

1. Укажите все верные утверждения:

Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то

- 1 найдется такая окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ непрерывна
- 2 найдется такая окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ ограничена
- 3 график $f(x)$ имеет касательную в точке x_0
- 4 $f(x) - f(x_0)$ – бесконечно малая функция при $x \rightarrow x_0$
- 5 $\exists A: f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + o(x - x_0)$ при $x \rightarrow x_0$
- 6 $f(x)$ непрерывна в точке x_0 .

2. Приведите пример функции $f(x)$ такой, что $\nexists f'(x)$ при $x \neq \pi n$, $\exists f'(x) = 1$ при $x = \pi n$.

3. Пусть $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{если } x \neq 0, \\ 0 & \text{если } x = 0. \end{cases}$

Докажите, что $\exists f'(x)$ при $x \neq 0$, $\exists f'(x)$ при $x = 0$, $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$.

4. Пусть $D(x) = -1$, если x – рациональное число и $D(x) = 1$, если x – иррациональное число. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x(D(x) \cdot x - 1)$ в точке $x = 0$.

5. Используя формулу $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x + o(\Delta x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$ для $f(x) = 4^x$, $x_0 = 2$, $\Delta x = 0.1$, оцените $4^{2.1}$.