

fbi 2007-2008 Домашнее задание семинара 12

Исследование выпуклости, точки перегиба

Обратите внимание на то, что задания этой недели в основном повторяют задания предыдущей недели, добавляется исследование точек перегиба. Символом * помечены более сложные задачи.

1. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. **(1)** $y = 3x^2 - 2x^3$, **(2)** $y = 4x^3 - 3x^4$, **(3)** $y = 4x^6 - 6x^4$, **(4)** $y = 3x^5 - 5x^3$, **(5)** $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, **(6)** $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, **(7)** $y = x(3-x)^2$, **(8)** $y = x(4-x)^3$, **(9)** $y = x^2(5-x)^3$, **(10)** $y = x^2(6-x)^4$, **(11)** $y = (x-2)^3(10-x)^5$.

2. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. $y = x + \frac{1}{x}$, **(1)** $y = 4x + \frac{9}{x}$, **(2)** $y = \frac{2}{x^2+1}$, **(3)** $y = \frac{1}{1-x^2}$, **(4)** $y = \frac{x}{1-x^2}$, **(5)** $y = \frac{x^2}{1-x^2}$, **(6)** $y = \frac{2x}{x^2+1}$, **(7)** $y = \frac{3}{x^2+x+1}$.

3. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. **(1)** $y = \sqrt{x(2-x)}$, **(2)** $y = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{2-x}$, **(3)** $y = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{4-x}$.

4. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. **(1)** $y = x \ln x$, **(2)** $y = \begin{cases} x \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ **(3)** $y = \begin{cases} |x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ **(4)** $y = x^2 \ln x$,

(5) $y = \begin{cases} x^2 \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ **(6)** $y = \begin{cases} x|x| \ln |x| & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ **(7)** $y = \frac{x}{\ln x}$, **(8)** $y = \begin{cases} \frac{x}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$

(9) $y = \begin{cases} \frac{|x|}{\ln |x|} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \end{cases}$ **(10)** $y = \frac{\ln x}{x}$.

5. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. **(1)** $y = xe^{-x}$, **(2)** $y = x^2e^{-x}$, **(3)** $y = x^3e^{-x}$, **(4)** $y = \sqrt[3]{x}e^{-x}$.

6. Найдите производную, исследуйте характер монотонности, найдите координаты точек локального экстремума, найдите вторую производную, исследуйте направление выпуклости, найдите точки перегиба, нарисуйте эскиз графика функции. **(1)** $y = x^x$, **(2*)** $y = x^{1/x}$, точку перегиба не определяйте, **(3)** $y = e^{1/x}$, **(4)** $y = e^{-x^2}$, **(5)** $y = e^{-1/x^2}$.