## 2007-2008 Домашнее задание семинара m4-06

## Тема: Двойной интеграл

$\boxed{\text{С}}$

**1.** Найдите производную функции **(1)** $f(x)=\int_0^x \sin(t^2)\,dt$, **(2)** $f(x)=\int_x^1 \arcsin\sqrt{t}\,dt$, **(3)** $f(x)=\int_0^{x^2}\ln(\frac{\cos t}{1+t^3})\,dt$, **(4)** $f(x)=\int_{\operatorname{arctg} x}^{\cos x} e^{-t^2}\,dt$.

**2.** Запишите указанный повторный интеграл в виде двойного интеграла, нарисуйте область интегрирования, запишите в виде повторного интеграла, поменяв порядок интегрирования, найдите значение: **(1)** $\int_0^1\left(\int_0^x x^2y\,dy\right)dx$, **(2)** $\int_0^1\left(\int_y^1 xy\,dx\right)dy$, **(3)** $\int_0^\pi\left(\int_0^{\sin x}2y\,dy\right)dx$, **(4)** $\int_0^2\left(\int_0^{x(2-x)}xy\,dy\right)dx$, **(5)** $\int_0^1\left(\int_{x^2}^{\sqrt{x}}2y\,dy\right)dx$, **(6)** $\int_0^1\left(\int_{\arcsin x}^{\pi/2}\cos y\,dy\right)dx$.

**3.** $\star$ Запишите указанный повторный интеграл в виде тройного интеграла, нарисуйте область интегрирования, запишите в виде повторного интеграла, поменяв порядок интегрирования, найдите значение: **(1)** $\int_0^1\left[\int_0^x\left(\int_0^y 1\,dz\right)dy\right]dx$, **(2)** $\int_0^1\left[\int_0^{1-x}\left(\int_0^{1-x-y}x\,dz\right)dy\right]dx$, **(3)** $\int_0^1\left[\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\left(\int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}}1\,dz\right)dy\right]dx$,

**4.** Найдите значение, интегрируя в полярных координатах, **(1)** $\iint_G(x^2+y^2)\,dx\,dy$, $G=\{x^2+y^2\leqslant 6\}$, **(2)** $\iint_G xy\,dx\,dy$, $G=\{1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}\bigcap\{\frac{\pi}{6}\leqslant \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\leqslant\frac{\pi}{3}\}\bigcap x>0$, **(3)** $\iint_G(x^2+y^2)\,dx\,dy$, $G=\{1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}\bigcap\{\frac{\pi}{6}\leqslant \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\leqslant\frac{\pi}{3}\}\bigcap x>0$, **(4)** $\iint_G(x^2-y^2)\,dx\,dy$, $G=\{1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}\bigcap\{\frac{\pi}{6}\leqslant \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\leqslant\frac{\pi}{4}\}\bigcap x>0$,

**5.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линией **(1)** $x^2+y^2=2x$, **(2)** $(x^2+y^2)^2=x^2-y^2\bigcap\ x>0$, **(3)** $(x^2+y^2)^2=4xy\bigcap\ x>0\bigcap\ y>0$.

$\boxed{\text{Д}}$

**6.** Найдите производную функции **(1)** $f(x)=\int_0^x\cos\sqrt{t}\,dt$, **(2)** $f(x)=\int_x^1\operatorname{arctg} t\,dt$, **(3)** $f(x)=\int_0^{x^3}e^{\sqrt[3]{t}}\,dt$, **(4)** $f(x)=\int_{x^3}^{x^2}\arcsin t\,dt$.

**7.** Запишите указанный повторный интеграл в виде двойного интеграла, нарисуйте область интегрирования, запишите в виде повторного интеграла, поменяв порядок интегрирования, найдите значение: **(1)** $\int_0^1\left(\int_x^{2-x}xy\,dy\right)dx$, **(2)** $\int_0^1\left(\int_{1-x}^{1+x}xy\,dy\right)dx$, **(3)** $\int_0^1\left(\int_y^{2-y}xy\,dx\right)dy$, **(4)** $\int_0^1\left(\int_{1-y^2}^{1+y^2}1\,dx\right)dy$, **(5)** $\int_0^\pi\left(\int_0^{\sqrt[3]{\sin x}}3xy^2\,dy\right)dx$, **(6)** $\int_0^1\left(\int_0^{\sqrt{1-x^2}}y\,dy\right)dx$, **(7)** $\int_0^1\left(\int_{x^3}^{\sqrt[3]{x}}3y^2\,dy\right)dx$, **(8)** $\int_0^1\left(\int_{\arcsin x}^{\pi-\arcsin x}1\,dy\right)dx$.

**8.** Найдите значение, интегрируя в полярных координатах, **(1)** $\iint_G(x^2+y^2)^2\,dxdy$, $G=\{x^2+y^2\leqslant 1\}$, **(2)** $\iint_G xy\,dx\,dy$, $G=\{1\leqslant x^2+y^2\leqslant 9\}\bigcap y>0$, **(3)** $\iint_G x\,dxdy$, $G=\{x^2+y^2\leqslant 1\}\bigcap x>0$, **(4)** $\iint_G 1\,dxdy$, $G=\{x^2+y^2\leqslant 4x\}\bigcap x>0$.

**9.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линией **(1)** $x^2+y^2=4x$, **(2)** $(x^2+y^2)^{5/2}=x(x^2-y^2)\bigcap\ x>0$, **(3)** $(x^2+y^2)^{5/2}=4xy^2\bigcap\ x>0\bigcap\ y>0$.