

1. Укажите все верные утверждения:

Если график функции  $y = f(x)$  имеет невертикальную касательную в точке  $x = x_0$ , то

- 1  $\exists A: f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + o(x - x_0)$  при  $x \rightarrow x_0$
- 2  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ .
- 3 найдется такая окрестность точки  $x_0$ , в которой  $f(x)$  непрерывна
- 4 функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$
- 5  $f(x) - f(x_0)$  – бесконечно малая функция при  $x \rightarrow x_0$
- 6 найдется такая окрестность точки  $x_0$ , в которой  $f(x)$  ограничена

2. Приведите пример функции  $f(x)$  такой, что  $\nexists f'(x)$  при  $x \neq 0$ ,  $\exists f'(x)$  при  $x = 0$ .

3. Пусть  $f(x) = \begin{cases} x^3 \cos \frac{1}{x^2} & \text{если } x \neq 0, \\ 0 & \text{если } x = 0. \end{cases}$

Докажите, что  $\exists f'(x)$  при  $x \neq 0$ ,  $\exists f'(x)$  при  $x = 0$ ,  $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ .

4. Пусть  $D(x) = -1$ , если  $x$  – рациональное число и  $D(x) = 1$ , если  $x$  – иррациональное число. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = x(D(x) \cdot x - 1)$  в точке  $x = 0$ .

5. Используя формулу  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x + o(\Delta x)$  при  $\Delta x \rightarrow 0$  для  $f(x) = 3^x$ ,  $x_0 = 3$ ,  $\Delta x = -0.1$ , оцените  $3^{2.9}$ .