная сумма, которую Василий Петрович может взять у банка, равна 137500 руб.

Ответ: 137500.

626. Пусть банк выплачивает $p \cdot 100\%$ годовых. Тогда через год, после пополнения Марией Павловной своего счёта на 30 тыс. руб., сумма на её счёте будет составлять $(1 + p) \cdot 20 + 30$ тыс. руб. Еще через год, после начисления банком процентов, эта сумма возрастёт до $(1+p)\cdot((1+p)\cdot 20+30)$ тыс. руб., что, по условию, составляет 60,95 тыс. руб. Решим полученное уравнение: $(1 + p)^2 \cdot 20 + (1 + p) \cdot 30 = 60{,}95$, $20p^2 + 70p - 10{,}95 = 0$, $D = 70^2 + 4 \cdot 20 \cdot 10{,}95 = 5776 = 76^2$, так как по смыслу задачи $p > 0$, то $p = \dfrac{-70 + 76}{40} = 0{,}15$. Таким образом, по виду вклада, открытого Марией Павловной, банк выплачивает 15% годовых.

Ответ: 15.

627. Пусть p — количество примесей в руде до её обогащения. Тогда после первого этапа, количество примесей составит $(1-0{,}2)p = 0{,}8p$. После второго этапа эта величина уменьшится до $0{,}85 \cdot 0{,}8p = 0{,}68p$, а после третьего, количество примесей будет составлять $0{,}9 \cdot 0{,}68p = 0{,}612p$. Таким образом, количество примесей уменьшится на $0{,}388p$, что составляет $\dfrac{0{,}388p}{p} \cdot 100\% = 38,8\%$ от величины p.

Ответ: 38, 8.

628. Пусть S — стоимость перевозки единицы груза до увеличения расценок, а v — объём почты, перевозимой фирмой в это же время. Тогда прежние затраты фирмы на перевозку равны $S \cdot v$. После двух подорожаний, на 20% в первый раз и на 10% во второй, стоимость перевозки единицы груза будет составлять $1{,}1 \cdot 1{,}2S = 1{,}32S$. А объём перевозимой фирмой почты, увеличившийся на 30%, будет равен $1,3v$. Следовательно, увеличившиеся расходы фирмы равны $1{,}32S \cdot 1,3v = 1{,}716S \cdot v$. Таким образом, расходы фирмы возрастут на $0{,}716S \cdot v$, что составляет $\dfrac{0{,}716S \cdot v}{S \cdot v} \cdot 100\% = 71{,}6\%$ от их прежней величины.

Ответ: 71,6.

629. Пусть банок с вишнёвым компотом — x штук, тогда с абрикосовым — $1{,}1x$. Пусть с абрикосовым компотом закупорено y трёхлитровых банок и $(1{,}1x - y)$ — литровых, тогда с вишнёвым компотом — $1{,}25y$ трёхлитровых и $0{,}85(1{,}1x - y)$ литровых. Всего с вишнёвым компотом $\big(1{,}25y + 0{,}85(1{,}1x - y)\big)$ банок. Получаем уравнение:
$1{,}25y + 0{,}85(1{,}1x - y) = x$; $1{,}25y + 0{,}935x - 0{,}85y = x$; $0{,}4y = 0{,}065x$; $y = 0{,}1625x$; $y = (0{,}1625 : 1{,}1) \cdot (1{,}1x)$.
$y \approx 0{,}15 \cdot (1{,}1x)$, то есть трёхлитровые банки составляют 15% от всех закупоренных банок с абрикосовым компотом.

Ответ: 15.

630. Пусть книг по физике выпущено x штук, тогда по математике — $1{,}2x$. Пусть по математике выпущено y книг для девятого класса и $(1{,}2x - y)$ — для одиннадцатого, тогда по физике — $1{,}1y$ книг для девятого класса и $0{,}75(1{,}2x - y)$ для одиннадцатого. Всего по физике $\big(1{,}1y + 0{,}75(1{,}2x - y)\big)$ книг.
Получаем уравнение: $1{,}1y + 0{,}75(1{,}2x - y) = x$; $1{,}1y + 0{,}9x - 0{,}75y = x$; $0{,}35y = 0{,}1x$; $x = 3{,}5y$.
$\dfrac{1{,}1y}{x} \cdot 100\% \approx 31\%$, то есть книги для девятого класса составляют 31% от всех выпущенных по физике.

Ответ: 31.

631. Пусть к 20 кг первого сплава добавили y кг второго сплава. Тогда в получившемся сплаве содержится $0{,}4 \cdot 20 + 0{,}2 \cdot y$ кг серебра. Если серебро составляет 30% от общей массы в $20 + y$ кг получившегося сплава, то справедливо соотношение $0{,}4 \cdot 20 + 0{,}2 \cdot y = 0{,}3(20 + y)$, $8 + 0{,}2y = 6 + 0{,}3y$, $0{,}1y = 2 \Rightarrow y = 20$.

Ответ: 20.

632. Пусть x — количество процентов цинка в первом и втором сплавах. Тогда после того как сплавили 150 кг первого сплава и 150 кг второго сплава, в получившемся сплаве содержится $\frac{x}{100}\cdot 150+\frac{x}{100}\cdot 250$ кг цинка, что составляет 30% от общей массы (400 кг) получившегося сплава. Значит, $\frac{x}{100}\cdot 150+\frac{x}{100}\cdot 250=0{,}3\cdot 400$, $4x=120 \Rightarrow x=30$. Поэтому во втором сплаве содержалось $100-26-30=44\%$ олова. Таким образом, 150 кг первого сплава содержали $0{,}4\cdot 150=60$ кг олова, а 250 кг второго сплава содержали $0{,}44\cdot 250=110$ кг олова. Значит, получившийся сплав содержит $60+110=170$ кг олова.

Ответ: 170.

633. Пусть x — количество процентов песка во втором растворе, тогда $2x$ — количество процентов песка в первом растворе. После того как смешали 300 кг первого раствора и 400 кг второго раствора, получили раствор, в котором содержится $\frac{2x}{100}\cdot 300+\frac{x}{100}\cdot 400$ кг песка, что составляет 30% от общей массы 700 кг получившегося раствора. Значит, $\frac{2x}{100}\cdot 300+\frac{x}{100}\cdot 400=0{,}3\cdot 700$, $10x=210 \Rightarrow x=21$. Поэтому в первом растворе содержалось $100-10-42=48\%$ цемента. Таким образом, 300 кг первого раствора содержали $0{,}48\cdot 300=144$ кг цемента, а 400 кг второго раствора содержали $0{,}4\cdot 400=160$ кг цемента. Значит, получившийся раствор содержит $144+160=304$ кг цемента.

Ответ: 304.

634. Пусть в первой канистре x кг раствора, а во второй y кг. Тогда $\frac{0{,}5(0{,}05x+0{,}1y)}{0{,}5(x+y)}=0{,}07$; $0{,}05x+0{,}1y=0{,}07(x+y)$; $0{,}02x=0{,}03y$; $x:y=3:2$.

Ответ: 1,5.

635. Пусть в первой колбе x кг раствора, а во второй — y кг. Тогда $0{,}01x$ кг уксуса в первой колбе, а 0,05 кг — во второй. После переливания в третьей колбе окажется $\left(\frac{x+y}{2}\right)$ кг раствора, из которых $\frac{0{,}01x+0{,}05y}{2}$ кг соли. Значит, процентное содержание соли в третьей колбе: $\frac{0{,}01x+0{,}05y}{x+y}\cdot 100\%$, что по условию равно 2%.

$0{,}01 + 0{,}05y = 0{,}02(x + y);\ 0{,}01x = 0{,}03y;\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{1}.$

Следовательно, масса раствора в первой в 3 раза больше, чем во второй.

Ответ: 3.

636. Пусть стоимость старой упаковки равна x, а стоимость сока — y, тогда стоимость пакета сока в этом году — $(x+y)$. По условию стоимость новой упаковки — $1{,}15x$, а стоимость пакета сока в следующем году — $1{,}05(x + y)$. Решим уравнение: $1{,}15x + y = 1{,}05(x + y)$, $0{,}1x = 0{,}05y$, $y = 2x$, $\dfrac{x}{x+y} = \dfrac{x}{x+2x} = \dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{3} \cdot 100\% = 33{,}(3)\%$. Округляя до целого числа, получаем, что в этом году стоимость упаковки составляла 33% от стоимости пакета сока.

Ответ: 33.

637. Пусть стоимость струн из нейлона равна x, а стоимость гитары без струн — y, тогда стоимость всей гитары — $(x + y)$. По условию стоимость металлических струн — $1{,}5x$, а стоимость всей гитары после замены струн — $1{,}01(x + y)$. Решим уравнение: $1{,}5x + y = 1{,}01(x + y)$, $0{,}49x = 0{,}01y$, $y = 49x$, $\dfrac{x}{x+y} = \dfrac{x}{x+49x} = 0{,}02$. Получаем, что стоимость струн из нейлона составляла 2% от стоимости всей гитары.

Ответ: 2.

638. Так как металл содержит 4% примесей, то «чистой руды» в нем содержится 96%. Поэтому в 15 тонн металла содержится $15 \cdot 0{,}96 = 14{,}4$ тонн «чистой руды». Так как в руде содержится 40% примесей, то «чистой руды» в ней содержится 60%. Таким образом, для того чтобы выплавить из руды 15 тонн металла, в руде должно содержаться 14,4 тонн «чистой руды», что составляет 60%. Следовательно, 100% будет составлять $14{,}4 \cdot \dfrac{100}{60} = 24$ тонны руды.

Ответ: 24.

639. Обозначим через x и y процентное содержание хрома соответственно в первом и втором куске чугуна, через P вес каждого из кусков чугуна. Тогда в первом куске чугуна содержалось $P \cdot \dfrac{x}{100}$ кг хрома, а во втором — $P \cdot \dfrac{y}{100}$ кг хрома. Так как в полученном сплаве оказалось 12 кг хрома, то выполняется равенство $P \cdot \frac{x}{100} + P \cdot \frac{y}{100} = 12$. Если бы первый кусок чугуна весил $2P$ кг, то в сплаве содержалось бы $2P \cdot \frac{x}{100} + P \cdot \frac{y}{100}$ кг хрома, что, по условию, равняется 16 кг. Учитывая также, что содержание хрома в первом куске чугуна было на 5% меньше чем во втором, получаем систему уравнений $\begin{cases} P \cdot \frac{x}{100} + P \cdot \frac{y}{100} = 12, \\ 2P \cdot \frac{x}{100} + P \cdot \frac{y}{100} = 16, \\ y - x = 5. \end{cases}$

Разделим первое уравнение системы на второе и, воспользовавшись третьим уравнением, подставим в полученное равенство $y = x + 5$. В результате таких действий получим: $\frac{x + (x+5)}{2x + (x+5)} = \frac{12}{16}$, $\frac{2x+5}{3x+5} = \frac{3}{4}$, $4(2x+5) = 3(3x+5)$, $x = 5$. Значит, $y = 10$. Значение P найдем из первого уравнения системы: $P \cdot \frac{5}{100} + P \cdot \frac{10}{100} = 12 \Rightarrow P = \frac{12 \cdot 100}{15} = 80$. Итак, полученный из двух одинаковых по весу кусков чугуна сплав весит 160 кг и содержит 12 кг хрома. Следовательно, процентное содержание хрома в таком сплаве равно $\frac{12}{160} \cdot 100 = 7{,}5\%$.

Ответ: 7,5.

