

С

1. Докажите, что точки M_1 с координатами $x_1 = 1, y_1 = 1, \xi_1 = 3, \eta_1 = 3$ и M_2 с координатами $x_2 = -1, y_2 = -1, \xi_2 = 3, \eta_2 = 3$ удовлетворяют необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции $f(x, y, \xi, \eta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$ с двумя условиями связи, $x^2 + y^2 = 2$ и $\xi + \eta = 6$. Проверьте для каждой из них выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).

2. Задача о гантельке на конусе. Докажите, что точки M_1 с координатами $x_1 = 1, y_1 = 1, \xi_1 = -1, \eta_1 = 1$ и M_2 с координатами $x_2 = 1, y_2 = -1, \xi_2 = -1, \eta_2 = -1$ удовлетворяют необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции $f(x, y, \xi, \eta) = y + \xi$ с тремя условиями связи, $x = y, \xi + \eta = 0, (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = 4$. Проверьте для каждой из них выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).

3. Докажите, что точка M с координатами $x = 1, y = 1, z = 2$ удовлетворяет необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции $f(x, y, z) = x + y + z$ с двумя условиями связи, $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ и $xyz = 2$. Проверьте выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).

4. Найдите одну (любую) точку экстремума функции $u = xy^2z^3$ с двумя условиями $x + y - z = 0, 6x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 36$, расположенную в области $x > 0, y > 0, z > 0$. Проведите полное исследование.

◆ (1; 2; 3).

5. Найдите две точки экстремума функции $u = xyz$ с двумя условиями $x + y + z = 5, xy + xz + yz = 8$, расположенную в области $x > 0, y > 0, z > 0$. Проведите полное исследование.

◆ (2; 2; 1).

Д

6. Докажите, что точки M_1 с координатами $x_1 = 1, y_1 = 1, \xi_1 = 3, \eta_1 = 3$ и M_2 с координатами $x_2 = 1, y_2 = 1, \xi_2 = 7, \eta_2 = 7$ удовлетворяют необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции $f(x, y, \xi, \eta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$ с двумя условиями связи, $x^2 + y^2 = 2$ и $(\xi - 5)^2 + (\eta - 5)^2 = 8$. Проверьте для каждой из них выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).

7. Задача о гантельке на шаре. Докажите, что точки M_1 с координатами $x_1 = 1, y_1 = 1, \xi_1 = -1, \eta_1 = 1$ и M_2 с координатами $x_2 = 1, y_2 = -1, \xi_2 = -1, \eta_2 = -1$ удовлетворяют необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции $f(x, y, \xi, \eta) = y + \xi$ с тремя условиями связи, $x^2 + y^2 = 2, \xi^2 + \eta^2 = 2, (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = 4$. Проверьте для каждой из них выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).

8. Докажите, что точка M с координатами $x = 3, y = 3, z = 1$ удовлетворяет необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции $f(x, y, z) = x + y + z$ с двумя условиями связи, $x^2 + y^2 + z^2 = 19$ и $xyz = 9$. Проверьте выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).

9. Найдите одну (любую) точку экстремума функции $u = xy^2z^5$ с двумя условиями $x - y + z = 0, 10x^2 + 5y^2 + 2z^2 = 240$, расположенную в области $x > 0, y > 0, z > 0$. Проведите полное исследование.

◆ (1; 6; 5).

10. Найдите две точки экстремума функции $u = x + y + z$ с двумя условиями $xyz = 4, xy + xz + yz = 8$, расположенную в области $x > 0, y > 0, z > 0$. Проведите полное исследование.

◆ (2; 2; 1).

11. Найдите две точки экстремума функции $u = xy + xz + yz$ с двумя условиями $xyz = 4, x + y + z = 5$, расположенную в области $x > 0, y > 0, z > 0$. Проведите полное исследование.

◆ (2; 2; 1).