

# Методические материалы по курсу математического анализа

А.А.Быков, boombook@yandex.ru, boombook.narod.ru

T704 (2008-2009)

Курс 2, семестр 1, семинар 01

Вариант k2-m1-01-v1

2008-2009 Курс 2, семестр 1, семинар 01

Тема: Несобственные интегралы

## 1. Прямое вычисление несобственных интегралов первого рода, степенная функция

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$ , (2)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ , (3)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$ .

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1)  $\int_{999999}^{+\infty} \frac{dx}{x}$ , (2)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ , (3)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt[3]{x}}$ .

## 2. Прямое вычисление несобственных интегралов второго рода, степенная функция

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1)  $\int_0^1 \frac{dx}{x}$ , (2)  $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$ , (3)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ .

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1)  $\int_0^{999} \frac{dx}{x}$ , (2)  $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt[3]{x}}$ , (3)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ .

## 3. Прямое вычисление несобственных интегралов с параметром

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. При каких значениях параметра  $p$  сходится интеграл

(1)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$ ,  $p > 0$ , (2)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ , (3)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ ,

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

2. При каких значениях параметра сходится интеграл

(1)  $\int_0^1 x^p dx$ ,  $p < 0$ , (2)  $\int_1^{+\infty} x^p dx$ , (3)  $\int_0^{+\infty} x^p dx$ ,

## 4. Прямое вычисление интегралов с показательной функцией

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1)  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$ , (2)  $\int_0^{+\infty} xe^{-x} dx$ , (3)  $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x} dx$ , (4)  $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$ ,  $n \in Z$ ,  $n \geq 1$ , (5)  $\int_0^{+\infty} xe^{-2x} dx$ .

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1)  $\int_1^{+\infty} e^{1-x} dx$ , (2)  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$ , (3)  $\int_0^{+\infty} x^{1234} e^{-x} dx$ , (4)  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-3x} dx$ .

## 5. Прямое вычисление интегралов методом замены переменной, 1

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Найдите значение (1)  $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx$ ,

2. При каких значениях параметра  $p$  сходится интеграл (1)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$ ,

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

3. Найдите значение (1)  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$ ,

4. При каких значениях параметра сходится интеграл (1)  $\int_1^e \frac{dx}{x(\ln x)^p}$ :

## 6. Прямое вычисление интегралов методом замены переменной, 2

**С** Сложные задачи для разбора на семинаре.

1. Найдите значение (1)  $\int_0^{+\infty} x \sin(x^2) e^{-x^2} dx$ ,

**Д** Сложные задачи для самостоятельного решения.

2. Найдите значение (1)  $\int_0^{+\infty} x^2 \cos(x^3) e^{-x^3} dx$ ,

## 7. Исследование сходимости сравнением с эталонными, рациональная дробь

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость.

# Методические материалы по курсу математического анализа

А.А.Быков, boombook@yandex.ru, boombook.narod.ru

T704 (2008-2009)

Курс 2, семестр 1, семинар 01

Вариант k2-m1-01-v1

(1)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ , (2)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^3+1} dx$ , (3)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4+x^3+x^2+x+1}$ , (4)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^5+x^3+1}{x^5+x^2+1} dx$ .

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость.

(1)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1} dx$ , (2)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^5+1}{x^6+1} dx$ , (3)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{-4}+x^{-3}+x^{-2}+x^{-1}+1+x}$ , (4)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^7+1}{x^7+2} dx$ .

## 8. Исследование сходимости сравнением с эталонными, иррациональная дробь

**С** Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость

(1)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^5}}$ , (2)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt[5]{1+x^3}}$ , (3)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^{-3}+x^3}}$ .

**Д** Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость

(1)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{1+x^3}}$ , (2)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+x^3}}$ , (3)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+x^5}}$ .

## 9. Исследование сходимости интегралов второго рода с двумя особенностями

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость.

(1)  $\int_0^1 \frac{1}{x(1-x)} dx$ , (2)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$ , (3)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1-x)^2} dx$ , (4)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}\sqrt[5]{1-x}} dx$ ,

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость.

(1)  $\int_0^2 \frac{1}{x^2(2-x)^2} dx$ , (2)  $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{2-x}} dx$ , (3)  $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x}(2-x)^3} dx$ , (4)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ,

## 10. Исследование сходимости интегралов первого рода с двумя особенностями

**С** Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость. (1)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x}$ , (2)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2\sqrt{\ln x}}$ , (3)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\ln x}$ .

**Д** Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость. (1)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ , (2)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ , (3)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(\ln x)^2}$ .

## 11. Исследование сходимости интегралов с параметром

**С** Сложные задачи для разбора на семинаре.

1. При каких значениях параметра сходится интеграл

(1)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p+x^q}$ , (2)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p+x^q}$ , (3)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^p+x^q}$ , (4)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^p dx}{1+x^q}$ ,  $q > 0$ , (5)  $\int_0^1 \frac{\ln x dx}{x^p}$ , (6)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p(\ln x)^q}$ :  
(7)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x^p \ln x}$ .

**Д** Сложные задачи для самостоятельного решения.

2. При каких значениях параметра сходится интеграл

(1)  $\int_1^{+\infty} (x^p + x^q) dx$ , (2)  $\int_0^1 (x^p + x^q) dx$ , (3)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^p}$ , (4)  $\int_0^1 x^p \ln x dx$ , (5)  $\int_1^{+\infty} (\ln x)^q dx$ , (6)  $\int_1^2 (\ln x)^q dx$ .