640. Пусть сплавили два слитка по P кг, в первом из которых содержится $x\%$ золота, а во втором — $y\%$ золота. Тогда в первом слитке содержалось $P \cdot \frac{x}{100}$ кг золота, а во втором — $P \cdot \frac{y}{100}$ кг золота. Так как в полученном сплаве оказалось 3 кг золота, то выполняется равенство $P \cdot \frac{x}{100} + P \cdot \frac{y}{100} = 3$. Если бы второй слиток весил $2P$ кг, то в сплаве содержалось бы $P \cdot \frac{100 - x}{100} + 2P \cdot \frac{100 - y}{100}$ кг серебра, что по условию равняется 11 кг. Таким образом, учитывая также, что содержание золота в первом слитке было на 20% больше чем во втором, получаем систему уравнений $\begin{cases} P\cdot\dfrac{x}{100}+P\cdot\dfrac{y}{100}=3, \\ P\cdot\dfrac{100-x}{100}+2P\cdot\dfrac{100-y}{100}=11, \\ x-y=20. \end{cases}$ Выразим из последнего уравнения системы x через y: $x=y+20$, подставим его в первые два уравнения и разделим первое уравнение системы на второе. В результате таких действий получим равенство $\dfrac{\dfrac{P}{100}\cdot(y+20+y)}{\dfrac{P}{100}\cdot(100-y-20+2(100-y))}=\dfrac{3}{11}$,

$\dfrac{2y+20}{280-3y}=\dfrac{3}{11}\Rightarrow 11(2y+20)=3(280-3y)\Rightarrow y=20$. Значит, $x=40$.

Значение P найдем из первого уравнения системы $P\cdot\dfrac{40}{100}+P\cdot\dfrac{20}{100}=3\Rightarrow$

$P=\dfrac{3\cdot100}{60}=5$. Итак, полученный из двух одинаковых по весу, равному 5 кг, слитков сплав весит 10 кг и содержит 3 кг золота. Остальную часть сплава составляет серебро, которого в сплаве содержится $10-3=7$ кг.

Ответ: 7.

641. Концентрация 1-го раствора:

$$\frac{1056}{1056+44}\cdot100\%=\frac{1056}{1100}\cdot100\%=\frac{1056}{11}\%=96\%.$$

Концентрация 2-го раствора:

$$\frac{756}{756+1344}\cdot100\%=\frac{756}{2100}\cdot100\%=\frac{756}{21}\%=36\%.$$

Пусть нужно взять x г первого раствора и $(1500-x)$ г второго раствора.

Тогда содержание кислоты:

в первом растворе — $\dfrac{96\cdot x}{100}$ г;

во втором растворе — $\dfrac{36(1500-x)}{100}$ г;

в третьем растворе — $\dfrac{40\cdot1500}{100}$ г.

Составим и решим уравнение:

$\dfrac{96x}{100} + \dfrac{36(1500-x)}{100} = \dfrac{40\cdot 1500}{100}$, $96x + 36(1500 - x) = 40 \cdot 1500$, $8x + 3(1500 - x) = 5000$, $5x = 500$, $x = 100$.

Ответ: 100.

642. Содержание золота в третьем сплаве $600 \cdot \dfrac{85}{100}$ г.

	1 слиток	2 слиток
масса используемого куска	x г	$(600 - x)$ г
масса золота виспользуемом куске	$x \cdot \dfrac{92}{100}$ г	$(600 - x) \cdot \dfrac{80}{100}$ г

Тогда масса золота в полученном слитке: $\dfrac{x \cdot 92}{100} + (60 - x)\dfrac{80}{100}$ г.

$x \cdot \dfrac{92}{100} + (600 - x) \cdot \dfrac{80}{100} = 600 \cdot \dfrac{85}{100}$; $x = 250$.

Ответ: 250.

643. Пусть x рублей — закупочная цена коллекции, тогда $0{,}8 \cdot x \cdot 0{,}75 = 0{,}6x$ рублей — прибыль после продажи этой части составит 0,75 всей коллекции. Осталось продать 0,25 всей коллекции по цене $1{,}8x \cdot 0{,}4$, тогда прибыль от продажи этой части составляет $0{,}25x \cdot (0{,}72 - 1) = -0{,}07x$ (фактически убыток). Общая прибыль: $0{,}6x - 0{,}07x = 0{,}53x$, что составляет 53% от закупочной цены.

Ответ: 53.

644. Пусть x — закупочная цена коллекции, тогда $2{,}4x$ — цена, по которой салон выставил коллекцию на продажу. Примем все элементы коллекции за единицу. После продажи 0,85 всей коллекции выручка салона составила $2{,}4x \cdot 0{,}85 = 2{,}04x$, а прибыль $2{,}04x - 0{,}85x = 1{,}19x$. Осталось продать $1 - 0{,}85 = 0{,}15$ коллекции. Пусть $k\%$ составила скидка, тогда $2{,}4x \cdot (1 - 0{,}01k) \cdot 0{,}15$ — выручка салона от продажи 0,15 всей коллекции, а прибыль

$2{,}4x \cdot (1 - 0{,}01k) \cdot 0{,}15 - 0{,}15x = 0{,}21x - 0{,}0036xk$. По условию задачи прибыль от продажи всей коллекции составила $1{,}13x$. Составим уравнение $1{,}19x + 0{,}21x - 0{,}0036xk = 1{,}13x$; $k = 75$.

Ответ: 75.

645. Пусть x — закупочная цена портсигара, а y — статуэтки, тогда $1{,}4(x+y)$ — общая выручка магазина от двух предметов. Причём $1{,}35x$ — выручка магазина, за портсигар, а $1{,}6y$ — выручка, полученная за статуэтку. Составим уравнение: $1{,}35 + 1{,}6y = 1{,}4(x + y)$, $\dfrac{x}{y} = 4$.

Следовательно, портсигар обошелся магазину в 4 раза дороже статуэтки.

Ответ: 4.

646. Пусть x — количество шоколада, выпущенного в прошлом году, тогда в новом году шоколада будет $0{,}25x\cdot 1{,}1+0{,}4x+0{,}35x\cdot 1{,}2 = 1{,}095x$, значит выпуск шоколада увеличился на $\dfrac{1{,}095x-x}{x}\cdot 100\% = 9{,}5\%$.

Ответ: 9,5.

647. Пусть x — первоначальное число безработных. Тогда к концу второго года их количество снизилось на $0{,}6x$. Обозначим через $y\%$ снижение безработицы за первый год, тогда $(x-0{,}01xy)$ — осталось безработных к концу первого года. К концу второго года их число снизилось на $(x-0{,}01xy)\cdot\dfrac{2{,}5y}{100}$ человек. Таким образом, $\dfrac{xy}{100}+\dfrac{xy}{40}\cdot\left(1-\dfrac{y}{100}\right)$ снижение безработицы за два года, что по условию задачи составляет $0{,}6x$. $\dfrac{y}{100}+\dfrac{y}{40}-\dfrac{y^2}{4000}=0{,}6$, $y^2-140y+2400=0$, $y_1=120$, $y_2=20$. Условию задачи удовлетворяет только $y=20$.

Ответ: 20.

648. Пусть 1 — первоначальный размер пенсии, $x\%$ — первое повышение, $1{,}5x\%$ — второе повышение. Из условия следует:
$1+0{,}01x+(1+0{,}01x)\cdot 0{,}015x=1{,}56$; $3x^2+500x-11200=0$; $x_1=20$, $x_2<0$ — не удовлетворяет условию.

Ответ: 20.

649. Пусть p — производительность до модернизации, тогда t — продолжительность одного квартала, тогда pt — выпущенная продукция за I квартал, а $2pt$ за I и II квартал вместе, за III и IV квартал выпущено $3pt$ (на 50% больше). Всего за год выпущено $5pt$ продукции. Предприятие выпустило продукции больше на $0{,}5pt$, если бы работали по новому со второго квартала, что составляет

$\dfrac{0{,}5pt}{5pt}=\dfrac{1}{10}=10\%$.

Ответ: 10.

650. Пусть p — производительность до модернизации, t — продолжительность одного квартала, тогда pt — выпущенная продукция за 1 квартал, а $2pt$ за I и II квартал вместе. После введения новой технологии производительность составила $1{,}5p$. За III и IV квартал, тогда, выпущено $3pt$ продукции. Всего $5pt$ продукции. Предприятие выпустило бы продукции больше на pt, если бы применяло технологию с I квартала, что составляет $\frac{pt}{5pt} = \frac{1}{5} = 20\%.$

Ответ: 20.

651. Пусть x л— искомое количество воды, тогда $(20-x)$ л кислоты осталось после первого переливания. Её концентрация в растворе была равна $\frac{20-x}{20}$. После второго переливания в сосуде оказалось

$\left(20 - x - \frac{x(20-x)}{20}\right)$ л кислоты, и её концентрация стала равной:

$\dfrac{20 - x - \dfrac{x(20-x)}{20}}{20} = \dfrac{(20-x)^2}{400}$, что по условию равно 0,36.

Составим и решим уравнение:

$\frac{(20-x)^2}{400} = 0{,}36 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = 32,$ но $x < 20 \Rightarrow x = 8.$

Ответ: 8.

652. Пусть x — искомое количество воды, тогда $(10-x)$ л масла осталось после первого переливания. Его концентрация была $\frac{10-x}{10}$. После второго переливания в сосуде оказалось $\left(10 - x - \frac{x(10-x)}{10}\right) = \frac{(10-x^2)}{100}$, что по условию равно 0,81.

Составим и решим уравнение:

$\frac{(10-x)^2}{100} = 0{,}81 \Rightarrow x_1 = 1,\ x_2 = 19,$ по $x < 10 \Rightarrow x = 1.$

Ответ: 1.

653. $\frac{12}{100} \cdot 45 = 5{,}4$ г. — меди в 12 кг сплава.

$\frac{5{,}4}{40} \cdot 100 = 13{,}5$ (г) — вес нового сплава.

$13{,}5 - 12 = 1{,}5$ г. — олова надо добавить.

Ответ: 1,5.

654. Пусть x — стоимость пакета акций первого июля, а y — 30 сентября, тогда $\frac{x+y}{2} = 1{,}25x;\ y = 1{,}5x;\ \frac{1{,}5x - 1{,}25x}{1{,}25x} = 0{,}2 \cdot 100\% = 20\%.$

Ответ: 20.

655. Пусть x — цена товара без наценки, тогда выручка магазина:
$0{,}6 \cdot 1{,}45x + 0{,}4 \cdot 1{,}45x \cdot 0{,}6 = 1{,}218x$. Значит, прибыль магазина $1{,}218x - x = 0{,}218x$.

Ответ: 21,8.

658. $12{,}5 \cdot 0{,}4 = 5$ (кг) — масса меди в сплаве.

$12{,}5 - 5 = 7{,}5$ (кг) — масса цинка в сплаве.

$7{,}5 - 5 = 2{,}5$ (кг) — надо добавить меди, чтобы меди и цинка в сплаве было поровну.

Ответ: 2,5.

659. В полученном растворе $600 \cdot 0{,}18 = 108$ (г) соляной кислоты, значит изначально в растворе было $108 - 100 = 8$ (г) кислоты.

Ответ: 8.

660. За 2 минуты, то есть за 120 секунд, скачается 0,25 Мб/с $\cdot$ 120 с = = 30 Мб. Число 30 составляет $\frac{30}{75} \cdot 100\% = 40\%$ от числа 75.

Ответ: 40.

661. Скорость скачивания равна $\frac{1{,}5}{27}$ Мб/с $=$ $\frac{1}{18}$ Мб/с. После увеличения на 20% скорость станет равна $\frac{1}{18} \cdot 1{,}2$ Мб/с $= \frac{1}{15}$ Мб/с.

Файл величиной 80 Мб скачается за $80 : \frac{1}{15} = 1200$ с, то есть за 20 минут.

Ответ: 20.

662. В первый раз тётя Маша купила черешню по цене $\frac{90}{0{,}9} = 100$ рублей за килограмм, то есть потратила всего $100 + 30 = 190$ рублей.

Ответ: 190.

663. Пусть объём первого раствора равен x л, тогда второго — $(19 - x)$ л. Процентное содержание щёлочи в первом растворе равно $\frac{5}{x} \cdot 100\%$, а во втором — $\frac{2}{19 - x} \cdot 100\%$.

Из условия следует, что $\frac{5}{x} \cdot 100\% \cdot \frac{3}{2} = \frac{2}{19 - x} \cdot 100\%$, $\frac{15}{x} = \frac{4}{19 - x}$, $15(19 - x) = 4x$, $15 \cdot 19 = 19x$, $x = 15$.

Ответ: 15.

