

1. Вычисление суммы числового ряда

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится): (1)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$ , (2)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$ ;

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится): (1)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^n}$ , (2)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{3^n}$ ;

2. Вычисление суммы числового ряда

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

3. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится): (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ ,

(3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4n^2+4n-3}$ , (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ ;  $\blacklozenge S = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ .

4. (1) Найдите  $\sum_{n=0}^{+\infty} x^{-n}$ ;  $|x| > 1$ . (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^{-n}$ ;  $|x| > 1$ . (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 x^{-n}$ ;  $|x| > 1$ .

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

5. Исследуйте сходимость и вычислите сумму (если сходится): (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)(n+7)}$ ,

(3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$ ;  $\blacklozenge S = \frac{1}{18} \cdot \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2-1}$ , (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+7)}$ ;  $\blacklozenge S = \frac{1}{7} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{7}\right)$ .

6. (1) Найдите  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^{-n}$ ;  $|x| > 1$ . (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n x^{-n}$ ;  $|x| > 1$ . (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^2 x^{-n}$ ;  $|x| > 1$ .

3. Вычисление суммы числового ряда

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

7. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ ,

(3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [\ln(n+1) - \ln(n)]$ , (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2 \sin \left[ \frac{1}{2n(n+1)} \right] \cdot \sin \left[ \frac{2n+1}{2n(n+1)} \right]$ ; (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [e^{-n} - e^{-n-1}]$ ,

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

8. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$ ; (2)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \left( \sqrt{\frac{n+1}{n}} - \sqrt{\frac{n}{n-1}} \right)$ ,

(3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [\arctg(n+1) - \arctg(n)]$ , (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2 \sin \left[ \frac{1}{2n(n+1)} \right] \cdot \cos \left[ \frac{2n+1}{2n(n+1)} \right]$ ; (5)  $\sum_{n=0}^{+\infty} [e^{-n^2} - e^{-(n+1)^2}]$ ,

4. Вычисление суммы числового ряда

**С** Сложные задачи для разбора на семинаре.

9. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ ;  $\blacklozenge S = 1$ . (2)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1}{(n+2)!}$ ;  $\blacklozenge S = 1$ .

**Д** Сложные задачи для самостоятельного решения.

10. Исследуйте сходимость и найдите сумму (если сходится), (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$ ;  $\blacklozenge S = 1 - \sqrt{2}$ .

(2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \arctg \frac{1}{2n^2}$ ;  $\blacklozenge S = \pi/4$ .

5. Сравнение с обобщенным гармоническим рядом

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

11. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ , (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ , (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n}$ . (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{1,001}}$ ; (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{0,999}}$ ;

**Д** Обязательное задание на дом.

12. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}$ , (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ ; (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[3]{n}$ , (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{1,123456789}}$ ;

(6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{0,987654321}}$ ;

6. Интегральный признак и сравнение с обобщенным гармоническим рядом

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

13. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n}$ ; (2)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2 \ln n}$ ; (3)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{(\ln n)^{2004}}$ ; (4)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^2}$ ; (5)  $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}$ ;

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

14. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ ; (2)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n}$ ; (3)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\ln n}$ ; (4)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}$ ; (5)  $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}$ ;

7. Необходимое условие сходимости

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

15. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{3n+1}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится.

(4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[3]{n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{\ln n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (0,07)^{1/n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (7)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится.

- (8)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(n)$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (9)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (10)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n(1 - \cos \frac{1}{n})$ ;  $\blacklozenge$  Сходится.  
 (11)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 (\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (12)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n(1 - e^{\frac{1}{n}})$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (13)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})$ ;  $\blacklozenge$  Сходится.

**Д** Обязательное задание на дом.

16. Исследуйте сходимость. (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 - \frac{1}{n})^n$ ;  $\blacklozenge$  Расходится.  
 (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1})$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{\ln n + n + n^2}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится.  
 (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{1/n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (7)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2(1 - \cos \frac{1}{n})$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (8)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(n)$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (9)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (10)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos \frac{1}{n}$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (11)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^3(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})$ ;  $\blacklozenge$  Расходится. (12)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$ ;  $\blacklozenge$  Расходится.

8. Сравнение с обобщенным гармоническим рядом

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

17. Исследуйте сходимость. (1)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 1})$ ; (2)  $\sum_{n=2}^{+\infty} n(\sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1})$ ,  
 (3)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n^3 + 2n + 1} - \sqrt{n^3 - 2n + 1})$ ; (4)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1})$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

18. Исследуйте сходимость. (1)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$ ; (2)  $\sum_{n=2}^{+\infty} n(\sqrt{n^5 + 1} - \sqrt{n^5 - 1})$ ,  
 (3)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n^7 + 2n^3 + 1} - \sqrt{n^7 - 2n^3 + 1})$ ; (4)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt[3]{n^7 + 3n + 1} - \sqrt[3]{n^7 - 3n + 1})$ ,

9. Сравнение с обобщенным гармоническим рядом

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

19. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(\frac{1}{n})$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin(\frac{1}{n^2})$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\cos \frac{1}{n} - \cos \frac{2}{n})$ ; (4)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)$ ;  
 20. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [\arcsin(\frac{2}{n}) - 2 \arcsin(\frac{1}{n})]$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [\arcsin(\frac{1}{n}) - \sin(\frac{1}{n})]$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

21. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(\frac{1}{n^2})$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin(\frac{1}{n^2})$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\arcsin \frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})$ ; (4)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt[n]{n^2} - 1)$ ;  
 22. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [\arcsin(\frac{2}{n}) - \arcsin(\frac{1}{n})]$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} [\operatorname{arctg}(\frac{1}{n}) - \frac{3}{n} + \operatorname{tg}(\frac{2}{n})]$ ,

10. Сравнение с геометрической прогрессией

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

23. Исследуйте сходимость с помощью признака Даламбера: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{3^n}$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^7}{n!}$ ; (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$ ;  
 (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \cdot 2^n}{n^n}$ ; (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ ; (7)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ ; (8)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{2^n(n+1)!}$ ; (9)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

24. Исследуйте сходимость с помощью признака Даламбера: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{4^n}$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{n!}$ ; (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n!}$ ;  
 (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}$ ; (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{n^n}$ ; (7)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3}$ ; (8)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!(2n)!}{(3n)!}$ ; (9)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}{2^n(n+1)!}$ ,

11. Сравнение с геометрической прогрессией

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

25. Исследуйте сходимость с помощью признака Коши: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 - \frac{1}{n})^{n^2}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n}$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2 + \frac{1}{n})^n}{(3 + \frac{1}{n})^n}$ ;  
 (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$ ; (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{2n+7}{3n-1})^n$ ; (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{3n-1}{3n+4})^{n(n-3)}$ ,

**Д** Обязательное задание на дом.

26. Исследуйте сходимость с помощью признака Коши: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 - \frac{1}{3n})^{n^2}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{4^n}$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{3n-2}{4n+1})^n$ ;  
 (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{2n-1}{2n+1})^{n(n-1)}$ ,

12. Эталонные последовательности

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

27. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n!}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{2008}}{(1,001)^n}$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{2^n}$ ; (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^n}$ ; (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n^3}$ ; (6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n}{n^n}$ ;  
 (7)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$ .

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

28. Исследуйте сходимость: (1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^2}$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{2^n}$ ; (3)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^n}$ ; (4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(2^n)^n}$ ; (5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 2^n}{n!}$ .