

1. Найдите $\int \frac{e^{3x}-3}{e^x-1} dx$.

2. Предположим, что расходы на доставку ρ килограммов молока из пункта C , расположенного на прямолинейной дороге в точке с координатой $x = c$ в пункт B , расположенный на той же дороге в точке с координатой x , равны $\rho \cdot (x - c)^2$. Где нужно расположить молокозавод для минимизации расходов, если плотность населения вдоль дороги равна $\rho(x) = x^7$, $0 \leq x \leq 72$. Пояснение: при этих условиях полные расходы равны $\int_a^b \rho(x)(x - c)^2 dx$. Продифференцируйте эту функцию по c для нахождения наименьшего значения

3. Найдите $\int \sin(\ln x) dx$

4. Что означает равенство $\sum_{k=1}^{+\infty} c_k = S$?

5. (1) Найдите $\int (\ln x)^3 dx$. (2) Найдите $\int_0^1 (\ln x)^3 dx$.

6. При каких значениях α сходится $\int_0^1 x^{\alpha-3} dx$? Найдите этот интеграл.

7. Найдите $\int_0^{+\infty} x^{41} e^{-x^6} dx$.

8. Пусть дискретная случайная величина n может принимать все целочисленные значения из множества $\{1; 2; 3; \dots\}$ с вероятностями $p_n = C \cdot nx^n$, где x – фиксированный параметр, $x \in (0; 1)$.

(1) Найдите C . (2) Найдите $\langle x \rangle$. (3) Найдите $\langle x^2 \rangle$. (4) Найдите Dx . (5) Найдите все указанные величины при $x = \frac{1}{2}$

9. Найдите значение величины $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(3k-1)(3k+2)}$.

10. Докажите, что если $\sum_{k=1}^{+\infty} x_n$ сходится, $0 \leq y_n \leq x_n$: то $\sum_{k=1}^{+\infty} y_n$ сходится

11. Исследуйте сходимость $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n^3 + 3n + 1} - \sqrt{n^3 - 3n + 1})$.

12. (1) При каких x сходится ряд $\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)x^n$? (2) Найдите сумму этого ряда.

13. Исследуйте сходимость (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{9^n}{(1+\frac{2}{n^3})^{n^4}}$, (2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{9^n}{(1+\frac{2}{n^3})^{n^4}} x^n$.

14. (1) Исследуйте сходимость $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$. (2) При каких x сходится $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!} x^n$?

15. Найдите $\int_1^{+\infty} x^{\alpha-1} \sin(\ln x) dx$.

16. Найдите $\int_1^{+\infty} x^{-2} \ln(x) \sin(\ln x) dx$.

17. Найдите $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} \sin x dx$.

18. Пусть $\rho(x) = x^8 (\ln x)^9$, $0 < x < 1$. (1) Найдите значение $M1 = \int_0^1 \rho(x) dx$, $Mx = \int_0^1 x\rho(x) dx$,

$Mx^2 = \int_0^1 x^2\rho(x) dx$. (2) Найдите $\langle x \rangle = \frac{Mx}{M1}$. (3) Найдите $\langle x^2 \rangle = \frac{Mx^2}{M1}$. (4) Найдите Dx . Оцените с точностью не хуже 5% без калькулятора.

19. Найдите $\int_{-\infty}^{+\infty} x^4 e^{-x^2} dx$. Можно использовать равенство $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.

20. Найдите $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg(e^6 \cdot x^{11}) - \arctg(e^3 \cdot x^{11})}{x} dx$

21. Найдите $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-2x^3} - e^{-5x^3}}{x} dx$.

22. Пусть $n \in \{3; 4; 5; \dots\}$; $p_n = C \cdot n(n-1)(n-2)x^{n-3}$ где x – фиксированный параметр, $x \in (0; 1)$.

(1) Найдите C так, чтобы было верно равенство $\sum_n p_n = 1$. (2) Найдите $\langle n \rangle = \sum_n n p_n$.

(3) Найдите $\langle n^2 \rangle = \sum_n n^2 p_n$. (4) Найдите $Dn = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$. (5) Вычислите при $x = \frac{1}{2}$.

23. Докажите, что $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$.

24. Предположим, что расходы на доставку ρ килограммов молока из пункта C , расположенного на плоскости в точке с координатами $x = a$; $y = b$ в пункт D , расположенный в точке с координатами $(x; y)$, равны $\rho(x, y) \cdot [(x - a)^2 + (y - b)^2]$. Где нужно расположить молокозавод для минимизации расходов по развозу молока по городу, если плотность населения равна $\rho(x, y) = y$, а город занимает область G , которая имеет вид $0 \leq x \leq \pi$; $0 \leq y \leq \sin x$. Пояснение: при этих условиях полные расходы равны $\iint_G \rho(x, y)[(x - a)^2 + (y - b)^2] dx dy$. Продифференцируйте эту функцию по a и b для нахождения наименьшего значения