

1. На сколько одно из двух положительных чисел больше другого, если их среднее арифметическое равно  $2\sqrt{3}$ , а среднее геометрическое равно  $\sqrt{3}$ ?
2. В свежих грибах содержание воды колеблется от 90% до 99%, а в сушеных — от 30% до 45%. В какое наибольшее число раз при этих ограничениях может уменьшиться вес грибов в результате сушки?
3. При каждом значении  $a$  найдите все значения  $x$ , удовлетворяющие уравнению

$$\log_5 \left( \frac{(x+1)^2}{x} - a \right) = \log_5 \frac{(x+1)^2}{x} - \log_5 a.$$

4. Можно ли данный двугранный угол величиной  $90^\circ$  пересечь плоскостью так, чтобы в полученном сечении образовался угол величиной  $110^\circ$ ?
5. Какие значения может принимать наибольший общий делитель натуральных чисел  $m$  и  $n$ , если при увеличении числа  $m$  на 6 он увеличивается в 4 раза?
6. Сколько решений на отрезке  $[0; \pi]$  имеет уравнение  $5 \sin x + 4 = |5 \cos x + 2|$ ?
7. Две окружности касаются внешним образом: друг друга в точке  $A$ , а третьей окружности — в точках  $B$  и  $C$ . Продолжение хорды  $AB$  первой окружности пересекает вторую окружность в точке  $D$ , продолжение хорды  $AC$  пересекает первую окружность в точке  $E$ , а продолжения хорд  $BE$  и  $CD$  — третью окружность в точках  $F$  и  $G$  соответственно. Найдите  $BG$ , если  $BC = 5$  и  $BF = 12$ .
8. Настенные часы сломались, отчего минутная стрелка стала в произвольные моменты времени мгновенно менять направление своего движения на противоположное, вращаясь со своей прежней угловой скоростью. Все потенциальные показания (в минутах) этой стрелки целиком заполняют промежуток  $[0; 60)$ .
  - а) Может ли такая стрелка в течение одного часа бесконечно много раз показать каждое из двух чисел 15 и 45?
  - б) Какое наибольшее количество раз в течение трех суток может встретиться самое редкое показание такой стрелки (из всех потенциальных показаний за эти трое суток)?
9. Найдите все пары  $(x, y)$ , при каждой из которых для чисел

$$u = \sqrt{4 + x^3 - 9x} - x - 3^y \quad \text{и} \quad v = 2 - x - 3^y$$

справедливы все три следующих высказывания сразу: если  $|u| > |v|$ , то  $u > 0$ , если  $|u| < |v|$ , то  $0 > v$ , а если  $|u| = |v|$ , то  $u > 0 > v$ .

1	6
2	70
3	$x = a - 1, \frac{1}{a-1}$ при $a > 1$
4	да
5	2, 6
6	1
7	13
8а)	да
8б)	72
9	$-3 < x < 0, x > 3$