

2007-2008 Домашнее задание семинара м3-06

Тема: Неявные функции, 1

12. Найдите первую и вторую производные неявной функции $y = f(x)$, заданной уравнением $u(x, y) = 0$. Найдите все точки возможного экстремума функции $f(x)$. Проверьте выполнение достаточных условий экстремума в каждой точке возможного экстремума (если таковые существуют). Не следует явно выражать y через x , даже если это возможно.

С (1) $u(x, y) = 2x + 3y - 5$, (2) $u(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$,

Д (3) $u(x, y) = x^2 + y^2 - 1$, (4) $u(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - x^2y$,

Э (5) $u(x, y) = x^4 + y^4 - 1$, (6) $u(x, y) = xy - 1$, (7) $u(x, y) = x^4 + y^4 + y - 2, y > 0$, (8) $u(x, y) = e^{x+y} + x + y - 1$,

(9) $u(x, y) = y^4 + x^4 + 4x - 5$, (10) $u(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - xy^2$, (11) $u(x, y) = (x^2 + y)^2 - 8(x^2 - y)$,

(12) $u(x, y) = x^3 + y^3 + y - 2, y > 0$, (13) $u(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2), x > 0$,

(14) $u(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 4xy, x > 0$, (15) $u(x, y) = 8x^2y - x^4 - y^4$,

Т (16) $u(x, y) = x^y - y^x$. Не следует пытаться получить решение уравнения $u(x, y) = 0$ в явном виде, даже если это возможно.

2007-2008 Домашнее задание семинара м3-06

Тема: Неявные функции, 2

13. Найдите первые и вторые производные неявной функции $z = f(x, y)$, заданной уравнением $u(x, y, z) = 0$. Найдите все точки возможного экстремума функции $f(x, y)$. Проверьте выполнение достаточных условий экстремума в каждой точке возможного экстремума (если таковые существуют). (1) $u = x^2 + y^2 - z$,

(2) $u = x^2 + y^2 + z^2 - 1$, (3) $u = z^3 + x + y + xyz$, (4) $u = x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2$,

(5) $u = (x^2 + y^2 + z^2)^2 - 8(x^2 + y^2 - z^2)$, (6) $u = (x^2 + y^2 + z^2)^3 - 27x^2y^2z$.

Не следует пытаться получить решение уравнения $u(x, y, z) = 0$ в явном виде, даже если это возможно.

14. Найдите все точки локального экстремума функции $z(x, y)$, определяемой неявно уравнением $x^2 + 4y^2 + z^2 - 2xy - 6x - 24 = 0$.

С

15. Пусть неявная функция $z = f(x, y)$ задана уравнением $z^3 + 3xyz = 1$. Вычислите первый и второй дифференциалы этой функции, dz и d^2z . Найдите все точки возможного экстремума функции $z = f(x, y)$. Проверьте выполнение достаточных условий экстремума.

Д

16. Пусть функция $z = f(x, y)$ задана неявно уравнением $z^3 + 2xyz = x^2 + y^2 + 1$. Найдите dz . Найдите все точки возможного экстремума функции $z = f(x, y)$. Найдите d^2z в точках возможного экстремума. Проверьте выполнение достаточных условий экстремума.

Э

17. Пусть неявная функция $z = f(x, y)$ задана уравнением $z^3 + xyz = x + y$. Вычислите первый и второй дифференциалы этой функции, dz и d^2z . Найдите все точки возможного экстремума функции $z = f(x, y)$. Проверьте выполнение достаточных условий экстремума.