

1. Интегрирование по частям

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите (1) $\int_0^1 \ln x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$, (3) $\int_0^{+\infty} x^{11} e^{-x} dx$.

2. (1) Примените метод интегрирования по частям к $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$. Решите получившееся уравнение. (2) Примените метод интегрирования по частям к $\int_1^{+\infty} e^{-x} dx$. Решите получившееся уравнение и найдите $\int_1^{+\infty} x e^{-x} dx$.

Д Обязательное задание на дом.

3. Найдите (1) $\int_0^1 \ln^2 x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$, (3) $\int_0^{+\infty} x^{1234} e^{-x} dx$.

4. (1) Примените метод интегрирования по частям к $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^7}$. Решите получившееся уравнение. (2) Примените метод интегрирования по частям к $\int_1^{+\infty} e^{-2x} dx$. Решите получившееся уравнение и найдите $\int_1^{+\infty} x e^{-2x} dx$.

2. Определенный интеграл от функции, имеющей устранимую точку разрыва

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите (1) $\int_0^1 x \ln x dx$, (2) $\int_0^1 x^3 \ln x dx$,

Д Обязательное задание на дом.

2. Найдите (1) $\int_0^1 x^2 \ln x dx$, (2) $\int_0^1 x^4 \ln x dx$.

3. Интегрирование методом замены переменной

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите (1) $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} x^6 e^{-x^7} dx$, (3) $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$, (4) $\int_0^{+\infty} x^{12345} e^{-x^2} dx$, (5) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt[3]{x}} dx}{\sqrt[3]{x^2}}$, (6) $\int_0^{+\infty} x^{11} e^{-x^3} dx$.

Д Обязательное задание на дом.

2. Найдите (1) $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$, (3) $\int_0^{+\infty} x^{17} e^{-x^2} dx$, (4) $\int_0^{+\infty} x^{62} e^{-x^7} dx$.

4. Интеграл Пуассона

При выполнении заданий этого раздела можно использовать равенство $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$.

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Найдите значение (1) $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$, (2) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, (3) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, (4) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$, $\sigma > 0$,

2. Примените метод интегрирования по частям к $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$. Найдите $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$.

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

3. Найдите значение (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, (3) $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, (4) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-4x^2} dx$,

4. Примените метод интегрирования по частям к $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$. Найдите $\int_{-\infty}^{+\infty} x^4 e^{-x^2} dx$.

5. Исследование сходимости с помощью асимптотических формул, 1

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^{+\infty} (e^{-\frac{1}{x}} - e^{-\frac{2}{x}}) dx$, (2) $\int_1^{+\infty} (\sin \frac{1}{x^2} - \sin \frac{1}{2x^2}) dx$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^{+\infty} (e^{-\frac{1}{x^2}} - e^{-\frac{4}{x^2}}) dx$, (2) $\int_1^{+\infty} (\cos \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{2x}) dx$,

6. Применение замены переменной и интегрирования по частям

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$, (2) $\int_0^1 \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}$, (3) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2}$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость и вычислите (если сходится).

(1) $\int_0^{+\infty} \frac{(\arctg x)^2}{1+x^2} dx$, (2) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$, (3) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^3}$,

7. Исследование сходимости с помощью асимптотических формул, 2

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^1 \frac{\ln(1+x^3)}{x^3\sqrt{x}} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^3)}{x^3\sqrt{x}} dx$, (3) $\int_0^{+\infty} (x + \frac{1}{x})^p \ln(1+x^{-3p}) dx$, $p > 0$.

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость (1) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x^3)}{x^3\sqrt{x}} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^5)}{x^5\sqrt[3]{x}} dx$, (3) $\int_0^{+\infty} (x + \frac{1}{x})^p \ln(1+x^{-4p}) dx$, $p > 0$
 (4) $\int_0^{+\infty} (\arctg x)^p \ln(1+x^{-4p}) dx$, $p > 0$.

8. Исследование сходимости с помощью асимптотических формул, 3

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\arcsin x - \arctg x}$, (2) $\int_0^{+\infty} (\arctg 2x - \arctg x) dx$,

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

2. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^1 \frac{x dx}{2 \arctg x - \arctg 2x}$, (2) $\int_2^{+\infty} (\arcsin \frac{2}{x} - \arcsin \frac{1}{x}) dx$,

9. Тригонометрические функции

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^{+\infty} \cos x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} \sin^2 x dx$, (3) $\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{x^2\sqrt{x}} dx$, (4) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$, (5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$,
 (6) $\int_0^{+\infty} \cos \frac{1}{1+x^2} dx$,

Д Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость (1) $\int_0^{+\infty} \sin x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} \cos^2 x dx$, (3) $\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{x^3\sqrt{x}} dx$, (4) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$, (5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\cos x} dx$,
 (6) $\int_0^{+\infty} \sin \frac{1}{1+x^2} dx$,

10. Показательно-тригонометрические интегралы

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Найдите (1) $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} e^{-px} \sin qx dx$ при $p > 0$, (3) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(\ln x)}{x^2} dx$.