664. Флэш карта объёмом 32 Гб стоила $1200 \cdot 1{,}6 = 1920$ рублей, тогда всего Эльдар потратил $1200 + 1920 = 3120$ рублей.

Ответ: 3120.

665. Пусть масса второго сплава равна x кг, тогда масса первого — $(44 - x)$ кг. Процентное содержание олова во втором сплаве равно $\frac{7}{x} \cdot 100\%$, а в первом — $\frac{5}{44 - x} \cdot 100\%$. Из условия следует, что

$\frac{7}{x} \cdot 100\% = 3 \cdot \frac{5}{44 - x} \cdot 100\%$, $\frac{7}{x} = \frac{15}{44 - x}$, $7(44 - x) = 15x$, $7 \cdot 44 = 22x$, $x = 14$.

Ответ: 14.

666. Расфасовано в пакеты $30 - 0{,}4 \cdot 30 = 18$(ц) $= 1800$ (кг). Для этого понадобится $1800 : 2 = 900$ (пакетов), то есть $900 : 40 = 22{,}5$ (ящика). Таким образом, чтобы расфасовать муку, потребуется 23 яшика.

Ответ: 23.

667. После подорожания на 15% комплект учебников будет стоить $420 \cdot 1{,}15 = 483$ (руб.). Выясним, какое максимальное число комплектов можно купить на 5000 рублей после подорожания: $5000 : 483 \approx 10{,}35$. Значит, на 5000 рублей можно купить не более 10 комплектов учебников.

Ответ: 10.

668. До уценки один мяч стоил $900 : 20 = 45$ (руб.). После уценки один мяч стал стоить $45 \cdot 0{,}9 = 40{,}5$ (руб.).

Выясним, какое максимальное количество мячей можно приобрести на 900 рублей после уценки. $900 : 40{,}5 \approx 22{,}2$. Значит, на 900 рублей можно купить не более 22-х мячей.

Ответ: 22.

669. $87 : (20 \cdot 0{,}9) = 4{,}8$. Для перевозки школьников потребуется 5 такси.

Ответ: 5.

670. За 2 часа операционист обслужит $\frac{2 \cdot 60}{10} = 12$ клиентов, что составляет $\frac{12}{30} \cdot 100\% = 40\%$ от общего числа клиентов.

Ответ: 40.

671. Так как шоколадки и с орехами, и с изюмом учитываются при подсчёте шоколадок каждого из двух указанных видов, то в сумме $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ они учитываются дважды. То есть всего $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)-1=\frac{1}{2}$ шоколадок содержат и орехи, и изюм. $\frac{1}{2}\cdot 100\% = 50\%$.

Ответ: 50.

672. Так как студенты, владеющие обоими языками, учитываются при подсчёте студентов, владеющих каждым из языков, то в сумме $\frac{3}{5}+\frac{7}{10}$ они учитываются дважды. То есть всего $\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{10}\right)-1=0{,}3$ студентов владеют обоими языками.

$0{,}3\cdot 100\% = 30\%$.

Ответ: 30.

673. $20\cdot 1{,}25=25$ (руб.) — новая цена открытки. $200:25=8$, значит, можно будет купить 8 открыток.

Ответ: 8.

674. $10\cdot 0{,}9=9$ (руб.) — новая цена метра сетевого кабеля. $300:9=33\frac{1}{3}$, значит, можно будет купить 33 м.

Ответ: 33.

675. После увеличения производительности тракторист будет вспахивать $8\cdot 1{,}25=10$ га пашни за день, тогда, чтобы вспахать поле площадью 120 га ему понадобится $\frac{120}{10}=12$ дней.

Ответ: 12.

676. После снижения цены пирожок будет стоить $12\cdot 0{,}75=9$ рублей. $50:9=5\frac{5}{9}$, значит, максимум можно будет купить 5 пирожков.

Ответ: 5.

677. Введём в рассмотрение арифметическую прогрессию, 1-ый член которой $a_1=720$, $d=-40$, n — число дней путешествия, а i — число километров, пройденного в i-й день. Длина пройденного пути — $S_n=5040$ км.

Сумма n первых членов введенной прогрессии: $\frac{2\cdot 720-40(n-1)}{2}\cdot n=5040$.

Решение уравнения:
$(720-20(n-1))\cdot n=5040$;
$720n-20n^2+20n-5040=0$; $n^2-37n+252=0$;

$D = 37^2 - 4\cdot 252 = 361$; $n_{1,2} = \dfrac{37 \pm \sqrt{361}}{2}$; $n_{1,2} = \dfrac{37 \pm 19}{2}$; $n_1 = 9$; $n_2 = 28$ (противоречит смыслу задачи).

9 дней путешествовал автотурист.

Ответ: 9.

678. Рассмотрим движение мотоциклиста на участке от шлагбаума до места назначения: длина его $90 - 54 = 36$ (км); если плановая скорость x км/ч, то время движения $\dfrac{36}{x}$ ч. Из-за остановки в течение

5 мин. $= \dfrac{1}{12}$ ч, мотоциклист поехал со скоростью $(x+6)$ км/ч и 36 км проехал за $\dfrac{36}{x+6}$ ч. По условию задачи он прибыл в намеченное время, значит: $\dfrac{36}{x+6} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{36}{x}$. Решение уравнения: $36\cdot 12x + x(x+6) = 36\cdot 12(x+6)$; $x^2 + 6x = 36\cdot 12\cdot 6$; $x^2 + 6x - 2592 = 0$; $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 2592}$; $x_1 = -54$; $x_2 = 48$.

Оба числа входят удовлетворяют условию $x(x+6) \neq 0$, но $x = -54$ не удовлетворяет смыслу задачи.

48 км/ч — первоначальная скорость мотоцикла.

Ответ: 48.

679. Пусть t — искомое время до момента встречи, C — точка встречи автомобилей, а v_1, v_2 — скорость 1-ого и 2-ого автомобилей соответственно. Тогда 1-ый автомобиль преодолел расстояние от A до C (обозначим его AC) за t часов, а расстояние от C до B (обозначим его BC) за $15 - t$ часов, то есть $v_1 \cdot t = AC$, $v_1 \cdot (15 - t) = BC$. Аналогично для 2-ого автомобиля имеем: $v_2 \cdot t = BC$, $v_2 \cdot 4 = AC$. Следовательно, v_1, v_2, t удовлетворяют системе: $\begin{cases} v_1 \cdot t = v_2 \cdot 4, \\ v_2 \cdot t = v_1 \cdot (15 - t). \end{cases}$
Перемножая левые и правые части этих уравнений и сокращая на $v_1 \cdot v_2$, получаем, $t^2 = (15-t)\cdot 4$, $t^2 + 4t - 60 = 0$, $t_1 = -10$, $t_2 = 6$. Отрицательное значение t противоречит смыслу задачи, поэтому $t = 6$ часов.

Ответ: 6.

680. Пусть t — искомое время, прошедшее от начала движения до момента встречи пешехода и велосипедиста, измеряемое в часах, C — точка их встречи, v_1 — скорость велосипедиста, v_2 — скорость пешехода. По условию, велосипедист прибыл в пункт B через 45 минут, что составляет

$\frac{3}{4}$ часа, следовательно, на дорогу от C до B он затратил $\frac{3}{4} - t$ часа. Имеем: $AC = v_1 \cdot t$, $BC = v_1 \cdot \left(\frac{3}{4} - t\right)$. С другой стороны, записав условие задачи для пешехода, получим: $BC = v_2 \cdot t$, $AC = v_2 \cdot 1$. Значит, v_1, v_2, t удовлетворяют системе: $\begin{cases} v_1 \cdot \left(\frac{3}{4} - t\right) = v_2 \cdot t, \\ v_2 = v_1 \cdot t. \end{cases}$

Перемножая левые и правые части этих уравнений и сокращая на $v_1 \cdot v_2$, получим: $\frac{3}{4} - t = t^2$, $4t^2 + 4t - 3 = 0$, $t_1 = -\frac{3}{2}$, $t_2 = \frac{1}{2}$. Отрицательное значение t не удовлетворяет смыслу задачи, поэтому $t = \frac{1}{2}$ часа, что составляет 30 минут.

Ответ: 30.

681. Пусть t — время (в сек), прошедшее от момента поворота 1-ого спортсмена до момента встречи со 2-ым спортсменом. Тогда $2(t + 25)$ сек — искомое время, затраченное 1-ым спортсменом. Обозначим через v_1, v_2 скорости 1-ого и 2-ого спортсменов, через A точку старта спортсменов, а через B и C — второй конец бассейна и точку их встречи соотвественно. Тогда из условий задачи имеем: $v_1 \cdot t = BC$, $v_1 \cdot 25 = AC$; $v_2 \cdot t = AC$, $v_2 \cdot (36 - t) = BC$. Следовательно, v_1, v_2, t удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} v_1 \cdot t = v_2 \cdot (36 - t), \\ v_2 \cdot t = v_1 \cdot 25. \end{cases}$$

Перемножив эти уравнения и сократив на $v_1 \cdot v_2$, получим: $t^2 = (36 - t) \cdot 25$, $t^2 + 25t - 900 = 0$, $t_1 = -45$, $t_2 = 20$. Отрицательное значение t не удовлетворяет смыслу задачи. Поэтому $t = 20$, а общее время, затраченное 1-ым спортсменом составляет $2 \cdot (25 + 20) = 90$ сек, в минутах — 1,5 минуты.

Ответ: 1,5.

682. Пусть v км/ч – собственная скорость катера. Тогда против течения он плыл со скоростью $(v - 5)$ км/ч, а по течению – со скоростью $(v + 5)$ км/ч. На путь против течения катер затратил $\frac{10}{v - 5}$ ч, а на путь по течению – $\frac{45}{v + 5}$ ч. Составим уравнение: $\frac{10}{v - 5} + \frac{45}{v + 5} = 2$. Решим его: $\frac{10}{v - 5} + \frac{45}{v + 5} = 2 \Leftrightarrow$

$10(v+5)+45(v-5)=2(v^2-25) \Leftrightarrow 2v^2-55v+125=0$, $v_1=\dfrac{5}{2}$, $v_2=25$.
v_1 не удовлетворяет условию задачи, так как с такой скоростью катер не может двигаться против течения реки. Значит, $v=25$ км/ч.

Ответ: 25.

683. Ученик бежал $20\cdot\dfrac{2}{60}=\dfrac{2}{3}$ км. Пусть x — расстояние, которое он должен был пробежать со скоростью 20 км/ч, а не пройти, чтобы успеть. Так как проходя это расстояние со скоростью 5 км/ч, он опоздал на минуту, то $\dfrac{x}{5}-\dfrac{x}{20}=\dfrac{1}{60}$, откуда $x=\dfrac{1}{9}$. Все расстояние, которое ему следовало пробежать, составляет $\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{7}{9}$ км/ч. Разделив $\dfrac{7}{9}$ км/ч на скорость 20 км/ч, получим $\dfrac{7}{180}$ часа или 140 секунд.

Ответ: 140.

684. Чтобы прийти на 5 минут раньше, студенту нужно компенсировать это время, значит он должен пройти со скоростью 6 км/ч расстояние, которое он прошел бы со скоростью 2 км/ч за 5 минут без потери времени. Так как $\dfrac{6\text{ км/ч}}{2\text{ км/ч}}=3$, то 5 минут — это $\dfrac{2}{3}$ времени, затраченного на компенсацию, следовательно полное время компенсации равно 7,5 минут. $7{,}5+5=12{,}5$.

Ответ: 12,5.

686. 40 мин $=\dfrac{40}{60}$ ч $=\dfrac{2}{3}$ ч.

Пусть x км/ч — собственная скорость лодки, $x>2$.

	v (км/ч)	t (ч)	s (км)
по течению	$x+2$	$\dfrac{16}{x+2}$	16
против течения	$x-2$	$\dfrac{16}{x-2}$	16

По условию лодка затратила на обратный путь на $\dfrac{2}{3}$ часа больше. Составим и решим уравнение:

$\frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = \frac{2}{3}$; $24(x+2) - 24(x-2) = x^2 - 4$; $x^2 - 4 = 96$, $x^2 = 100$; $x_1 = 10$, $x_2 = -10$ — не удовлетворяет условию $x > 2$.

