

## fbi 2007-2008 Домашнее задание семинара 11

## Исследование монотонности, точки локального экстремума

При выполнении заданий данной недели исследование направления выпуклости и точек перегиба опускается. Решите по одной задаче из каждой секции, остальные задачи используйте при подготовке к экзамену. Символом \* помечены более сложные задачи.

1. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = 3x^2 - 2x^3$ , (2)  $y = 4x^3 - 3x^4$ , (3)  $y = 4x^6 - 6x^4$ , (4)  $y = 3x^5 - 5x^3$ , (5)  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ , (6)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ , (7)  $y = x(3-x)^2$ , (8)  $y = x(4-x)^3$ , (9)  $y = x^2(5-x)^3$ , (10)  $y = x^2(6-x)^4$ , (11)  $y = (x-2)^3(10-x)^5$ .

2. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции.  $y = x + \frac{1}{x}$ , (1)  $y = 4x + \frac{9}{x}$ , (2)  $y = \frac{2}{x^2+1}$ , (3)  $y = \frac{1}{1-x^2}$ , (4)  $y = \frac{x}{1-x^2}$ , (5)  $y = \frac{x^2}{1-x^2}$ , (6)  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ , (7)  $y = \frac{3}{x^2+x+1}$ .

3. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = \sqrt{x(2-x)}$ , (2)  $y = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{2-x}$ , (3)  $y = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{4-x}$ .

4. Нарисуйте на одном чертеже графики (1) (a)  $y = 2^x$ , (b)  $y = x^2$ , (2) (a)  $y = 4^x$ , (b)  $y = x^4$ , (3) (a)  $y = e^x$ , (b)  $y = x^e$ .

5. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = x \ln x$ , (2)  $y = \begin{cases} x \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$  (3)  $y = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$  (4)  $y = x^2 \ln x$ ,

(5)  $y = \begin{cases} x^2 \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$  (6)  $y = \begin{cases} x|x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$  (7)  $y = \frac{x}{\ln x}$ , (8)  $y = \begin{cases} \frac{x}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$

(9)  $y = \begin{cases} \frac{|x|}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$  (10)  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

6. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = xe^{-x}$ , (2)  $y = x^2e^{-x}$ , (3)  $y = x^3e^{-x}$ , (4)  $y = \sqrt[3]{x}e^{-x}$ .

7. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = x^x$ , (2\*)  $y = x^{1/x}$ , точку перегиба не определяйте, (3)  $y = e^{1/x}$ , (4)  $y = e^{-x^2}$ , (5)  $y = e^{-1/x^2}$ .

8. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите наклонные асимптоты (правостороннюю и левостороннюю), нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = x \arctg x$ , (2)  $y = \frac{\sin x}{x}$ , (3)  $y = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ .

9. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите наклонную асимптоту, нарисуйте эскиз графика функции. (1)  $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}$ , (2)  $y = \sqrt[3]{8x^2(x-6)}$ , (3)  $y = \sqrt[5]{x^2(x-5)^3}$ , (4)  $y = \sqrt[3]{\frac{(x-3)^4}{x}}$ , (5)  $y = \sqrt[3]{\frac{(x-3)^5}{x^2}}$ .

10. Найдите наклонную асимптоту при  $x \rightarrow +\infty$ . (1)  $y = x^2 \ln \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ , (2\*)  $y = x\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ , (3\*)  $y = x\left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ , (4\*)  $y = x\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$ , (5\*)  $y = x^2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{x^2}$ .