

T617 (2007-2008)

Условный экстремум

вариант 221

1. Найдите методом Лагранжа все точки экстремума функции  $u(x, y) = xy$  при условии  $x^2 + y^2 = 2$ .
2. Найдите методом Лагранжа все точки экстремума функции  $u(x, y, z)$  с условием  $f(x, y, z) = 0$  для  $u = x^2y^3z^4$ ,  $f = x + y + z - 18$  в области  $\{x > 0 \cap y > 0 \cap z > 0\}$ .  $\blacklozenge x = 4; y = 6; z = 8$ .
3. Докажите, что точки  $M_1$  с координатами  $x_1 = 1, y_1 = 1, \xi_1 = 3, \eta_1 = 3$  и  $M_2$  с координатами  $x_2 = -1, y_2 = -1, \xi_2 = 3, \eta_2 = 3$  удовлетворяют необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции  $f(x, y, \xi, \eta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$  с двумя условиями связи,  $x^2 + y^2 = 2$  и  $\xi + \eta = 6$ . Проверьте для каждой из них выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).
4. Докажите, что точка  $M$  с координатами  $x = 1, y = 1, z = 2$  удовлетворяет необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции  $f(x, y, z) = x + y + z$  с двумя условиями связи,  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  и  $xyz = 2$ . Проверьте выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).
5. Докажите, что точка  $M$  с координатами  $x = 2, y = 2, \xi = -1, \eta = 1$  удовлетворяет необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции  $f(x, y, \xi, \eta) = 2y + \eta$  с тремя условиями связи,  $x - y = 0, \xi + \eta = 0$ , и  $(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = 10$ . Проверьте выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).
6. Предприниматель может израсходовать не более 38808 у. е. на аренду станков, наем персонала и закупку сырья, причем 1 станок стоит 7 у. е., 1 сотрудник получает 4 у. е., 1 единица сырья стоит 11 у. е.. Доход предпринимателя численно равен  $u = \sqrt[3]{x} \sqrt[5]{y} \sqrt[6]{z}$ , где  $x$  – число станков,  $y$  – число сотрудников,  $z$  – количество единиц сырья. Сколько нужно станков, сотрудников и сырья, чтобы получить наибольший доход?  $\blacklozenge x = 2640; y = 2772; z = 840$ .

T617 (2007-2008)

Условный экстремум

вариант 222

1. Найдите все точки экстремума функции  $u(x, y) = xy$  при условии  $(x + y)^2 = 4$  методом Лагранжа.
2. Найдите методом Лагранжа все точки экстремума функции  $u(x, y, z)$  с условием  $f(x, y, z) = 0$  для  $u = x y^5 z^3$ ,  $f = x + 2y + z - 18$  в области  $x > 0; y > 0; z > 0$ .  $\blacklozenge x = 2; y = 5; z = 6$ .
3. Докажите, что точки  $M_1$  с координатами  $x_1 = 1, y_1 = 1, \xi_1 = 3, \eta_1 = 3$  и  $M_2$  с координатами  $x_2 = 1, y_2 = 1, \xi_2 = 7, \eta_2 = 7$  удовлетворяют необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции  $f(x, y, \xi, \eta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$  с двумя условиями связи,  $x^2 + y^2 = 2$  и  $(\xi - 5)^2 + (\eta - 5)^2 = 8$ . Проверьте для каждой из них выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).
4. Докажите, что точка  $M$  с координатами  $x = 3, y = 3, z = 1$  удовлетворяет необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции  $f(x, y, z) = x + y + z$  с двумя условиями связи,  $x^2 + y^2 + z^2 = 19$  и  $xyz = 9$ . Проверьте выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).
5. Докажите, что точка  $M$  с координатами  $x = 2, y = 2, \xi = -3, \eta = 3$  удовлетворяет необходимым условиям экстремума в форме Лагранжа функции  $f(x, y, \xi, \eta) = 2y + 3\eta$  с тремя условиями связи,  $x - y = 0, \xi + \eta = 0$ , и  $(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = 26$ . Проверьте выполнение достаточных условий в форме Лагранжа. Определите тип экстремума (минимум, максимум).
6. Предприниматель может израсходовать не более 33984 у. е. на аренду станков, наем персонала и закупку сырья, причем 1 станок стоит 12 у. е., 1 сотрудник получает 6 у. е., 1 единица сырья стоит 8 у. е.. Доход предпринимателя численно равен  $u = \sqrt[7]{x} \sqrt[2]{y} \sqrt[5]{z}$ , где  $x$  – число станков,  $y$  – число сотрудников,  $z$  – количество единиц сырья. Сколько нужно станков, сотрудников и сырья, чтобы получить наибольший доход?  $\blacklozenge x = 480; y = 3360; z = 1008$ .