

fb1 2007-2008 Домашнее задание семинара 7

Решите по одной-две задачи из каждой секции, остальные задачи используйте при подготовке к экзамену.

Символом \star помечены более сложные задачи.

1. Используя формулу конечных приращений, дайте оценку величины $f(b) - f(a)$, если

(1) $f(x) = \frac{1}{x}$, $a = 99$, $b = 101$. (2) $f(x) = \frac{1}{x}$, $a = 1$, $b = 1,001$. (3) $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 16$, $b = 25$.

(4) $f(x) = \arctg x$, $a = 9$, $b = 10$. (5) $f(x) = \arctg x$, $a = 1000$, $b = 1001$. (6) $f(x) = \sin x$, $a = \frac{\pi}{6}$, $b = \frac{\pi}{3}$.

(7) $f(x) = \arcsin x$, $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (8) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $a = 0,1$, $b = 0,2$. (9) $f(x) = x^{1001}$, $a = 1$, $b = 1,001$.

2. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

(1) $y = 3x^2 - 2x^3$, (2) $y = 4x^3 - 3x^4$, (3) $y = 4x^6 - 6x^4$, (4) $y = 3x^5 - 5x^3$, (5) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$,

(6) $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, (7) $y = x(3 - x)^2$, (8) $y = x(4 - x)^3$, (9) $y = x^2(5 - x)^3$, (10) $y = x^2(6 - x)^4$,

(11) $y = (x - 2)^3(10 - x)^5$.

3. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

$y = x + \frac{1}{x}$, (1) $y = 4x + \frac{9}{x}$, (2) $y = \frac{2}{x^2+1}$, (3) $y = \frac{1}{1-x^2}$, (4) $y = \frac{x}{1-x^2}$, (5) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$, (6) $y = \frac{2x}{x^2+1}$, (7) $y = \frac{3}{x^2+x+1}$.

4. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума,

(1) $y = x \ln x$, (2) $y = \begin{cases} x \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ (3 \star) $y = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ (4) $y = x^2 \ln x$,

(5 \star) $y = \begin{cases} x^2 \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ (6 \star) $y = \begin{cases} x|x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ (7) $y = \frac{x}{\ln x}$, (8 \star) $y = \begin{cases} \frac{x}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$

(9 \star) $y = \begin{cases} \frac{|x|}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ (10) $y = \frac{\ln x}{x}$.

5. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума.

(1) $y = xe^{-x}$, (2) $y = xe^x$, (3) $y = x^2e^{-x}$, (4) $y = x^3e^{-x}$, (5) $y = \sqrt[3]{x}e^{-x}$.

6. Укажите бесконечно малые и бесконечно большие функции. (1) $\star f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, $x \rightarrow +\infty$.

(2) $\star f(x) = x \ln x$, $x \rightarrow +0$. (3) $\star f(x) = x \ln x$, $x \rightarrow +\infty$. (4) $\star f(x) = \frac{\ln x}{x}$, $x \rightarrow +\infty$.