

1. Вычисление суммы числового ряда

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$, (2) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$,

Д Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^n}$, (2) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{3^n}$,

2. Вычисление суммы числового ряда

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

3. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$,

(3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4n^2+4n-3}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+2)}$, $\blacklozenge S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

4. (1) Найдите $\sum_{n=0}^{+\infty} x^{-n}$, $|x| > 1$. (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^{-n}$, $|x| > 1$. (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 x^{-n}$, $|x| > 1$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

5. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)(n+7)}$,

(3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$, $\blacklozenge S = \frac{1}{18} \cdot \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2-1}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+7)}$, $\blacklozenge S = \frac{1}{7} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{7}$.

6. (1) Найдите $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^{-n}$, $|x| > 1$. (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n x^{-n}$, $|x| > 1$. (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^2 x^{-n}$, $|x| > 1$.

3. Вычисление суммы числового ряда

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

7. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$,

(3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln(n+1) - \ln(n)$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} 2 \sin \frac{1}{2n(n+1)} \cdot \sin \frac{2n+1}{2n(n+1)}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-n} - e^{-n-1}$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

8. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$, (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}} - \sqrt{\frac{n}{n-1}}$,

(3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \arctg(n+1) - \arctg(n)$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} 2 \sin \frac{1}{2n(n+1)} \cdot \cos \frac{2n+1}{2n(n+1)}$, (5) $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-n^2} - e^{-(n+1)^2}$,

4. Вычисление суммы числового ряда

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

9. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $\blacklozenge S = 1$. (2) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1}{(n+2)!}$, $\blacklozenge S = 1$.

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

10. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$, $\blacklozenge S = 1 - \sqrt{2}$.

(2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \arctg \frac{1}{2n^2}$, $\blacklozenge S = \pi/4$.

5. Сравнение с обобщенным гармоническим рядом

С Для обязательного разбора на семинаре.

11. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{1,001}}$, (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{0,999}}$,

Д Обязательное задание на дом.

12. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[3]{n}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{1,123456789}}$,

(6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{0,987654321}}$,

6. Интегральный признак и сравнение с обобщенным гармоническим рядом

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

13. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n}$, (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2 \ln n}$, (3) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{(\ln n)^{2004}}$, (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^2}$, (5) $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n \ln \ln n}$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

14. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$, (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n}$, (3) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\ln n}$, (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}$, (5) $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}$,

7. Необходимое условие сходимости

С Для обязательного разбора на семинаре.

15. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} n$, \blacklozenge Расходится, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} 1 + \frac{1}{n}^n$, \blacklozenge Расходится, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{3n+1}$, \blacklozenge Расходится,

(4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{n}$, \blacklozenge Расходится, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\ln n}$, \blacklozenge Расходится, (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} (0,07)^{1/n}$, \blacklozenge Расходится, (7) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n}$, \blacklozenge Расходится,

- (8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(n)$, \blacklozenge Расходится, (9) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$, \blacklozenge Расходится, (10) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot 1 - \cos \frac{1}{n}$, \blacklozenge Сходится,
 (11) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}$, \blacklozenge Расходится, (12) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot 1 - e^{\frac{1}{n}}$, \blacklozenge Расходится, (13) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}$, \blacklozenge Сходится,

Д Обязательное задание на дом.

16. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n$, \blacklozenge Расходится, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} 1 - \frac{1}{n^n}$, \blacklozenge Расходится,
 (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}$, \blacklozenge Расходится, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$, \blacklozenge Расходится, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{\ln n + n + n^2}$, \blacklozenge Расходится,
 (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{1/n}$, \blacklozenge Расходится, (7) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \cdot 1 - \cos \frac{1}{n}$, \blacklozenge Расходится, (8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(n)$, \blacklozenge Расходится, (9) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$,
 \blacklozenge Расходится, (10) $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos \frac{1}{n}$, \blacklozenge Расходится, (11) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}$, \blacklozenge Расходится, (12) $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln 1 + \frac{1}{n}$, \blacklozenge Расходится,

8. Сравнение с обобщенным гармоническим рядом

С Для обязательного разбора на семинаре.

17. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 1}$, (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} n \sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1}$,
 (3) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{n^3 + 2n + 1} - \sqrt{n^3 - 2n + 1}$, (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}$,

Д Обязательное задание на дом.

18. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}$, (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} n \sqrt{n^5 + 1} - \sqrt{n^5 - 1}$,
 (3) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{n^7 + 2n^3 + 1} - \sqrt{n^7 - 2n^3 + 1}$, (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt[3]{n^7 + 3n + 1} - \sqrt[3]{n^7 - 3n + 1}$,

9. Сравнение с обобщенным гармоническим рядом

С Для обязательного разбора на семинаре.

19. Исследуйте сходимость: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n^2}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos \frac{1}{n} - \cos \frac{2}{n}$, (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt[n]{n} - 1$,
 20. Исследуйте сходимость: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin \frac{2}{n} - 2 \arcsin \frac{1}{n}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}$,

Д Обязательное задание на дом.

21. Исследуйте сходимость: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n^2}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin \frac{1}{n^2}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \arcsin \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n}$, (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt[n^2]{n} - 1$,
 22. Исследуйте сходимость: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin \frac{2}{n} - \arcsin \frac{1}{n}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{n} - \frac{3}{n} + \operatorname{tg} \frac{2}{n}$,

10. Сравнение с геометрической прогрессией

С Для обязательного разбора на семинаре.

23. Исследуйте сходимость с помощью признака Даламбера: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^7}{n!}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$,
 (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \cdot 2^n}{n^n}$, (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$, (7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$, (8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{2^n(n+1)!}$, (9) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}$,

Д Обязательное задание на дом.

24. Исследуйте сходимость с помощью признака Даламбера: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{4^n}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{n!}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n!}$,
 (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}$, (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{n^n}$, (7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3}$, (8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!(2n)!}{(3n)!}$, (9) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}{2^n(n+1)!}$,

11. Сравнение с геометрической прогрессией

С Для обязательного разбора на семинаре.

25. Исследуйте сходимость с помощью признака Коши: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} 1 - \frac{1}{n} \cdot n^2$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2+\frac{1}{n})^n}{(3+\frac{1}{n})^n}$,
 (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+7}{3n-1} \cdot n$, (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n-1}{3n+4} \cdot n^{(n-3)}$,

Д Обязательное задание на дом.

26. Исследуйте сходимость с помощью признака Коши: (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} 1 - \frac{1}{3n} \cdot n^2$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{4^n}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n-2}{4n+1} \cdot n$,
 (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{2n+1} \cdot n^{(n-1)}$,

12. Эталонные последовательности

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

27. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n!}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{2008}}{(1,001)^n}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{2^n}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^n}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n^3}$, (6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n}{n^n}$,
 (7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

28. Исследуйте сходимость, (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^2}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{2^n}$, (3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^n}$, (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(2^n)^n}$, (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 2^n}{n!}$.