

ЗАДАЧИ НА ПИСЬМЕННЫХ ЭКЗАМЕНАХ

Вариант для поступающих в 9 класс

1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ x^2y + y^2x = 6. \end{cases}$$

2. В треугольнике ABC точки P , Q и R являются основаниями высот, опущенных из вершин A , B и C соответственно. Доказать, что $\angle ABQ = \angle APR$.

3. В каком году родились люди, которым в 1969 году исполнилось столько лет, какова сумма цифр их года рождения?

4. Почему туман, состоящий из капель прозрачной воды, непрозрачен?

5. На пружинных весах установлен стакан с водой. В воде плавает пробка объемом V и плотностью ρ . Пробку пальцем заталкивают под воду так, что она полностью погружается. Что покажут весы?

Вариант для поступающих в 10 класс

1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x(y+z) = 3, \\ y(x+z) = 4, \\ z(x+y) = 5. \end{cases}$$

2. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD=a$, $BC=b$ ($a>b$) провели отрезок MN , параллельный основаниям и делящий площадь трапеции пополам. Найти длину этого отрезка.

3. Найти все пары целых чисел x и y , удовлетворяющие уравнению

$$x^2 - 6xy + 5y^2 = 11.$$

4. На дне одного из сообщающихся сосудов лежит поршень весом P . Сила трения его о стенки равна F . Сколько воды нужно налить в другой сосуд, чтобы поршень поднялся до высоты h ?

5. На ленту транспортера кладут без начальной скорости ящик. Лента движется со скоростью v . Коэффициент трения k . Какой путь проделает ящик относительно ленты до тех пор, пока его скорость не станет равной v ?

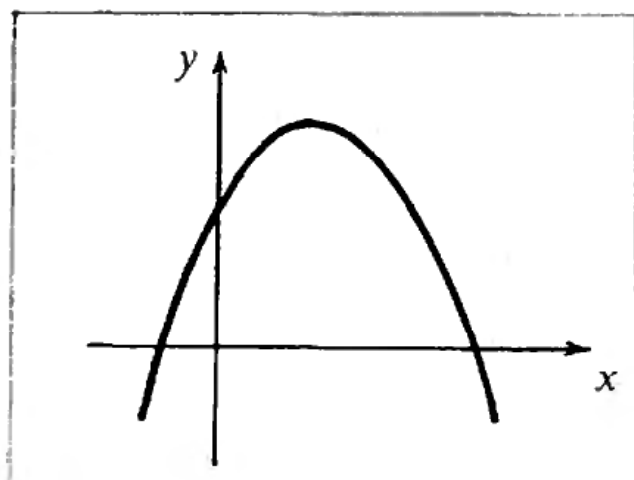
ЗАДАЧИ НА УСТНЫХ ЭКЗАМЕНАХ

1. Найти сумму квадратов корней уравнения, не решая его:

$$x^2 + px + q = 0.$$

2. Какое из двух чисел больше: 2^{300} или 3^{200} ?

3. Дан график квадратного трехчлена $y = ax^2 + bx + c$. Каковы знаки чисел a , b и c ?



4. Доказать, что сумма медиан треугольника меньше периметра и больше $\frac{3}{4}$ периметра этого треугольника.

5. Основания трапеции a и b ($a>b$). Найти длину отрезка, параллельного основаниям трапеции, проходящего через точку пересечения диагоналей и заключенного между ее сторонами.

6. Доказать, что круги, построенные на сторонах выпуклого четырехугольника как на диаметрах, полностью покроют четырехугольник.

7. Две окружности радиусов r_1 и r_2 касаются данной прямой. Найти геометрическое место точек пересечения их общих внутренних касательных при условии, что окружности могут двигаться по данной прямой произвольным образом.

8. В стакане с водой плавает кусок льда, в котором внутри вкраплен кусочек свинца. Лед растаял. Как изменится уровень воды в сосуде?

9. Пушка стреляет под углом α . Начальная скорость снаряда v . На расстоянии L от пушки поставлен экран, от которого снаряд упруго отражается. На каком расстоянии от пушки он упадет?