$v_{\text{с}} = 10$ км/ч — скорость лодки в стоячей воде, $v_{\text{р}} = 2$ км/ч — скорость течения реки.

$$\frac{v_{\text{с}}}{v_{\text{р}}} = \frac{10\text{ км/ч}}{2\text{ км/ч}} = 5$$

В 5 раз скорость лодки в стоячей воде больше скорости течения реки.

Ответ: 5.

687. Пусть x км/ч — собственная скорость теплохода, тогда его скорость по течению равна $(x+4)$ км/ч, а против течения — $(x-4)$ км/ч. К моменту встречи теплохода с плотом плот прошёл 30 км за $\frac{30}{4} = 7{,}5$ часов. Время, которое до этого момента находился в пути теплоход, описывается формулой $\frac{42}{x+4} + 1 + \frac{12}{x-4}$. Получаем уравнение: $\frac{42}{x+4} + 1 + \frac{12}{x-4} = 7{,}5$; $42(x-4) + 12(x+4) = 6{,}5(x^2 - 16)$; $13x^2 - 108x + 32 = 0$; $x_1 = \frac{4}{13}$, $x_2 = 8$.

По смыслу задачи скорость теплохода больше скорости течения, тогда скорость теплохода равна 8, то есть в 2 раза больше скорости течения.

Ответ: 2.

688. Пусть x км/ч — собственная скорость теплохода, y км/ч — скорость течения реки, S км — расстояние от пристани A до пристани B.

По условию $S = 3(x+y)$, $S = 4(x-y)$, требуется найти $\frac{S}{y}$.

$3(x+y) = 4(x-y)$, $x = 7y$, $S = 3(x+y) = 24y$, тогда $\frac{S}{y} = 24$.

Ответ: 24.

690. Пусть x км/ч — первоначальная скорость автобуса, y км/ч — скорость маршрутного такси. Тогда автобус 180 км прошёл за $\frac{180}{x}$ ч, а такси — за $\frac{180}{y}$ ч. Из условия следует, что автобус был в пути на 27 мин дольше. Значит, $\frac{180}{x} - \frac{180}{y} = \frac{27}{60} = \frac{9}{20}$.

После изменения скорости автобус прошёл 180 км — за $\dfrac{180}{x+10}$ ч, а маршрутное такси — за $\dfrac{180}{y-10}$ ч. Из условия следует $\dfrac{180}{x+10} = \dfrac{180}{y-10}$. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{180}{x} - \dfrac{180}{y} = \dfrac{9}{20}, \\ \dfrac{1}{x+10} = \dfrac{1}{y-10}; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x+20, \\ \dfrac{20}{x} - \dfrac{20}{x+20} = \dfrac{1}{20}. \end{cases}$$

Отсюда: $x + 20 - x = \dfrac{x^2+20x}{400}$; $x^2 + 20x - 8000 = 0$; $x_1 = -100$; $x_2 = 80$.

По смыслу задачи $x > 0$, значит искомое значение скорости автобуса равно 80 км/ч.

Ответ: 80.

691. Пусть V_1 км/ч — скорость первого велосипедиста, V_2 км/ч — скорость второго велосипедиста, S км — протяжённость дистанции (см. рис. 21). Очевидно, что длина дистанции для обоих велосипедистов одинакова. Тогда первый велосипедист прошёл всю дистанцию за время $\dfrac{S}{V_1}$ ч, а второй за $\dfrac{S}{V_2}$ ч.

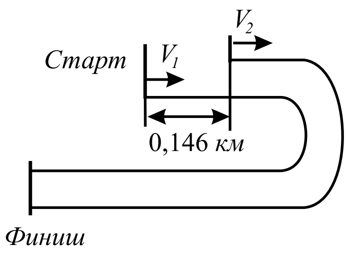

Рис. 21.

По условию первый велосипедист финишировал на 30 минут раньше, значит $\dfrac{S}{V_2} - \dfrac{S}{V_1} = \dfrac{30}{60}$. Кроме того, первый велосипедист расстояние, равное $\dfrac{S}{120}$ км, прошёл за 1 минуту. Значит, $V_1\dfrac{1}{60} = \dfrac{S}{120}$; $S = 2V_1$. Второй велосипедист за 1 минуту, согласно условию, прошёл расстояние

$\left(\dfrac{S}{120} - 0{,}146\right)$ км. Значит, $\dfrac{\dfrac{S}{120} - 0{,}146}{V_2} = \dfrac{\dfrac{S}{120}}{V_1}$;

$\dfrac{S - 120 \cdot 0{,}146}{V_2} = \dfrac{S}{V_1}$. Учитывая, что $S = 2V_1$, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{2V_1}{V_2} - \dfrac{2V_1}{V_1} = \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{2V_1 - 120 \cdot 0{,}146}{V_2} = \dfrac{2V_1}{V_1}; \end{cases} \qquad \begin{cases} V_2 = \dfrac{2V_1}{2{,}5}, \\ V_2 = \dfrac{2V_1 - 120 \cdot 0{,}146}{2}; \end{cases}$$

$\dfrac{2V_1}{2{,}5} = V_1 - 8{,}76.$

$0{,}5V_1 = 21{,}9$; $V_1 = 43{,}8$ км/ч.

Ответ: 43,8.

692. Пусть s км — расстояние между пунктами A и B, v км/ч — искомая скорость. Тогда на весь путь первый автомобиль затратил $\dfrac{s}{v}$ часов, а второй — $\left(\dfrac{0{,}5s}{30} + \dfrac{0{,}5s}{v+20}\right)$ часов. Так как в пункт B автомобили прибыли одновременно, то условию задачи соответствует уравнение $\dfrac{s}{v} = \dfrac{0{,}5s}{30} + \dfrac{0{,}5s}{v+20}$, где $v > 0$. $\dfrac{2}{v} = \dfrac{1}{30} + \dfrac{1}{v+20}$; $60(v+20) = v(v+20) + 30v$; $v^2 - 10v - 1200 = 0$; $v_{1,2} = 5 \pm 35$. Так как $v > 0$, то $v = 5 + 35 = 40$ км/ч.

Ответ: 40.

693. Обозначим всю работу за 1. Для выполнения всей работы: 1-му крану требуется x часов; 2-му крану — $4x$ часов; а 3-му крану — $(x-9)$ часов.

Тогда производительность: 1-го крана — $\dfrac{1}{x}$ всей работы в час; 2-го крана — $\dfrac{1}{4x}$ всей работы в час; 3-го крана — $\dfrac{1}{x-9}$ всей работы в час.

Производительность трёх кранов вместе (при их совместной работе):

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{x-9}\right) \text{ всей работы в час.}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{x-9} = \frac{4(x-9) + (x-9) + 4x}{4x(x-9)} = \frac{9x-45}{4x(x-9)}.$$

Всю работу три крана выполнили бы (при совместной работе) за

$\left(1 : \dfrac{9x-45}{4x(x-9)} = \dfrac{4x(x-9)}{9(x-5)}\right)$ часов, что по условию равно 18 часов.

$$\frac{4x(x-9)}{9(x-5)} = 18,\ 4x(x-9) = 9 \cdot 18 \cdot (x-5),$$
$$2x(x-9) = 81(x-5),$$
$$2x^2 - 18x - 81x + 81 \cdot 5 = 0,\ 2x^2 - 99x + 81 \cdot 5 = 0.$$
$$x_{1,2} = \frac{99 \pm \sqrt{99^2 - 4 \cdot 2 \cdot 81 \cdot 5}}{4} = \frac{99 \pm \sqrt{9^2(11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5)}}{4} =$$
$$= \frac{99 \pm 9\sqrt{121-40}}{4} = \frac{99 \pm 9 \cdot 9}{4}.\ \ x_1 = \frac{180}{4} = 45,\ x_2 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}.$$

$x_2 = \dfrac{9}{2}$ не удовлетворяет условию задачи, так как один кран не может выполнить всю работу быстрее, чем три крана вместе. Значит, $x = 45$ часов. Понятно, что 1-й и 3-й краны работают быстрее, чем любой из них вместе 2-м . Следовательно, время их совместная разгрузки и будет наименьшим.

Для выполнения всей работы требуется: 1-му крану — 45 часов, 3-му крану — 36 часов. Производительность: 1-го крана — $\dfrac{1}{45}$, 3-го крана — $\dfrac{1}{36}$. Совместная производительность 1-го и 3-го крана: $\dfrac{1}{45} + \dfrac{1}{36} = \dfrac{4+5}{180} = \dfrac{9}{180} = \dfrac{1}{20}$. Всю работу 1-й и 3-й краны при совместной работе выполняют за $1 : \dfrac{1}{20} = 20$ часов.

Ответ: 20.

694. Примем объем всей работы за 1. При совместном действии задание выполняется за 30 ч, значит, за 1 ч — $\dfrac{1}{30}$ часть всей работы, за 6 ч — $\dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5}$ ее. После 6 ч совместной работы осталось выполнить $1 - \dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$ задания, что выполнил 2-ой механизм за 40 ч. Отсюда его производительность $\dfrac{4}{5} : 40 = \dfrac{1}{50}$ всей работы в час, а 1-го механизма — $\dfrac{1}{30} - \dfrac{1}{50} = \dfrac{1}{75}$ всей работы. На выполнение всего задания 1-му потребовалось бы $1 : \dfrac{1}{75} = 75$ часов.

Ответ: 75.

695. Примем длину тоннеля за 1. Если 1-ый «крот» прорыл бы весь тоннель самостоятельно за x дней, то его производительность $\dfrac{1}{x}$ длины в день, а производительность двух «кротов» при совместной работе — $\dfrac{1}{27}$ длины тоннеля в день, тогда 2-го «крота» — $\left(\dfrac{1}{27} - \dfrac{1}{x}\right)$ длины в день. Вместе два «крота» рыли $\dfrac{1}{3} : \dfrac{1}{x} = \dfrac{x}{3}$ дней. За эти дни 1-ый «крот» вырыл $\dfrac{1}{3}$ длины, 2-ой — $\left(\dfrac{1}{27} - \dfrac{1}{x}\right)\dfrac{x}{3}$ длины, а вместе они вырыли $\dfrac{1}{3} + \left(\dfrac{1}{27} - \dfrac{1}{x}\right)\dfrac{x}{3} = \dfrac{x}{81}$ длины тоннеля. Оставшуюся часть длины тоннеля $\left(1 - \dfrac{x}{81}\right)$ 1-ый «крот» вырыл за 8 дней при производительности $\dfrac{1}{x}$ длины в день, то есть, он вырыл $\dfrac{8}{x}$ длины тоннеля. Уравнение: $1 - \dfrac{x}{81} = \dfrac{8}{x}$, $x > 0$; $81x - x^2 = 8 \cdot 81$; $x^2 - 81x + 648 = 0$; $D = 81^2 - 4 \cdot 648 = 6561 - 2592 = 3969$; $x_{1,2} = \dfrac{81 \pm 63}{2}$; $x_1 = 9$; $x_2 = 72$. Оба числа удовлетворяют условию $x > 0$. Смыслу задачи соотвествует $x = 72$.

За 72 дня 1-ый «крот» прорыл бы весь тоннель.

Ответ: 72.

696. Выполнение работы в процентах от всей порученной составляет арифметическую прогрессию: $a_1 = 18$, $d = 1$, $S_n = 100$, n — число дней выполнения всей работы. $\dfrac{2 \cdot 18 + (n-1)}{2} \cdot n = 100$; $n^2 + 35n - 200 = 0$. По теореме, обратной теореме Виета, $n_1 = -40$ (что не удовлетворяет условию задачи: $n \in N$.), $n_2 = 5$.

За 5 дней рабочий выполнит всю работу.

Ответ: 5.

697. Промежутки времени, необходимые на решение каждой задачи, составляет арифметическую прогрессию: $a_1 = 1{,}8$, $d = -0{,}2$,
$S_{n-1} = 7{,}8$, n — число предложенных задач.

