

А.А.Быков, bykv@mail.ru, http://bykv.narod.ru

T575 (2004-2005)

Свойства дифференциалов

Вариант 1210-34

1. Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = x_0$, то

- (a) найдется такая окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ непрерывна.
- (b) найдется такая окрестность точки x_0 , в которой $f(x)$ ограничена.
- (c) график $f(x)$ имеет касательную в точке x_0 .
- (d) $f(x) - f(x_0)$ – бесконечно малая функция в точке x_0 .
- (e) $\exists A : f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + o(x - x_0)$.
- (f) $f(x)$ непрерывна в точке x_0 .

2. Сформулируйте определение дифференциала функции $f(x)$. Докажите, что если существует дифференциал функции $f(x)$ в точке $x = x_0$, то

$$\exists A : \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = A + \alpha(\Delta x) \text{ при } \Delta x \rightarrow 0, \text{ где } \alpha(\Delta x) \text{ – бесконечно}$$

малая функция. Используя эту формулу для $x_0 = \frac{2\pi}{3}$, найдите приближенное значение для величины $\operatorname{ctg} 2$. Оценку погрешности производить не обязательно.

3. Используя формулу $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x + o(\Delta x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$ для $f(x) = (a + \alpha x)^{b+\beta x}$, $x_0 = 0$, $\Delta x = 0.01$, оцените $2.02^{2.99}$.

4. Используя формулу $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x + o(\Delta x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$ для $f(x) = (a + x \cos \varphi)^{b+x \sin \varphi}$, $x_0 = 0$, $\Delta x = 0.01$, оцените $A = (2 + 0.01 \cos \varphi)^{3+0.01 \sin \varphi}$. При каком φ будет иметь место равенство $A = 2^3$?