Д Обязательное задание на дом.

2. Найдите (1) $\int_0^{+\infty} e^{-x} \cos x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} e^{-px} \cos qx dx$ при $p > 0$, (3) $\int_1^{+\infty} \frac{\cos(\ln x)}{x^2} dx$,

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

3. Найдите значение (1) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} \sin x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} \cos x dx$, (3) $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 \sin x - 2x(1-\cos x)}{x^4} dx$,
 (4) $\int_0^{+\infty} \frac{2x \cos(x^2) \cdot x^2 - 2x \sin(x^2)}{x^4} dx$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

4. Найдите значение (1) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} \cos x dx$, (2) $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} \sin x dx$, (3) $\int_0^{+\infty} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$, (4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x - \frac{x}{\cos^2 x}}{\operatorname{tg}^2 x} dx$,

11. Обратные тригонометрические функции

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \arctg x dx$, (2) $\int_0^1 \frac{dx}{\arctg x}$, (3) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\arctg(x^2)}}$, (4) $\int_0^{+\infty} \arctg \frac{1}{x^2} dx$,
 (5) $\int_0^{+\infty} x \arctg \frac{1}{x^2} dx$,

2. Исследуйте сходимость, (1) $\int_0^1 \frac{dx}{\arcsin x}$, (2) $\int_0^1 \frac{dx}{\frac{\pi}{2} - \arcsin x}$, (3) $\int_1^{+\infty} \frac{\arcsin(x^{-5})}{\arcsin(x^{-3})} dx$ (4) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\arcsin x - \arctg x}$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

3. Исследуйте сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \arctg(\frac{1}{x}) dx$, (2) $\int_0^1 \frac{dx}{\arctg \sqrt{x}}$, (3) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\arctg \sqrt{x}}}$, (4) $\int_0^{+\infty} \arctg \frac{1}{x} dx$,
 (5) $\int_0^{+\infty} x \arctg \frac{1}{x^3} dx$,

4. Исследуйте сходимость, (1) $\int_1^{+\infty} \arcsin \frac{1}{x} dx$, (2) $\int_0^1 \frac{dx}{\arcsin \sqrt{x}}$, (3) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\arcsin(x^2)}}$, (4) $\int_0^1 \frac{dx}{\arcsin x - \arctg x}$,

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

5. При каких значениях параметра сходится интеграл (1) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^p} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} x^{\frac{4p}{3}} \arctg \frac{\sqrt{x}}{1+x^p} dx$,

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

6. При каких значениях параметра сходится интеграл (1) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{x^p} dx$, (2) $\int_0^{+\infty} \arctg \frac{\sqrt{x}}{1+x^p} dx$,

12. Интегралы от иррациональных функций

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте сходимость, (1) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$, (2) $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^3-1}) dx$, (3) $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^3 dx$,
 (4) $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x^4+x^2+1} - \sqrt{x^4-x^2+1}) dx$,

Д Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте сходимость, (1) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+1}+\sqrt{x^3-1}}$, (2) $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}) dx$, (3) $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})^2 dx$,
 (4) $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x^8+x^2+1} - \sqrt{x^8-x^2+1}) dx$,

13. Абсолютная и условная сходимость

С Для обязательного разбора на семинаре.

1. Исследуйте абсолютную и условную сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x dx}{x}$, (2) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x dx}{x^2}$,

Д Обязательное задание на дом.

2. Исследуйте абсолютную и условную сходимость, (1) $\int_1^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x}$, (2) $\int_1^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x^2}$,

С Задачи средней сложности для разбора на семинаре.

3. Исследуйте абсолютную и условную сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx$, (2) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$,

Д Задачи средней сложности для самостоятельного решения.

4. Исследуйте абсолютную и условную сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \cos(x^3) dx$, (2) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{x} dx$,

С Сложные задачи для разбора на семинаре.

5. Исследуйте абсолютную и условную сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$,

Д Сложные задачи для самостоятельного решения.

6. Исследуйте абсолютную и условную сходимость, (1) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{x} dx$,