$S_{n-1} = \dfrac{2a_1 + d(n-2)}{2} \cdot (n-1)$; $\dfrac{2 \cdot 1{,}8 - 0{,}2(n-2)}{2} \cdot (n-1) = 7{,}8$;
$(1{,}8 - 0{,}1(n-2))(n-1) = 7{,}8$; $(2 - 0{,}1n)(n-1) = 7{,}8$;
$2n - 2 - 0{,}1n^2 + 0{,}1n = 7{,}8$; $0{,}1n^2 - 2{,}1n + 9{,}8 = 0$; $n^2 - 21n + 98 = 0$;
$D = 441 - 392 = 49$; $n_{1,2} = \dfrac{21 \pm 7}{2}$; $n_1 = 7$, $n_2 = 14$. Время решения задачи — число положительное, то есть $a_n > 0$. Определим число положительных членов прогрессии: $a_1 + d(n-1) > 0$, $1{,}8 - 0{,}2(n-1) > 0$, $-0{,}2(n-1) > -1{,}8$, $n - 1 < 9$, $n < 10$. $7 < 10$, значит, 7-ой член прогрессии положительный; $14 > 10$, то есть 14-ый член — отрицательный. 7 — число предложенных задач.

Ответ: 7.

698. Введём в рассмотрение арифметическую прогрессию, каждый член a_n которой означает число задач, решенных школьником в n-ый день. Из условия следует, что разность d этой прогрессии — натуральное число. Общее количество рассмотренных им задач за первые 20 дней — сумма первых 20 членов введенной прогрессии $\dfrac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20$, после упрощения $(a_1 + a_{20}) \cdot 10$. (1)

Число задач, решенных за последние 10 дней, можно определить как сумму первых 10 членов арифметической прогрессии (b_n) :
$b_1 = a_{21}$, $b_{10} = a_{30}$: $b_1 + b_{10} \cdot 5$ (2) По условию суммы (1) и (2) равны: $(a_1 + a_{20}) \cdot 10 = (a_{21} + a_{30}) \cdot 5$. Зная, что $a_n = a_1 + d(n-1)$, получим $(2a_1 + 19d) \cdot 2 = 2a_1 + 49d$; $4a_1 + 38d = 2a_1 + 49d$; $2a_1 = 11d$; $a_1 = \dfrac{11}{2}d$. Найдём число задач, решенных за первые и за последние 15 дней: $\dfrac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15$; $\dfrac{a_{16} + a_{30}}{2} \cdot 15 = (a_1 + 22d) \cdot 15$. Определим, во сколько раз больше школьник рассмотрел задач за последние 15 дней по сравнению с первыми 15-ю днями: $\dfrac{(a_1 + 22d) \cdot 15}{(a_1 + 7d) \cdot 15} = \dfrac{a_1 + 22d}{a_1 + 7d}$.

Так как $a_1 = \dfrac{11}{2}d$, получим $\dfrac{\dfrac{11}{2}d + 22d}{\dfrac{11}{2}d + 7d} = \dfrac{11d + 44d}{11d + 14d} = \dfrac{55d}{25d} = 2{,}2$.

Ответ: 2,2.

699. Увеличение числа на 200% означает прибавление к данному числу числа, вдвое бо́льшего. Если в 1-ый день вырубили x сосен, то во 2-ой

день: $x+2x=3x$, это по условию 12, отсюда $x=4$; в 3-ий — $3x+6x=9x$; в 4-ый — $9x+18x=27x,\ldots$
Числа сосен, вырубаемых ежедневно, в течение n дней, составляют геометрическую прогрессию: $b_1=4,\ q=3,\ b_n=4\cdot 3^{n-1}$, что по условию задачи равно 2916. Уравнение: $4\cdot 3^{n-1}=2916$, $4\cdot 3^{n-1}=4\cdot 3^6$, $3^{n-1}=3^6$, $n-1=6$, $n=7$.

7 дней продолжалась вырубка сосен.

Ответ: 7.

700. Если x деталей в час — производительность опытного рабочего, то молодого — $(x-5)$. 40 деталей опытный рабочий изготавливает за $\dfrac{40}{x}$ ч, а молодой — 30 деталей за $\dfrac{30}{x-5}$ ч, что по условию задачи на 2 ч дольше. Уравнение: $\dfrac{30}{x-5}-\dfrac{40}{x}=2$, $x(x-5)\neq 0$ $\dfrac{15}{x-5}-\dfrac{20}{x}=1$; $15x-20(x-5)=x(x-5)$; $x^2-5x=15x-20x+100$; $x^2=100$; $x_1=-10$, $x_2=10$. Оба числа удовлетворяют условию $x(x-5)\neq 0$, а значит, они корни уравнения (1). Смыслу задачи $x>5$ соответствует $x=10$. 10 штук в час изготавливает опытный рабочий, молодой: $10-5=5$ (штук в час), вместе за час: $10+5=15$ штук, значит, 120 деталей изготовят за $120:15=8$ часов.

Ответ: 8.

701. Пусть x автомобилей за 1 час обслуживает ручная мойка, тогда автоматизированная — $(x+7)$. 45 автомобилей ручная мойка обслуживает за $\dfrac{45}{x}$ ч, 20 автомобилей автоматизированная мойка — за $\dfrac{20}{x+7}$ ч, что по условию задачи на 5 ч меньше, чем $\dfrac{45}{x}$ ч.

Уравнение: $\dfrac{20}{x+7}+5=\dfrac{45}{x},\ x(x-7)\neq 0.$ (1)

$\dfrac{4}{x+7}+1=\dfrac{9}{x}$; $4x+x(x+7)=9(x+7)$; $4x+x^2+7x=9x+63$; $x^2+2x-63=0$; $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+63}$; $x_{1,2}=-1\pm 8$; $x_1=-9$, $x_2=7$.

Числа -9 и 7 удовлетворяют условию $x(x+7)\neq 0$, значит, они корни уравнения (1), но $x=-9$ не соответствует смыслу задачи, поэтому $x=7$.

Ручная мойка 105 машин обслужит за $\dfrac{105}{7} = 15$ (часов).

Ответ: 15.

702. Если на выполнение задания бригада рабочих затратила x дней, то она изготовливала $\dfrac{360}{x}$ деталей в день. Предполагалось изготовить по плану 360 деталей за $(x + 1)$ дней, то есть по $\dfrac{360}{x+1}$ деталей в день, и это на 4 меньше, чем $\dfrac{360}{x}$. Уравнение: $\dfrac{360}{x+1} + 4 = \dfrac{360}{x}$, $x(x + 1) \neq 0$; $\dfrac{90}{x+1}+1 = \dfrac{90}{x}$; $90x+x^2+x = 90x+90$; $x^2+x-90 = 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+360}}{2}$; $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm 19}{2}$; $x_1 = -10$, $x_2 = 9$. При $x_1 = -10$, $x_2 = 9$, $x(x + 1) \neq 0$. $x = 9$ соответствует смыслу задачи.

9 дней затратила бригада на выполнение задания.

Ответ: 9.

703. Введём в рассмотрение арифметическую прогрессию, каждый член a_n которой означает промежуток времени решения n-ой задачи; Разность этой прогрессии равна 6 мин. Если n — число заданных задач, а S_n — сумма первых n членов введенной прогрессии, то математическая запись условия задачи принимает вид уравнения:
$\dfrac{2 \cdot 60 - 6(n-1)}{2} \cdot n = 324$, так как $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;
$(60 - 3(n - 1))n = 324$; $60n - 3n^2 + 3n = 324$; $-3n^2 + 63n - 324 = 0$; $n^2 - 21n + 108 = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета, $n_1 = 12$, $n_2 = 9$. Определим, какое значение n удовлетворяет условию задачи. По смыслу $a_n > 0$, то есть $a_1 + d(n - 1) > 0 -1) > 0$; $(a_n = a_1 + d(n - 1))$ $60 - 6n + 6 > 0$; $-6n > -66$; $n < 11$. Значит, $n = 9$.

Было задано 9 задач.

Ответ: 9.

704. Пусть x, y и z — производительности первого, второго и третьего насоса соответственно. По условию задачи $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{5}$, $x + y = 4z$ и $6(x + y + z) = V$, где V — объем бассейна. Отсюда получаем: $x = \dfrac{3y}{5}$,

$z = \dfrac{x+y}{4}$, а $x + y + z = \dfrac{5}{4}(x+y) = \dfrac{5}{4}\left(\dfrac{3}{5}+1\right)y = 2y$. Значит, $V = 6(x+y+z) = 12y \Rightarrow y = \dfrac{V}{12}$. Тогда $x = \dfrac{3y}{5} = \dfrac{V}{20}$, а $z = \dfrac{1}{4}(x+y) = = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{V}{20}+\dfrac{V}{12}\right) = \dfrac{V}{30}$. Так как 3 часа 36 минут — это 3,6 часа, то за это время первый и третий насосы заполнят $3{,}6(x+z)$ часть объема бассейна. $3{,}6(x+z) = 3{,}6\left(\dfrac{V}{20}+\dfrac{V}{30}\right) = 0{,}36 \cdot \dfrac{5V}{6} = 0{,}3V$. То есть первый и третий насосы за 3 часа 36 минут заполнят 30% объема бассейна.

Ответ: 30.

705. Пусть x, y и z — производительности первого, второго и третьего насоса соответственно. По условию задачи $\dfrac{y}{z} = \dfrac{2}{3}$, $3x = y + z$ и $5(x+y+z) = V$, где V — объем бассейна. Откуда, $y = \dfrac{2z}{3}$, $x = \dfrac{y+z}{3}$, а $x + y + z = \dfrac{4}{3}(y+z) = \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{2}{3}+1\right)z = \dfrac{20z}{9}$. Значит, $V = 5(x+y+z) = = \dfrac{100z}{9} \Rightarrow z = 0{,}09V$. Тогда $y = \dfrac{2z}{3} = 0{,}06V$, а $x = \dfrac{1}{3}(y+z) = = \dfrac{1}{3}(0{,}06V + 0{,}09V) = 0{,}05V$.

Так как 6 часов работал первый насос, а потом 5 часов второй, то объем бензина, который они закачали, равен: $6x+5y = 6\cdot0{,}05V+5\cdot0{,}06V = 0{,}6V$. То есть они заполнили 60% объема цистерны.

Ответ: 60.

706. Общий план решения такой же, как в задаче B9 варианта 3.

Если x и y — производительности старого и нового станков соответственно, V — общий объем заказа, а t — время, за которое с помощью пяти старых и двух новых станков можно этот заказ выполнить, то $(5x + 2y)t = V$.

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{9} \Rightarrow x = \frac{2y}{9} \text{ и } V = \left(5 \cdot \frac{2}{9} + 2\right)yt = \frac{28}{9}yt \Rightarrow yt = \frac{9V}{28}.$$

$$(6x + y)t = \left(6 \cdot \frac{2}{9} + 1\right)yt = \frac{21}{9}yt = \frac{21}{9} \cdot \frac{9V}{28} = 0{,}75V.$$

Т. е. с помощью шести старых станков и одного нового за время t можно выполнить 75% заказа.

Ответ: 75.

707. Пусть первый насос работает с производительностью $3x$ литров в час, тогда второй — $4x$, а третий — $5x$ литров в час. Значит, всего в бассейне $(3x + 4x + 5x) \cdot 5 = 60x$ литров. За первый час налилось $3x$ литров, в следующий час $12x$ литров. Осталось $45x$ литров, а все последующее время скорость заполнения была $9x$ литров в час. Итак, после поломки потребовалось еще 5 часов. А всего бассейн заполнялся 7 часов.

Ответ: 7.

708. Примем всю работу за единицу. Пусть x — производительность первого каменщика, а y — второго, тогда $(x + y)$ — производительность при совместной работе. Составим систему уравнений: $\begin{cases} 6(x+y) = 1, \\ 3(x+y) + 4x = 1; \end{cases}$

$x = \dfrac{1}{8}$, $y = \dfrac{1}{24}$. Следовательно, второй каменщик мог бы выполнить всю работу за 24 часа.

Ответ: 24.

