

**С**

1. Найдите все точки локального экстремума функции  $y(x)$ , определяемой неявно уравнением  $(y - x)^3 + x + 6 = 0$ .
2. Найдите все точки локального экстремума функции  $y(x)$  и  $x(y)$ , определяемой неявно уравнением  $x^4 + y^4 = 8xy^2$ .
3. Пусть неявная функция  $z = f(x, y)$  задана уравнением  $xz^5 + y^3z - x^3 = 0$ . Найдите  $dz$  и  $d^2z$  в точке  $M_0 = (1; 0; 1)$ .
4. Пусть неявная функция  $z = f(x, y)$  задана уравнением  $x^4 + y^4 + z^4 = 2(x^2 + y^2 + z^2)$ . Найдите все точки возможного экстремума функции  $z = f(x, y)$ . Проверьте выполнение достаточных условий экстремума.
5. Найдите  $z_x, z_{xx}, dz, d^2z$ , если  $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6. \end{cases}$  Найдите точки локального экстремума функции  $z(x)$ .
6. Найдите  $du, dv, d^2u, d^2v$ , если  $\begin{cases} x = uv, \\ y = u + v, \end{cases}$  причем  $u = u(x, y), v = v(x, y)$ . Выразить явно  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  не следует, даже если это возможно.
7. Найдите  $dz, d^2z$ , если  $\begin{cases} x = u + v, \\ y = u^2 + v^2, \\ z = u^3 + v^3, \end{cases}$  причем  $u = u(x, y), v = v(x, y), z = z(x, y)$ . Выразить явно  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  не следует, даже если это возможно.
8. Найдите  $dz, d^2z$ , если  $\begin{cases} x = u \cos v, \\ y = u \sin v, \\ z = uv, \end{cases}$  причем  $u = u(x, y), v = v(x, y), z = z(x, y)$ . Выразить явно  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  не следует, даже если это возможно.

**Д**

9. Найдите все точки локального экстремума функции  $y(x)$ , определяемой неявно уравнением  $(y - x^2)^2 = x^5$ .
10. Найдите все точки локального экстремума функции  $y(x)$  и  $x(y)$ , определяемой неявно уравнением  $(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)$ .
11. Пусть неявная функция  $z = f(x, y)$  задана уравнением  $x^3 + y^3 + z^3 = 5xyz$ . Найдите  $dz$  и  $d^2z$  в точке  $M_0 = (1; 1; 2)$ .
12. Пусть неявная функция  $z = f(x, y)$  задана уравнением  $z^2 + xyz = xy^2 + x^3$ . Найдите все точки возможного экстремума функции  $z = f(x, y)$ . Проверьте выполнение достаточных условий экстремума.
13. Найдите  $z_x, z_{xx}, dz, d^2z$ , если  $\begin{cases} xyz = 2, \\ x + y + z = 4. \end{cases}$  Найдите точки локального экстремума функции  $z(x)$ .
14. Найдите  $du, dv, d^2u, d^2v$ , если  $\begin{cases} x = u^2 + v^2, \\ y = u + v, \end{cases}$  причем  $u = u(x, y), v = v(x, y)$ . Выразить явно  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  не следует, даже если это возможно.
15. Найдите  $dz, d^2z$ , если  $\begin{cases} x = u + v, \\ y = uv, \\ z = u^2 + v^2, \end{cases}$  причем  $u = u(x, y), v = v(x, y), z = z(x, y)$ . Выразить явно  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  не следует, даже если это возможно.
16. Найдите  $dz, d^2z$ , если  $\begin{cases} x = ue^{u+v}, \\ y = ue^{u-v}, \\ z = u^2 + v^2, \end{cases}$  причем  $u = u(x, y), v = v(x, y), z = z(x, y)$ . Выразить явно  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  не следует, даже если это возможно.