

2008-2009 Курс 1, семестр 2, семинар 02

Тема: Линии уровня функции нескольких переменных

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

23. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = x + y$ , (2)  $u = \frac{y}{x}$ , (3)  $u = \frac{y^2}{x}$ , (4)  $u = xy$ , (5)  $u = \frac{x^2+y^2}{2x}$ ;

Значения уровней подберите самостоятельно.

**Д** Обязательное задание на дом.

24. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = 2x + 3y$ , (2)  $u = \frac{x^2}{y}$ , (3)  $u = \frac{x^2+y^2}{2y}$ , (4)  $u = x^2 + y^2$ ;

Значения уровней подберите самостоятельно.

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

25. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = x^2 + xy + y^2$ , (2)  $u = x^2 + 2xy + y^2$ , (3)  $u = x^2 + 3xy + y^2$ , (4)  $u = \frac{x^2+y^2}{2x+2y}$ ;

Значения уровней подберите самостоятельно.

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

26. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = x^2 - xy + y^2$ , (2)  $u = x^2 - 2xy + y^2$ , (3)  $u = x^2 - 3xy + y^2$ , (4)  $u = \frac{x^2+y^2}{2x-2y}$ ;

Значения уровней подберите самостоятельно.

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

27. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = |x| + |y|$ , (2)  $u = |x| - |y|$ , (3)  $u = |x + y| - |x - y|$ ,

Значения уровней подберите самостоятельно.

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

28. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = |x| + y$ , (2)  $u = |x| - |y|$ , (3)  $u = |x + y| + |x - y|$ ,

Значения уровней подберите самостоятельно.

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

29. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = \min(x, y + y)$ , (2)  $u = \min(y - x, y)$ , (3)  $u = \min(x^2 + y^2, 2xy)$ ,  
(4)  $u = \max(x^2 - 2xy + y^2, 1 - 2xy)$ . (5)  $u = \min(x^2 + y^2, 1 - 2xy)$ , (6)  $u = \min(y + y^2, x^2 + y^2)$ ,

Значения уровней подберите самостоятельно.

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

30. Нарисуйте семейство линий равного уровня функции

(1)  $u = \min(x, x - y)$ , (2)  $u = \min(x + y, x - y)$ , (3)  $u = \min(x^2 + 2xy + y^2, 2xy + 1)$ ,  
(4)  $u = \max(x^2 - 2xy + y^2, x^2 - 1 + y^2)$ . (5)  $u = \min(2y + 2x, x^2 + 2x + y)$ ,

Значения уровней подберите самостоятельно.

**С** Сложные задачи для разбора на семинаре.

31. Нарисуйте линию уровня  $u = 0$  функции (1)  $u(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ , (2)  $u(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - xy$ , в окрестности начала координат. Решение ищите в виде  $y = cx^\alpha(1 + o(1))$ .

**Д** Сложные задачи для самостоятельного решения.

32. Нарисуйте линию уровня  $u = 0$  функции (1)  $u(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$ , (2)  $u(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2xy^2$ , в окрестности начала координат. Решение ищите в виде  $y = cx^\alpha(1 + o(1))$ .