709. Примем работу по погрузке вагона за единицу. Тогда пусть производительность первого автопогрузчика за час равна $2x$, а второго — x. Тогда согласно условию $10(2x + x) = 1$, откуда находим $x = \dfrac{1}{30}$. Пусть теперь y часов первый работал в одиночку. Составляем уравнение: $y\dfrac{2}{30} + (11 - y)\dfrac{3}{30} = 1$, или $2y + 33 - 3y = 30$, откуда находим $y = 3$.

Ответ: 3.

710. Обозначим количество товара, находящегося на складе через 1. Пусть a — объем продаж за 4 дня первого менеджера, b — объем продаж за 4 дня второго менеджера. Так как, по условию, оба менеджера реализовали $\dfrac{3}{5}$ всего товара, и известно соотношение их объемов продаж за 4 дня, то получаем систему

$$\begin{cases} a + b = \dfrac{3}{5}, \\[2mm] \dfrac{a}{b} = \dfrac{4}{5}; \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{4b}{5} + b = \dfrac{3}{5}, \\[2mm] a = \dfrac{4b}{5}. \end{cases}$$

Отсюда, $b = \dfrac{1}{3}$, $a = \dfrac{4}{15}$. Пусть V_1 — скорость продаж первого менеджера, V_n — скорость продаж нового работника. Тогда

$V_1 = \dfrac{a}{4} = \dfrac{1}{15}$, $V_n = \dfrac{V_1}{2} = \dfrac{1}{30}$. Определим какой объем продаж выполнил новый работник. Так как всего объем продаж равен 1, а на складе осталось 20% от всего товара, то всего было продано 80%, что соответствует $\dfrac{4}{5}$. Следовательно, новый работник продал $\dfrac{4}{5} - \dfrac{3}{5} = \dfrac{1}{5}$ товара. Найдём Время t, которое он затратил: $t = \dfrac{0{,}2}{V_n} = \dfrac{1 \cdot 30}{5} = 6$ дней.

Ответ: 6.

711. Пусть x — скорость основного двигателя, y — скорость дополнительного двигателя. Путь от земли до станции обозначим через S, путь пройденный на основном и дополнительном двигателях вместе — через S_1, путь пройденный в этом рейсе на основном двигателе — через S_2. Тогда $S = 10x$, $S_1 = 2(x + y)$, $S_2 = 6x$. Так как $S = S_1 + S_2$, то $S = 2(x + y) + 6x$. Получаем систему уравнений $\begin{cases} S = 10x, \\ S = 2(x + y) + 6x. \end{cases}$
Отсюда, $10x = 2(x + y) + 6x$, $10x - 2x - 6x = 2y$, $x : y = 1$.

Ответ: 1.

689. Из условия задачи следует, что Маша собирает малину со скоростью $\dfrac{1}{3}$ ведра в час, а Саша — $\dfrac{1}{5}$ ведра в час. Вместе за час они собирают

$\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{8}{15}$ ведра, значит, два ведра они соберут за

$2 : \dfrac{8}{15} = \dfrac{15}{4} = 3{,}75$ часа.

Ответ: 3,75.

712. Пусть p_i — производительность i-го насоса ($i \in \{1, 2\}$), то есть та воды часть бассейна, которую он откачает за одну минуту; t_i — время в минутах, за которое i-ый насос откачает половину воды бассейна. Тогда из условия получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} t_1 p_1 = \dfrac{1}{2}, \\ t_2 p_2 = \dfrac{1}{2}, \\ t_1 + t_2 = 8 \cdot 60, \\ (p_1 + p_2)(3 \cdot 60 + 45) = 1. \end{cases}$$

Эта система имеет два решения.

Одно из них: $p_1 = \dfrac{1}{360}$, $t_1 = 180$, $p_2 = \dfrac{1}{600}$, $t_2 = 300$; другое решение — симметрическое. Оно получается из первого заменой индексов 1 на 2 и наоборот.

Таким образом, более мощный насос откачает всю воду из бассейна за 360 минут.

Ответ: 360.

713. Пусть x м^3 воды за час перекачивает первый насос, тогда $(x-5)$ м^3 воды за час перекачивает второй насос. На перекачку 45 м^3 первому насосу понадобиться $\dfrac{45}{x}$ минут, а второму на перекачку 50 м^3 — $\left(\dfrac{50}{x-5}\right)$ минут. По условию: $\dfrac{50}{x-5} - \dfrac{45}{x} = \dfrac{1}{2}$, $x > 5$.

$x^2 - 15x - 450 = 0$, $x_1 = 30$, $x_2 = -15$, x_2 — не удовлетворяет условию $x > 5$.

30 м^3 воды ежечасно перекачивает первый насос.

Ответ: 30.

714. Примем всю работу по вспахиванию поля за единицу. Пусть за x часов может вспахать поле первая бригада, работая самостоятельно $(x > 0)$, тогда за $(x+6)$ часов — вторая бригада. Производительности первой и второй бригад $\dfrac{1}{x}$ и $\dfrac{1}{x+6}$ соответственно.

По условию $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+6} = \dfrac{1}{4}$, $x > 0$,
$4x + 24 + 4x = x^2 + 6x$; $x^2 - 2x - 24 = 0$,
$x_1 = 6$, $x_2 = -4$.
x_2 — не удовлетворяет условию $x > 0$.

За 6 часов может вспахать поле первая бригада, работая самостоятельно.

Ответ: 6.

715. Составим систему уравнений, соответствующую условию задачи:
$$\begin{cases} 5x + 5y = 1, \\ 3x + 7{,}5y = 1; \end{cases}$$
где x — производительность труда первого садовника, а y — второго садовника.

Решив систему, получим: $x = \dfrac{5}{45}$, $y = \dfrac{4}{45}$, значит второй садовник подстрижёт кусты за $\dfrac{45}{4}$ часов.

Ответ: 11,25.

716. Составим систему уравнений, соответствующую условию задачи:
$$\begin{cases} 15x_1 + 15x_2 = 1, \\ 7x_1 + 21x_2 = 1, \end{cases}$$
где x_1 — производительность первого комбайна, а x_2 — второго комбайна. Решив систему, получим: $x_1 = \dfrac{1}{35}$, $x_2 = \dfrac{4}{105}$, значит первый комбайн вспашет всё поле за 35 часов.

Ответ: 35.

717. Пусть x, y, z — производительности первого, второго и третьего тракторов соответственно. Если три трактора вспахивают поле за 4 часа, то за 1 час они вспахивают $\dfrac{1}{4}$ поля, то есть $x+y+z = \dfrac{1}{4}$. Из второго условия получаем: $x + y = \dfrac{1}{6}$. Выразив из первого уравнения $z = \dfrac{1}{4} - (x + y)$ и подставив $x + y = \dfrac{1}{6}$, получим: $z = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{12}$. Итак, третий трактор может вспахать поле за 12 часов.

Ответ: 12.

718. Пусть x, y, z — производительность первого, второго и третьего комбайнов соответственно. Из условия следует, что $\dfrac{1}{x+y} = 4$, $\dfrac{1}{y+z} = 6$, $\dfrac{1}{x+z} = 12$. Необходимо найти $\dfrac{1}{x+y+z}$. Получаем систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y = \dfrac{1}{4}, \\ y + z = \dfrac{1}{6}, \\ x + z = \dfrac{1}{12}. \end{cases}$$
Сложив все уравнения системы, получим:

$2(x + y + z) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{12}$; $x + y + z = \dfrac{1}{4}$; $\dfrac{1}{x+y+z} = 4$.

Три комбайна уберут поле за 4 часа.

Ответ: 4.

722. Определим наибольший планируемый заработок фермера на продаже черешни и вишни. Для чего сравним предполагаемые заработки с каждого сада.

Сад «Дружба»: $5 \cdot (500 \cdot 3 + 350 \cdot 2) = 11000$ (р.);

Сад «Мечта»: $5 \cdot (500 \cdot 2 + 350 \cdot 4) = 12000$ (р.);

Сад «Труд»: $5 \cdot (500 \cdot 4 + 350 \cdot 1) = 11750$ (р.).

$11000 < 11750 < 12000$.

Фермер планирует заработать 12 тыс. рублей.

Ответ: 12.

723. Задача сводится к решению уравнения $y(t) = x(t)$, то есть $2 + 11t - 5t^2 = 2t$, где $t > 0$, $5t^2 - 9t - 2 = 0$, $t_1 = 2$, $t_2 = -0{,}2$. t_2 — не удовлетворяет условию $t > 0$.

Ответ: 2.

724. Найдём, сколько деталей за ночь может изготовить каждая бригада.
1-я бригада: $10 \cdot 20 + 5 \cdot 7 = 235$ деталей;
2-я бригада: $7 \cdot 20 + 13 \cdot 7 = 231$ деталь;
3-я бригада: $11 \cdot 20 + 2 \cdot 7 = 234$ детали.
Из условия следует, что вышла работать 1-я бригада, то есть заказчик заплатит $235 \cdot 500 = 117500$ (руб.) = 117,5 тыс. руб.

Ответ: 117,5.

725. Задача сводится к решению уравнения $y(t) = 2x(t)$, то есть $8 + 24t - 5t^2 = 6t$, где $t > 0$.
$5t^2 - 18t - 8 = 0$; $t_1 = -0{,}4$, $t_2 = 4$. $t_1 = -0{,}4$ не удовлетворяет условию $t > 0$, значит фиксация снаряда произойдёт при $t = 4$ на высоте $y(4) = 8 + 24 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 24$.

Ответ: 24.

726. По таблице среди мониторов с длиной диагонали 23,6 дюйма выбираем монитор с наименьшей оптовой ценой, то есть с ценой 201 у.е. $2050 : 201 = 10\frac{40}{201}$, значит на 2050 у.е. максимально можно купить 10 требуемых мониторов по оптовой цене.

Ответ: 10.

727. Пусть a м — длина стороны одного участка, b м — другого, тогда по условию $4a + 4b = 52$ и $a^2 + b^2 = 89$. Найдём a и b.

$$\begin{cases} 4(a+b) = 52, \\ a^2 + b^2 = 89; \end{cases} \quad \begin{cases} a + b = 13, \\ a^2 + b^2 = 89; \end{cases} \quad \begin{cases} b = 13 - a, \\ a^2 + (13-a)^2 = 89; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 13 - a, \\ a^2 - 13a + 40 = 0. \end{cases}$$

Получаем два решения: $a = 5$, $b = 8$ и $a = 8$, $b = 5$.

Длина стороны большего участка равна 8 м.

Ответ: 8.

728. По таблице среди мониторов с длиной диагонали 24 дюйма выбираем монитор с наименьшей розничной ценой, то есть с ценой 266 у.е, $1500 : 266 = 5\frac{85}{133}$, значит на 1500 у.е. максимально можно купить 5 требуемых мониторов по розничной цене.

Ответ: 5.

729. Пусть a м — длина одной стороны участка, b м — другой, тогда по условию $ab = 24$, $2a + 2b = 22$. Найдём a и b.

$\begin{cases} 2(a+b) = 22, \\ ab = 24; \end{cases}$ $\begin{cases} a+b = 11, \\ ab = 24; \end{cases}$ $\begin{cases} b = 11 - a, \\ a(11-a) = 24; \end{cases}$

$\begin{cases} b = 11 - a, \\ a^2 - 11a + 24 = 0. \end{cases}$

Получаем два решения: $a = 3$, $b = 8$ и $a = 8$, $b = 3$.
Длина наименьшей стороны равна 3.

Ответ: 3.

730. Выясним, сколько часов займёт каждый путь.

Напрямую: $t = \frac{80}{80} = 1$ ч;

через пункт C: $t = \frac{AC}{60} + \frac{BC}{100} = \frac{60}{60} + \frac{50}{100} = 1{,}5$ ч.

Итак, наиболее быстрый путь займёт 1 час.

Ответ: 1.

731. Задача сводится к решению неравенства $-2t^2 + 8 \geqslant 6$ при $t \geqslant 0$. $-2t^2 + 8 \geqslant 6$, $2t^2 \leqslant 2$, $t^2 \leqslant 1$, $-1 \leqslant t \leqslant 1$. Так как $t \geqslant 0$, то спортсмен находился на высоте не менее шести метров при $t \in [0, 1]$, то есть 1 секунду.

Ответ: 1.

732. Выясним, сколько часов займёт каждый путь.

Напрямую: $t = \frac{AB}{60} = \frac{60}{60} = 1$ ч;

через пункт C: $t = \frac{AC}{100} + \frac{BC}{80} = \frac{50}{100} + \frac{20}{80} = 0{,}75$ ч.

Наиболее долгий путь займёт 1 час.

Ответ: 1.

733. Задача сводится к решению неравенства $-\frac{1}{2}t^2 + 5 \geqslant 3$ при $t \geqslant 0$.

$-\frac{1}{2}t^2 + 5 \geqslant 3$, $-t^2 \geqslant -4$, $t^2 \leqslant 4$, $-2 \leqslant t \leqslant 2$. Так как $t \geqslant 0$, то лыжник находился на высоте не менее трёх метров при $t \in [0, 2]$, то есть 2 секунды.

Ответ: 2.

734. В первой партии 20 деталей, из которых $0,4 \cdot 20 = 8$ бракованных, то есть $20 - 8 = 12$ деталей без брака. Во второй партии 3 бракованных детали, тогда $14 - 3 = 11$ деталей без брака. В третьей партии 30 деталей, из которых не более чем $\frac{1}{3} \cdot 30 = 10$ без брака.

Наибольшее число деталей без брака в первой партии, которая содержит 8 бракованных деталей.

Ответ: 8.

735. Из рисунка 22 видно, что график функции $\ell = 20 + 5\cos t$ имеет четыре точки пересечения с графиком прямой $\ell = 18$ при $t \in [0; 12]$.

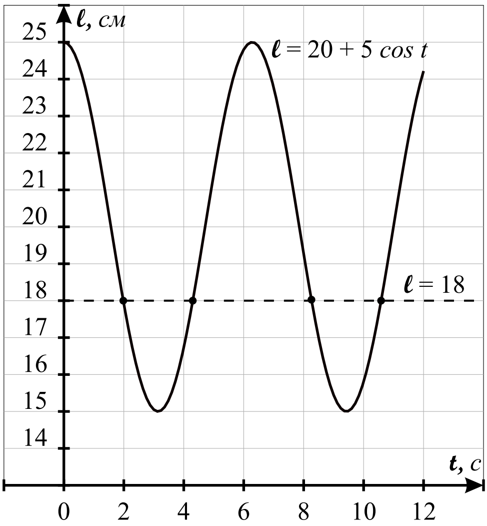

Рис. 22.

Ответ: 4.

736. Пусть всего было x персиков, причём в первый день дети съели $\frac{2}{3}x$ персиков. Так как по условию $\frac{2}{3}x = 2 + 3 + 3$, то $x = 12$.

Ответ: 12.

737. Укажем на схеме (см. рис. 23) не только длину участка пути, но и время, затраченное туристами на его преодоление.

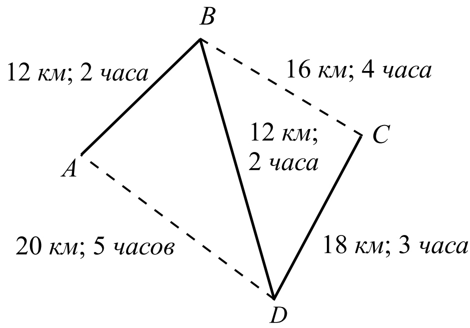

Рис. 23.

Видно, что 8-часовым является маршрут ADC, длина которого равна 38 км.

Ответ: 38.

738. Так как мяч коснулся земли при $h = 0$, то для нахождения d необходимо решить уравнение: $3 - 0,48d^2 = 0$. Его положительный корень — $d = 2,5$.

Ответ: 2, 5.

739. Пусть x и y — вес одного карандаша и одной ручки в граммах соответственно. Тогда из условия получим систему уравнений:

$\begin{cases} 3x - 7 = y, \\ 3y - 11 = x. \end{cases}$ Её решение $x = 4$, $y = 5$.

Значит, 5 ручек и 5 карандашей весят $5x + 5y = 45$ граммов.

Ответ: 45.

740. Расстояние, пройденное тремя участниками эстафеты, равно $3000 + 2700 + 1500 = 7200$ (м).

Время, за которое была пройдена этими спортсменами вся дистанция эстафеты, равно $480 + 450 + 270 = 1200$ (сек).

Следовательно, средняя скорость: $\dfrac{7200 \cdot 60}{1200} = 360$ (м/мин).

Ответ: 360.

741. Из уравнения движения автомобиля находим уравнение зависимости его скорости от времени: $v(t) = S'(t) = 30 - 10t$. Поскольку в момент остановки автомобиля его скорость была равна 0 м/с, то искомое время находим из уравнения $30 - 10t = 0$; $t = 3$ с.

Ответ: 3.

742. Пусть ученики 11а класса получили x пятёрок, y четвёрок и z троек. Тогда ученики 11б класса получили $x - 3$ пятёрки, $\frac{y}{2}$ четвёрок и $2z$ троек. Всего в 11б классе 28 человек. Следовательно, $x - 3 + \frac{y}{2} + 2z = 28$.

Согласно условию, ученики 11в класса получили $x - 3$ пятёрки, $\frac{3y}{2}$ четвёрок и $2z - 16$ троек.

Всего в этом классе 30 учеников. Значит, $x - 3 + \frac{3y}{2} + 2z - 16 = 30$.

Получаем систему уравнений $\begin{cases} x - 3 + \frac{y}{2} + 2z = 28, \\ x - 3 + \frac{3y}{2} + 2z - 16 = 30; \end{cases}$

$\frac{3y}{2} - \frac{y}{2} - 16 = 2$; $y = 18$.

Ответ: 18.

743. Время в пути от станции 1 до станции 6 электрички I с учётом остановок равно:

$20 + 1,5 + 20 + 1,5 + 25 + 1,5 + 26 + 1,5 + 20 = 117$ (мин).

Для электрички II это время равно:

$20 + 1,5 + 25 + 1,5 + 24 + 1,5 + 25 + 1,5 + 20 = 120$ (мин).

Следовательно, средняя скорость электрички II меньше, чем электрички I. Так как расстояние между станциями 1 и 6 равно 117 км, то средняя скорость электрички II на этом промежутке пути равна

$\frac{117 \cdot 60}{120} = 58,5$ (км/ч).

Ответ: 58, 5.

744. Чтобы определить, сколько секунд мяч находится на высоте не менее 3 м, решим неравенство $4t - t^2 \geqslant 3$. Получаем $1 \leqslant t \leqslant 3$. Следовательно, мяч на указанной высоте находился 2 секунды.

Ответ: 2.

745. Пусть в первой машине было: x кг лука, y кг картошки, z кг капусты. Тогда во второй машине было: $3x$ кг лука, $2y$ кг картошки, $6z$ кг капусты. Всего в этой машине было 200 кг овощей. Следовательно, $3x + 2y + 6z =$

$= 200$.

Согласно условию, в третьей машине было: $3x$ кг лука, $5y$ кг картошки, $(6z - 9)$ кг капусты. Так как всего в этой машине было 260 кг овощей, то $3x + 5y + 6z - 9 = 260$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 6z = 200, \\ 3x + 5y + 6z - 9 = 260; \end{cases}$$

$3y - 9 = 60$; $y = 23$.

Ответ: 23.

746. Годовой оборот биржи A:

$(42 + 13 + 87 + 23) \cdot 10^3 = 165 \cdot 10^3 = 1{,}65 \cdot 10^5$ (у.е.)

Годовой оборот биржи B:

$(63 + 47 + 22 + 37) \cdot 10^3 = 169 \cdot 10^3 = 1{,}69 \cdot 10^5$ (у.е.)

Ответ: 4000.

747. $a(t_0) = s''(t_0)$,

$s'(t) = t^3 - 24t - 3$,

$s''(t) = 3t^2 - 24$,

$s''(t) = 3$, $3t^2 - 24 = 3$, $t^2 = 9$, $t = 3$, так как $t > 0$.

Ответ: 3.

748. Объём продукции за год составил: $19 + 23 + 26 + 18 + 20 + 20 +$ $+ 20 + 20 + 32 + 27 + 35 + 40 = 300$ единиц.

$\dfrac{120000}{250} \cdot 300 = 144000$ (у.е.) — прибыль за год.

Ответ: 144000.

749. $a(t_0) = S''(t_0)$, $S'(t) = t^2 - 4t + 3$, $S''(t) = 2t - 4$,

$S''(3) = 2 \cdot 3 - 4 = 2$ (см/с^2).

Ответ: 2.

750. Перебираем пары различных комплектов по возрастанию суммарной стоимости, в которых количество пирожных не менее 19. Действуя таким образом, получаем пару Наслаждение и Восторг. Суммарная стоимость равна 278.

Ответ: 278.

751. Найдём момент времени, в который автомобили поравняются.

$S_1(t) = S_2(t)$; $-t^2 + 6t = 4t$; $t^2 - 2t = 0$; $t = 0$, $t = 2$. В момент времени $t = 0$ автомобилисты выезжали из города, а поравняются они в момент $t = 2$ на расстоянии $S_1(2) = 8$ от города.

Ответ: 8.

752. Пусть изначально требовалось a ниток холодных тонов, тогда тёплых — $2a$. После замены ниток холодных тонов стало b, а тёплых тонов —

$1{,}5b$. Так как общее количество ниток не изменялось, то $a + 2a = b + 1{,}5b$, откуда $b = 1{,}2a$, то есть ниток холодных тонов стало в 1,2 раза больше.

Ответ: 1,2.

753. Перебираем пары наборов карандашей по возрастанию суммарной стоимости, в которых количество карандашей не менее 31. Действуя таким образом, получаем пару Радуга и Вдохновение, суммарная стоимость равна 87.

Ответ: 87.

754. Найдём момент времени, в который машинки поравняются.
$S_1(t) = S_2(t)$; $0{,}25t = 1{,}25t - 0{,}25t^2$; $t^2 - 4t = 0$; $t = 0$, $t = 4$. В момент времени $t = 0$ машинки отъезжали от старта, а поравняются они в момент $t = 4$ на расстоянии $S_1(t) = 1$ от старта.

Ответ: 1.

755. Пусть изначально планировалось сделать a отбивных, тогда котлет — $\frac{2}{3}a$. После приготовления оказалось b отбивных, тогда котлет — $\frac{5}{6}b$. Так как суммарное количество не изменилось, то $\frac{2}{3}a + a = \frac{5}{6}b + b$, $\frac{5a}{3} = \frac{11b}{6}$, откуда $a = 1{,}1b$, то есть предполагаемое количество отбивных в 1,1 раза больше того, которое было приготовлено.

Ответ: 1,1.

756. Не теряя общности, предположим, что продолжительность смены таксиста составляет 1 час, тогда составим следующую таблицу:

	Гонорар за эту поездку	Затраченное время	Заработок за оставшееся время	Суммарный заработок
AB	450	$\frac{1}{2}$	225	675
$ACDB$	645	$\frac{43}{45}$	20	665
ADB	525	$\frac{7}{10}$	135	660

В итоге наиболее выгодным является маршрут AB, значит за эту поездку таксист заработает 450 рублей.

Ответ: 450.

757. Задача сводится к решению неравенства: $2+4t-t^2 \geqslant 5$; $t^2-4t+3 \leqslant 0$;

$1 \leqslant t \leqslant 3$. Отсюда следует, что волан находится на высоте не менее 5 метров 2 секунды.

Ответ: 2.

758. Составим для наглядности таблицу, соответствующую условию задачи:

	Стоимость предложенного мяса (руб.)	Масса мяса за вычетом массы костей (кг)	Цена мяса без костей (руб.)
I	1200	3,5	$\frac{1200}{3{,}5} \approx 342{,}8$
II	1375	3,9	$\frac{1375}{3{,}9} \approx 352{,}5$
III	1500	4,5	$\frac{1500}{4{,}5} \approx 333{,}3$

В итоге наименьшая цена за килограмм мяса без костей у третьего продавца. Она составляет приблизительно 333 рубля.

Ответ: 333.

759. Задача сводится к решению неравенства $6t - t^2 > 5$;
$t^2 - 6t + 5 < 0$;
$1 < t < 5$, отсюда следует, что предмет находится на глубине более 5 метров 4 секунды.

Ответ: 4.

760. Пусть в копилке монет достоинством 2 рубля x штук, тогда все монеты в копилке весят $(3x + 10 \cdot 6{,}5)$ г. Из условия следует, что этот вес равен $270 - 100 = 170$ (г). Из уравнения $3x + 65 = 170$ находим $x = 35$. Значит, в копилке: 35 двухрублёвых монет и 10 пятирублёвых, то есть $2 \cdot 35 + 5 \cdot 10 = 120$ (руб.).

Ответ: 120.

761. По диаграммам определяем: число всех медалей, завоёванных в Афинах, равно $6 + 16 + 19 = 41$ (шт.), а в Пекине: $23 + 21 + 28 = 72$ (шт.).

Пусть x — количество процентов завоёванных медалей в Пекине относительно числа медалей, завоёванных в Афинах. Составим пропорцию:
41 — 100%
72 — x%, тогда

$$x = \frac{72 \cdot 100\%}{41} \approx 175{,}61\%.$$

Значит, количество медалей увеличилось на $175{,}61 - 100\% = 75{,}61\%$. Округляя до целых, получим 76%.

Ответ: 76.

762. Пусть x м — высота, с которой упало яблоко, тогда за последние 0,4 с оно пролетело $\frac{3}{4}x$ м. Согласно данной в условии формуле, это расстояние равно $x - \frac{10 \cdot 0{,}4^2}{2} = x - 0{,}8$. Получаем: $\frac{3}{4}x = x - 0{,}8$; $\frac{x}{4} = 0{,}8$; $x = 3{,}2$. 3,2 м — высота, с которой упало яблоко.

Ответ: 3,2.

763. Пусть всего в копилке x монет. Тогда монет достоинством 1 рубль — $0{,}2x$ штук, а достоинством 2 рубля — $0{,}8x$ штук. Однорублёвые монеты, находящиеся в копилке, весят $0{,}2x \cdot 2 = 0{,}4x$ (г), а двухрублёвые — $0{,}8x \cdot 3 = 2{,}4x$ (г).
Общий вес всех монет в копилке равен $0{,}4x + 2{,}4x = 254 - 100$; $2{,}8x = 154$, $x = 55$. Значит, всего в копилке 55 монет. Из них однорублёвых $0{,}2 \cdot 55 = 11$ (шт.), а двухрублёвых $55 - 11 = 44$ (шт.). Получаем, что в копилке находится $1 \cdot 11 + 2 \cdot 44 = 99$ (руб.).

Ответ: 99.

764. По диаграммам определяем: число всех медалей, завоёванных в чемпионате, равно $3+5+3+3+1+5+2+5+2+1+3 = 33$ (шт.). Сборной России на этом чемпионате было завоёвано $3+3+5 = 11$ медалей.

Составим пропорцию:
33 — 100%
11 — x%, тогда
$$x = \frac{11 \cdot 100\%}{33} \approx 33{,}33\% \approx 33\%.$$

Ответ: 33.

765. Из первого уравнения выразим время: $t = \frac{x}{v_0}$. Подставив это выражение во второе уравнение, получим: $h = y = \frac{gt^2}{2} = \frac{g \cdot x^2}{2{v_0}^2}$ $(*)$. Так как лётчик с высоты h должен видеть место падения груза под углом 60°, то из $\triangle\ ABC$ (см. рис. 24) находим: $x = CB = \frac{AC}{\operatorname{tg}\angle ABC} = \frac{h}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$.

Подставляя это выражение для x в $(*)$, получим: $h = \frac{g \cdot h^2}{6v_0^2}$; $h = \frac{6{v_0}^2}{g}$; $g \approx 10$ м/с$^2 = \frac{10 \cdot 3600^2}{1000}$ км/ч^2; $v_0 = 180$ км/ч. $h = \frac{6 \cdot 180^2 \cdot 100}{3600^2} = 1{,}5$ (км).

Ответ: 1,5.

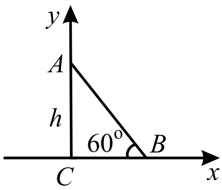

Рис. 24.

766. Найдём, сколько времени понадобится туристу для прохождения по каждому маршруту.

На подъём: $t_1 = \dfrac{8{,}1}{1{,}8} = 4{,}5$ ч; $t_2 = \dfrac{6{,}6}{1{,}5} = 4{,}4$ ч; $t_3 = \dfrac{7{,}4}{2} = 3{,}7$ ч.

На спуск: $t_1 = \dfrac{6{,}3}{1{,}4} = 4{,}5$ ч; $t_2 = \dfrac{7{,}2}{1{,}5} = 4{,}8$ ч.

Наименьшее время, за которое турист может подняться на вершину горы и спуститься с неё, равно $3{,}7 + 4{,}5 = 8{,}2$ часа.

Ответ: 8,2.

767. Пусть a см — длина прямоугольника, b см — его ширина, тогда площадь вычисляется по формуле $S = ab$. По условию периметр прямоугольника $P = 34$, $2a + 2b = 34$, $a + b = 17$.

Выразим $b = 17 - a$ и подставим в формулу площади, получим $S = a(17 - a)$. Необходимо найти наибольшее $a < 17$, удовлетворяющее неравенству $S \geqslant 66$.

$a(17 - a) \geqslant 66$, $a^2 - 17a + 66 \leqslant 0$, $(a - 6)(a - 11) \leqslant 0$, $6 \leqslant a \leqslant 11$. Искомое значение a равно 11.

Ответ: 11.

768. Найдём, сколько времени понадобится для прохождения по каждому из мостов. $t_1 = \dfrac{288}{8} = 36$ с; $t_2 = \dfrac{282}{6} = 47$ с; $t_3 = \dfrac{294}{7} = 42$ с; $t_4 = \dfrac{351}{9} = 39$ с; $t_5 = \dfrac{385}{11} = 35$ с.

Чтобы добраться с одного берега на другой, необходимо воспользоваться одним из мостов $1, 2, 3$ и одним из мостов $4, 5$. Наименьшее время равно $36 + 35 = 71$ с.

Ответ: 71.

769. Пусть a см — длина прямоугольника, b см — его ширина, тогда площадь вычисляется по формуле $S = ab$. По условию, периметр прямоугольника $P = 32$, $2a + 2b = 32$, $a + b = 16$. Выразим $a = 16 - b$ и

подставим в формулу площади, получим $S = b(16 - b)$. Необходимо найти наименьшее значение b, $0 < b < 16$, удовлетворяющее неравенству $S \geqslant 48$.
$b(16 - b) \geqslant 48$; $b^2 - 16b + 48 \leqslant 0$; $(b - 12)(b - 4) \leqslant 0$; $4 \leqslant b \leqslant 12$.
Искомое значение b равно 4.

Ответ: 4.

770. Теплоход рассчитан на $840+26 = 866$ человек, следовательно, нужно не менее $\dfrac{866}{72} = 12\dfrac{2}{72}$ шлюпок. Наименьшее натуральное число, удовлетворяющее этому условию — 13.

Ответ: 13.

771. При выборе тарифного плана «0» пользователь заплатит $1{,}2 \cdot 950 = 1140$ рублей, при выборе плана «800» — заплатит $650+(950-800)\cdot 2 = 950$ рублей, а при выборе плана «Безлимитный» — заплатит 900 рублей. Самый дешёвый тарифный план — «Безлимитный», и пользователь заплатит 900 рублей.

Ответ: 900.

772. Задача сводится к нахождению наименьшего решения неравенства $-\dfrac{1}{450}x^2 + \dfrac{1}{3}x + 1 \geqslant 13 \Leftrightarrow x^2 - 150x + 5400 \leqslant 0$. Корнями трёхчлена в левой части являются числа 60 и 90, поэтому решением неравенства будет $x \in [60; 90]$. Наименьшим решением является $x = 60$.

Ответ: 60.

774. Пусть данное число равно $\overline{ab}$. По условию $a + b = 11$. Рассмотрим два случая.
1) $(a+4)^2+(b-4)^2 = a^2+b^2+8$, $8(a-b)+32 = 8$, $a-b = -3$, $a = b-3$.
$b + (b - 3) = 11$, $2b = 14$, $b = 7$, $a = 4$, $\overline{ab} = 47$.
2) $(a+4)^2+(b-4)^2 = a^2+b^2-8$, $8(a-b)+32 = -8$, $a-b = -5$, $a = b-5$.
$b + (b - 5) = 11$, $b = 8$, $a = 3$, $\overline{ab} = 38$.
Наибольшим из найденных чисел является число 47.

Ответ: 47.

776. В арифметической прогрессии $S_{32} = 16$

$$S_{32} = \frac{2a_1 + 31d}{2} \cdot 32 = (2a_1 + 31d) \cdot 16$$

$a_3 + a_{30} = a_1 + 2d + a_1 + 29d = 2a_1 + 31d$.
По условию задачи $S_{32} = 16$, то есть $(2a_1 + 31d) \cdot 16 = 16$,
отсюда $2a_1 + 31d = a_3 + a_{30} = 1$.

Ответ: 1.

777. $S_{50} = a_{99}$, $S_{50} = \dfrac{2a_1 + 49d}{2} \cdot 50 = (2a_1 + 49d) \cdot 25$. $a_n = 0$, $a_{99} = a_1 + 98d$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} (2a_1 + 49d) \cdot 25 = a_1 + 98d, \\ a_1 + d(n-1) = 0; \end{cases}$$

Из 1-го уравнения выразим a_1 через d: $50a_1 + 25 \cdot 49d = a_1 + 98d$. $49a_1 + 25 \cdot 49d = 98d$, $a_1 + 25d = 2d$, $a_1 = -23d$. Подставим во второе уравнение: $-23d + dn - d = 0$. По определению разности d арифметической прогрессии $d \neq 0$, поэтому можно полученное уравнение разделить на d: $-23 + n - 1 = 0$, откуда $n = 24$.

Ответ: 24.

778. Число рисунков, выполненных последовательно отдельными школьниками составляют геометрическую прогрессию с $q = \dfrac{1}{2}$, $S_n = 2667$, $b_3 = 336$, где n — число детей, рисовавших рисунки. $b_3 = b_1 \cdot q^2$, отсюда

$$b_1 = \frac{336}{0{,}25} = 1344.\ S_n = \frac{1344\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-0{,}5};\ 1344 \cdot 2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 2667.$$

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^n = \dfrac{1}{128}$; $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^7$; $n = 7$. Поэтому отрезки рисовали 7 школьников.

Ответ: 7.

779. $a_1, a_2, a_3,$ — арифметическая прогрессия, $d > 0$.
$a_1 + 8, a_2, a_3$ — геометрическая прогрессия, $S_3 = 26$.
$S_3 = \dfrac{2a_1 + d \cdot 2}{2} \cdot 3$, $S_3 = 26 - 8 = 18$. $\dfrac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = 18$, $a_1 + d = 6$, $d = 6 - a_1$. Арифметическая прогрессия имеет вид: a_1; $a_1 + 6 - a_1$, $a_1 + 2(6 - a_1)$; упростив, получим $a_1, 6, 12 - a_1$. Составим геометрическую прогрессию: $a_1 + 8, 6, 12 - a_1$. По ее определению $\dfrac{6}{a_1 + 8} = \dfrac{12 - a_1}{6} = q$.
$(12 - a_1)(a_1 + 8) = 36$, $12a_1 + 96 - a_1^2 - 8a_1 = 36$;
$a_1^2 - 4a_1 - 60 = 0$, $(a_1)_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 60}$. $(a_1)_1 = 10$ $(a_1)_2 = -6$,
$d_1 = 6 - 10 = -4$ не удовлетворяет условию $d > 0$;
$d_2 = 6 - (-6) = 12$, $12 > 0$. Итак, $a_1 = -6$, $q = \dfrac{6}{-6 + 8} = \dfrac{6}{2} = 3$.

Ответ: 3.